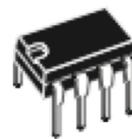


L'Amplificateur Linéaire Intégré (ou A.L.I. ou Ampli Op)

Les paramètres du composant
Modèle idéal et modèle linéaire du premier ordre
Rétroaction et stabilité
Oscillateurs

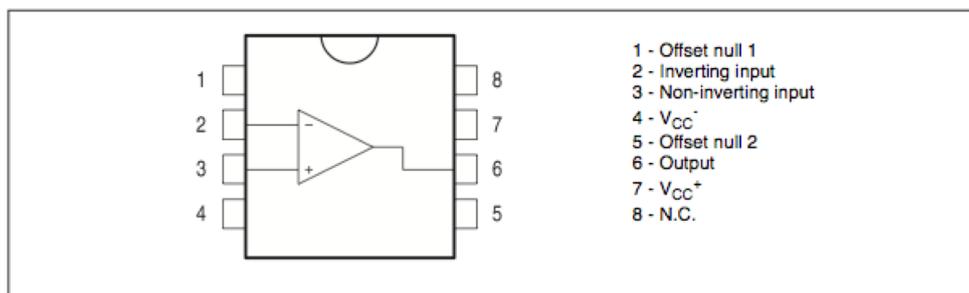
Le circuit intégré

LM741
TL071
TL081

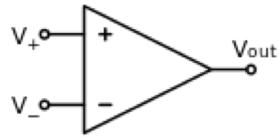


N
DIP8
(Plastic Package)

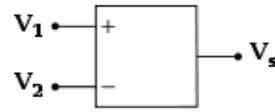
PIN CONNECTIONS (top view)



Symboles du composant

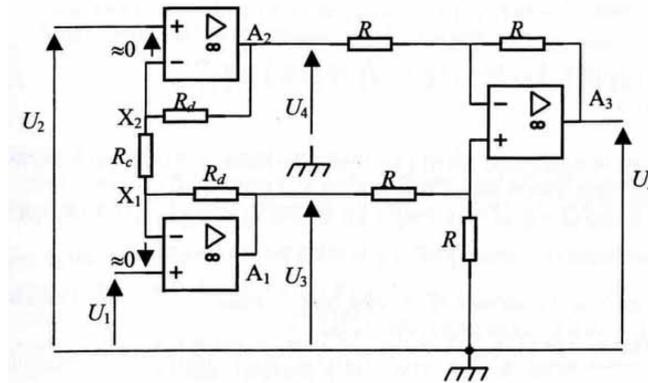


Américain



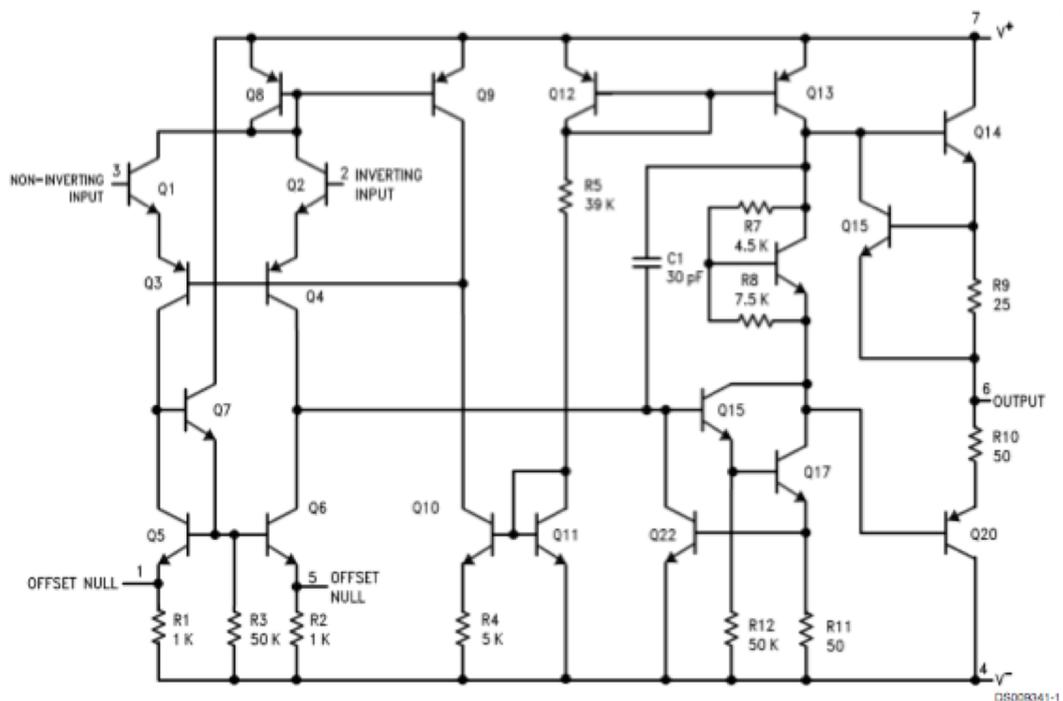
Européen

Utilisation de la représentation normalisée européenne

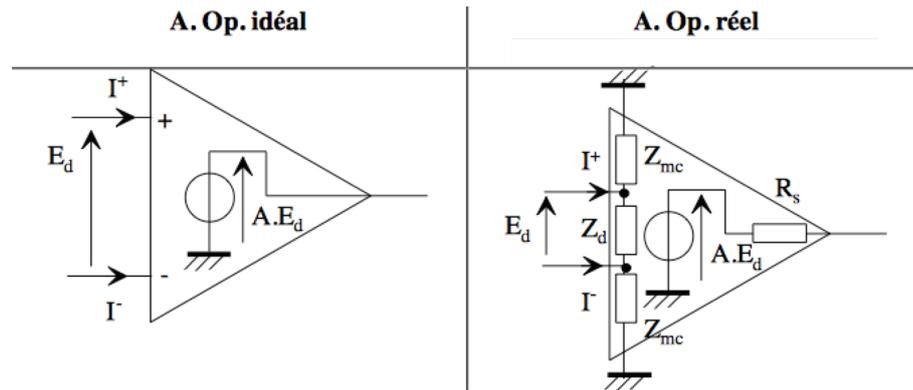


Un composant analogique !

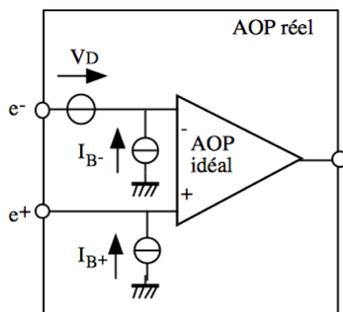
Schematic Diagram



Ecarts à l'idéalité



Défauts « linéaires » :
les impédances d'entrée et de sortie



Défauts « non linéaires » : les OFFSET

Un défaut non-linéaire important

Le SLEW RATE : pente maximale du signal de sortie

Elle est due au condensateur interne à l'ALI qui permet la compensation interne en fréquence et assure la stabilité de l'ALI quelque soit la fréquence.

Le condensateur est alors chargé à courant constant et ceci induit la limite de vitesse d'évolution de la tension en sortie.

$$SR = \left| \frac{\Delta v_s}{\Delta t}_{\max} \right|$$

TL071 : SR = 13 V/μs (typique)

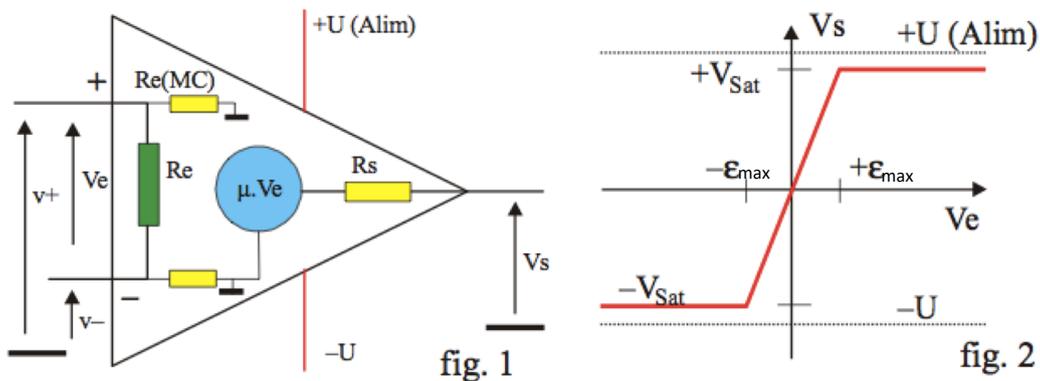
μA741 : SR = 0,5 V/μs (typique)

(d'après datasheet)

Cette limite apparaitra donc en haute fréquence et d'autant plus tôt que l'amplitude du balayage en tension sera importante (max -13V à +13V environ)

Un Amplificateur « Linéaire » Intégré

Le gain différentiel en tension en boucle ouverte (noté A ou μ)



Dans son domaine linéaire, l'ALI a pour caractéristique :

$$V_s = \mu.V_e \text{ pour } -\epsilon_{\max} = -\frac{V_{\text{sat}}}{\mu} < V_e < +\epsilon_{\max} = +\frac{V_{\text{sat}}}{\mu}$$

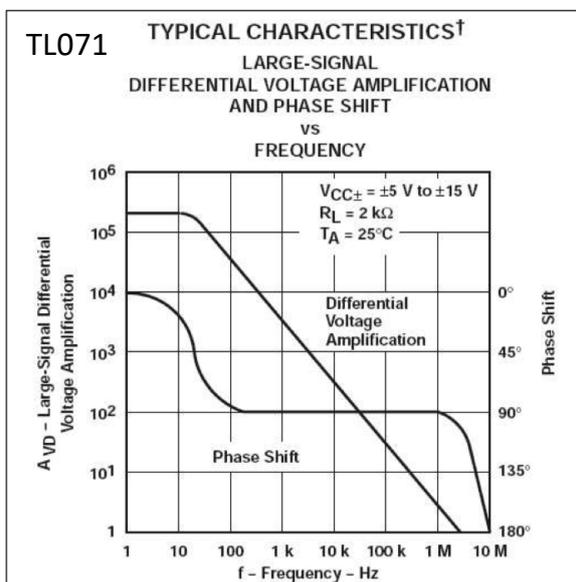
Désormais la tension différentielle d'entrée sera communément appelée ϵ :

$$\epsilon = V^+ - V^-$$

Comportement en fréquence

Le gain différentiel en tension en boucle ouverte (noté A ou μ)

Dans son domaine linéaire l'ALI peut être considéré en première approximation comme un **filtre passe bas du premier ordre**.



$$\mu(\omega) = \frac{\mu_0}{1 + j \cdot \frac{\omega}{\omega_0}}$$

$$\text{ou } \mu(f) = \frac{\mu_0}{1 + j \cdot \frac{f}{f_0}}$$

TL071 :

$$\mu_0 = 2.10^5 \quad (20 \cdot \log_{10}(\mu_0) \approx 106 \text{ dB})$$

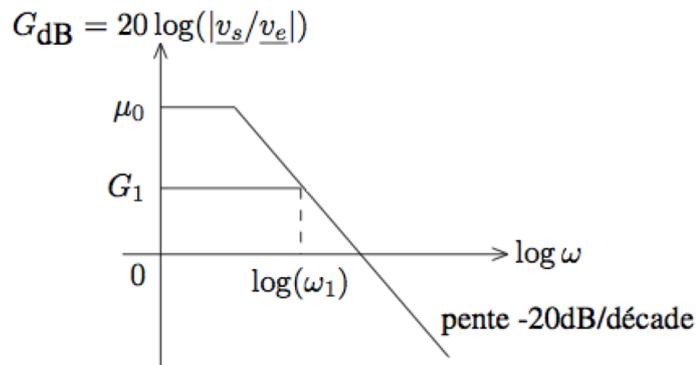
$$f_0 = 15 \text{ Hz}$$

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi \cdot 15 \approx 94 \text{ rad.s}^{-1}$$

Comportement en fréquence

Le gain différentiel en tension en boucle ouverte (noté A ou μ)

Dans ce modèle Passe-bas du premier ordre, son comportement en fréquence peut être résumé par la donnée du produit **(Gain)x(Fréquence de coupure)** appelé aussi **facteur de mérite de l'ALI**.



L'AO se comporte comme un filtre passe-bas d'ordre 1 : le produit gain-bande passante $G_1 \times \omega_1 / (2\pi)$ est une constante qui ne dépend que du composant choisi.

« FACTEUR DE MERITE »

LM741 : 1 MHz

TL081 ET TL071 : 3 MHz

Valeurs des « défauts »

	notation	"parfait"	741	TL 081
Gain en boucle ouverte	μ_0	∞	$2 \cdot 10^5$	$2 \cdot 10^5$
Résistance différentielle d'entrée	R_e	∞	$2 \cdot 10^6 \Omega$	$10^{12} \Omega$
Produit gain \times bande passante		∞	1 MHz	3 MHz
Vitesse limite de balayage (Slew rate)	σ	∞	$0,5 \text{ V}/\mu\text{s}$	$13 \text{ V}/\mu\text{s}$
Tension de décalage d'entrée (Offset)	V_d	0	$\leq 6 \text{ mV}$	$\leq 15 \text{ mV}$
Courant de polarisation d'entrée (input bias current)	i^+, i_-	0	100 nA environ	100 pA environ
Tension d'alimentation	V_{cc+}, V_{cc-}		$\pm 18 \text{ V max}$	$\pm 18 \text{ V max}$

Modèle idéalisé de l'ALI

Régime linéaire

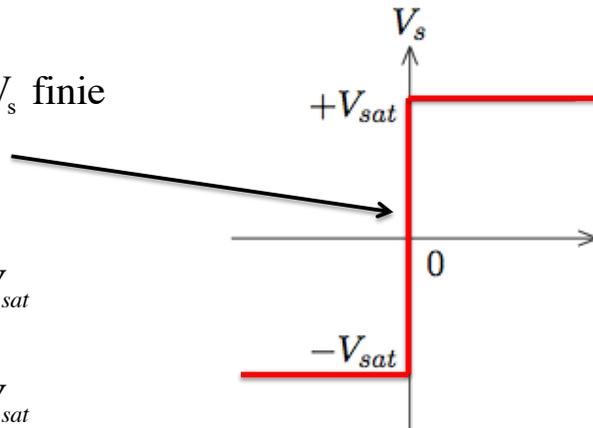
$$e_+ = e_- \Leftrightarrow V_d \equiv e_+ - e_- = 0V$$

seule valeur cohérente avec $\mu \infty$ et V_s finie

Régime saturé

$$e_+ > e_- \Leftrightarrow V_d > 0 = \varepsilon \Rightarrow V_s = +V_{sat}$$

$$e_+ < e_- \Leftrightarrow V_d < 0 = \varepsilon \Rightarrow V_s = -V_{sat}$$



AO idéal

Nous observerons en TP les conditions de stabilité de ces points de fonctionnement mais une estimation rapide de la valeur $\varepsilon_{max} = \frac{V_{sat}}{\mu}$ pour un ALI réel permet de deviner que le régime linéaire ne sera observable qu'à condition que ce soit le circuit bouclé autour de l'ALI qui fixe au moins un des deux potentiels d'entrée.

Modèle de l'ALI linéaire du 1^{er} ordre

Régime linéaire

$$-\frac{V_{sat}}{\mu(\omega)} = -\varepsilon < V_d \equiv e_+ - e_- < +\varepsilon = \frac{+V_{sat}}{\mu(\omega)}$$

alors

$$V_s = \mu(\omega) \cdot V_d = \frac{\mu_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}} \cdot V_d$$

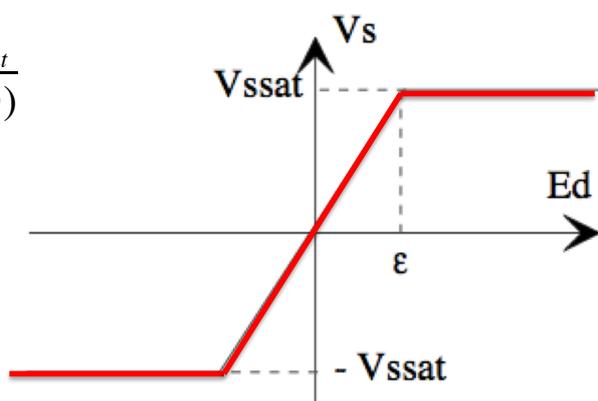
Régime saturé

$$V_d > \varepsilon \Rightarrow V_s = +V_{sat}$$

$$V_d < \varepsilon \Rightarrow V_s = -V_{sat}$$

Dans ce modèle (comme pour l'ALI idéal) :

- Résistance d'entrée infinie => courants d'entrée nuls
- Résistance de sortie nulle
- OFFSETS nuls
- pas de limitation de SLEW-RATE

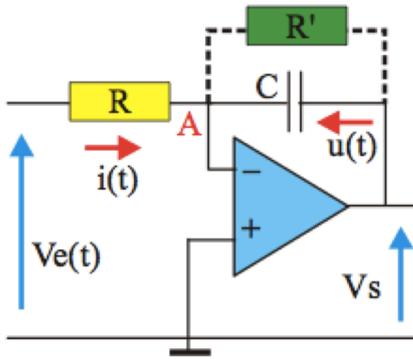


Dans certains cas, **cette modélisation sera indispensable pour discuter la stabilité** de fonctionnement d'un montage à ALI

Rétroaction(s) et stabilité

Application 1 : Montage intégrateur inverseur corrigé

ALI : modèle idéal



1- Donner l'équation différentielle reliant la tension de sortie à la tension d'entrée en l'absence de R' et en supposant un fonctionnement en régime linéaire.

Justifier le nom du circuit. Qu'arrive-t-il en présence d'une composante continue en entrée ?

2- Ecrire la fonction de transfert en présence de R' . Ce montage est-il stable ? Qu'arrive-t-il en présence d'une composante continue en entrée ? Proposez des valeurs pour R, R' et C de façon à valider le cahier des charges suivant :

a- atténuer la composante continue d'un facteur 100

b- présenter une résistance d'entrée de 10 k Ω

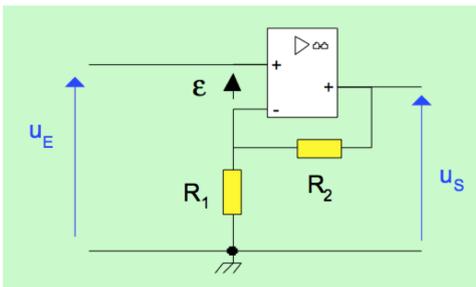
c- jouer correctement son rôle d'intégrateur à partir de 1 kHz (coupure à 100 Hz)

Rétroaction(s) et stabilité

Application 2 : Rétroactions stabilisante et déstabilisante

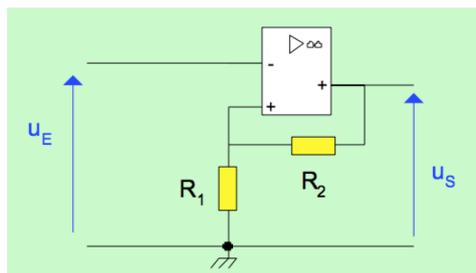
Montage ANI

ALI : modèle idéal



$R_1=1\text{k}\Omega$ et $R_2=10\text{k}\Omega$

Montage HI



$R_1=1\text{k}\Omega$ et $R_2=10\text{k}\Omega$

1- Montage ANI: Donner l'équation différentielle reliant la tension de sortie à la tension d'entrée **en supposant un fonctionnement stable en régime linéaire.**

2- Montage HI : Donner l'équation différentielle reliant la tension de sortie à la tension d'entrée **en supposant un fonctionnement stable en régime linéaire.**

ALI : modèle linéaire du premier ordre

LM741: $\mu_0 = 2.10^5$ et $f_0 = 5\text{Hz}$

3- Déterminer les nouvelles fonctions de transfert dans les deux montages et conclure sur leur stabilité respective.

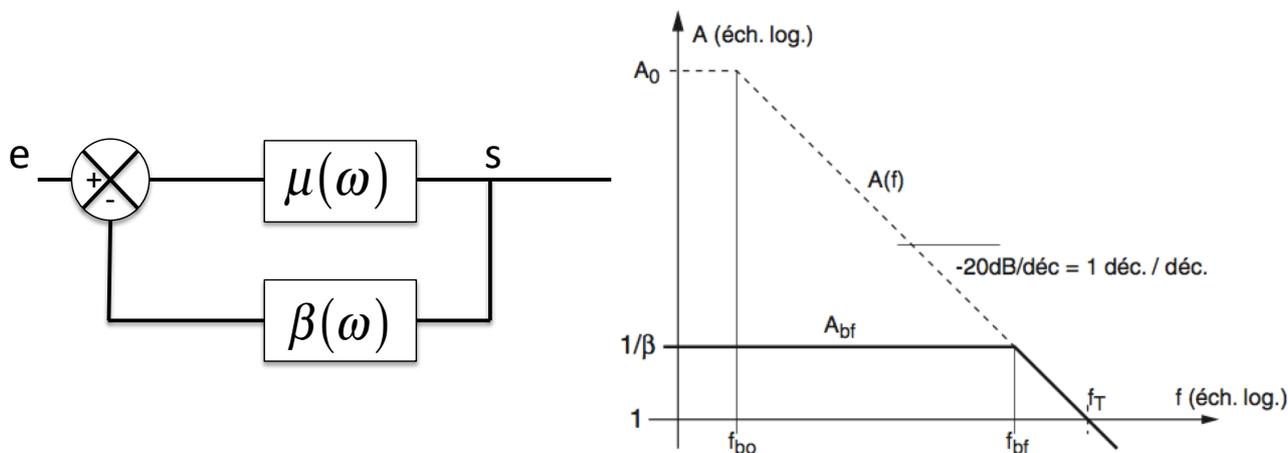
4- Quelles seront donc les deux situations stables pour le montage HI ? On prendra $\pm V_{\text{sat}} = \pm 13,2\text{V}$

5- Proposez deux chronogrammes (1 pour ANI et 1 pour HI) avec une sinusoïde d'entrée d'amplitude 2V et de conditions initiales $u_e(0)=2\text{V}$ $u_s(0)=13,2\text{V}$. Tracer les caractéristiques $u_s(u_e)$

Rétroaction(s) et stabilité

Représentation par schéma blocs

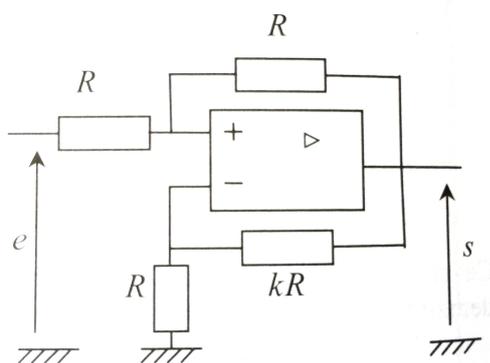
On peut à cette occasion rappeler le formalisme utilisé en rétroaction en SI :



Adaptez ce formalisme au montage ANI précédent pour montrer que le gain statique de la FTBF ($=s/e=u_s/-u_e$) n'est plus du tout celui de la FTBO mais divisé par $1 + \beta\mu_0$ de telle façon qu'il ne dépend presque plus que de β avec μ_0 élevé. Et conjointement, la « bande passante » est élargie du même facteur.

Rétroaction(s) et stabilité

Application 3 : Compétition entre rétroactions



ALI : modèle linéaire du premier ordre

LM741: $\mu_0 = 2 \cdot 10^5$ et $f_0 = 5 \text{ Hz}$

1- Etudier la stabilité du montage ci-contre. Rôle de la valeur de k ? A quoi correspondent les cas extrêmes $k=0$ et k infini ?

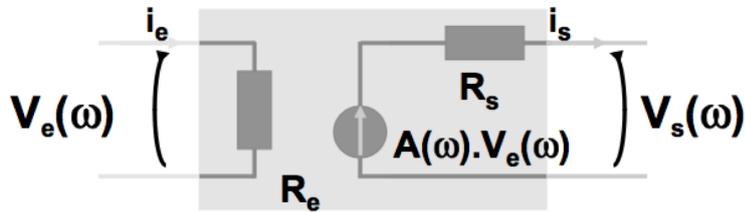
2- On choisit $k=2$. Exprimer la fonction de transfert $H(jf)$ faisant apparaître le facteur de mérite ($FM=1\text{MHz}$ ici) Jusqu'à quelle fréquence ce montage peut-il être assimilé à un amplificateur de gain 3 ?

3- Exprimer la résistance d'entrée de ce montage : $R_e = \frac{U_e}{I_e}$ en fonction de k . Que devient elle pour k proche de 1 ? $k=2$? $k=1/2$?

4- On a choisi $k=2$ et $R=1\text{k}\Omega$. On branche en entrée un GBF de résistance interne (ou résistance de sortie) de 50Ω et de fem $E=5,0\text{V}$. Quelle tension observera-t-on en sortie du montage ?

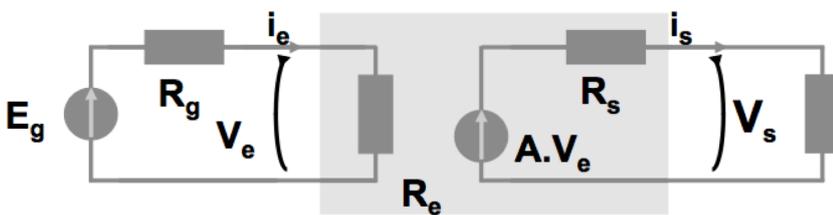
Résistances d'entrée et de sortie d'un amplificateur

➤ amplificateur non idéal (modèle linéaire):



$$V_e = R_e \cdot i_e$$

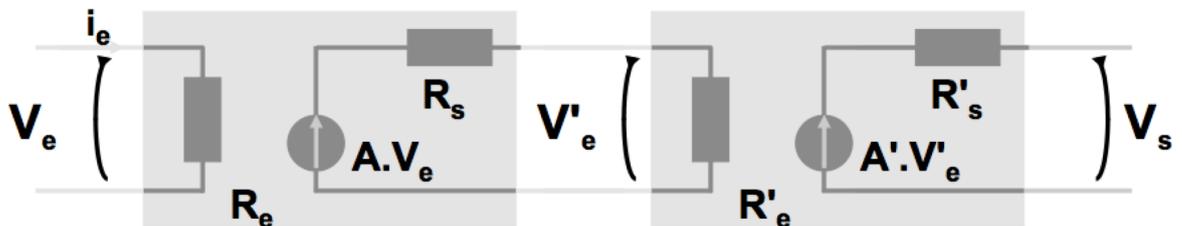
$$V_s = A(\omega) \cdot V_e - R_s i_s$$



$$V_s = A \cdot E_g \cdot \frac{R_e}{R_e + R_g} \cdot \frac{R_c}{R_c + R_s}$$

Résistances d'entrée et de sortie

➤ cascade d'amplificateurs:

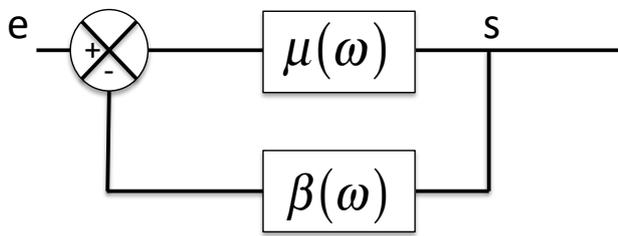


$$\frac{V_s}{V_e} = A \cdot A' \cdot \frac{R'_e}{R'_e + R_s}$$

amplificateur d'entrée : R_e élevée
amplificateur de sortie : R_s faible

Rétroaction(s) et résistances d'entrée-sortie

Représentation par schéma blocs



En reprenant les notations génériques de la rétroaction, on montre que celle-ci « améliore » les amplificateurs dans le cas (fréquent) des taux de rétroaction élevés.

Taux de rétroaction : $1 + \beta\mu_0$

La résistance d'entrée d'un amplificateur de tension (rétroaction série-parallèle) est la résistance d'entrée de la chaîne directe (ALI) **multipliée** par le taux de rétroaction :

$$Re_{\text{amplificateur de tension}} = Re_{ALI} \cdot (1 + \beta \cdot \mu_0)$$

Inversement la résistance de sortie d'un amplificateur de tension (rétroaction série-parallèle) est la résistance de sortie de la chaîne directe (ALI) **divisée** par le taux de rétroaction :

$$R_{s \text{ amplificateur de tension}} = \frac{R_{s \text{ ALI}}}{(1 + \beta \cdot \mu_0)}$$

Le montage « suiveur » de tension

□ Circuit suiveur

La sortie est reliée à l'entrée inverseuse. Comme $\varepsilon = V^+ - V^- = 0$, $V_E = V^+ = V^-$

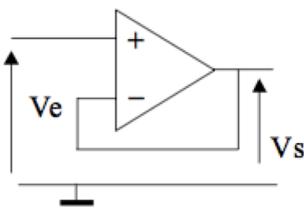


Fig. 8

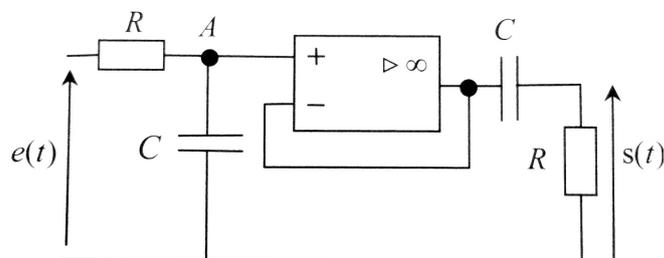
$V_S = V_E$: le gain est unitaire.

En première analyse ce montage ne présente aucun intérêt mais on constate que son impédance d'entrée Z_E est très grande et son impédance de sortie Z_S très faible. La sortie ne prélevant aucune puissance sur le circuit d'entrée ne perturbe pas celui-ci.

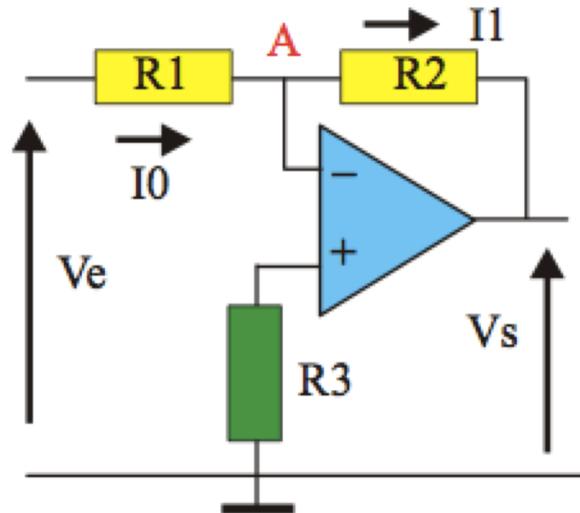
Ce montage constitue un *adaptateur d'impédance* de gain unité.

En première année, vous avez étudié les fonctions de transfert à **vide** de filtres et celles-ci peuvent perdre tout leur intérêt suivant le type et la valeur d'impédance d'utilisation (de charge) que vous branchez en sortie !!

Exemple ci-dessous d'une cascade d'un filtre passe-bas RC et passe-haut CR (exercice de TD)

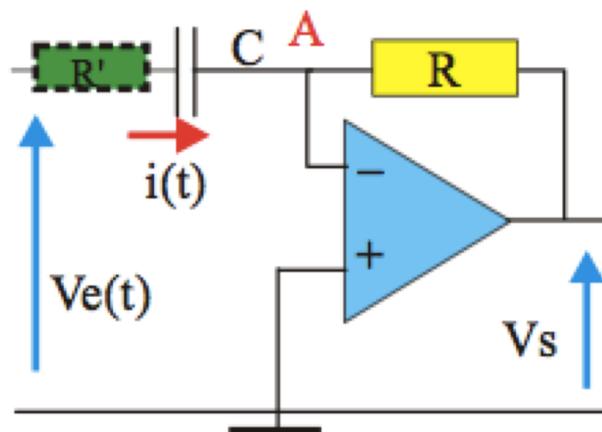


Le montage amplificateur inverseur



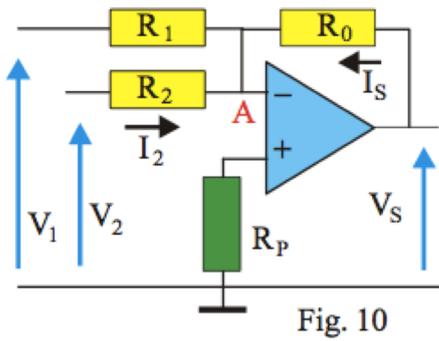
1. Fonction de transfert
2. Déphasage entrée-sortie ?
3. Rôle de R_3 ?
4. Résistance d'entrée du montage ? Ordre de grandeur limite de R_1 ?
5. Où passe I_1 à vide ? Ordre de grandeur limite de R_2 ?
6. Résistance de sortie du montage ?
7. Fréquence de coupure ?

Le montage dérivateur inverseur



1. Fonction de transfert (avec R')
2. Déphasage entrée-sortie (sans R') ?
3. Impédance d'entrée du montage ? Commentaire.
4. Comportement HF et BF ?
5. Fréquence de coupure ? Condition sur le signal pour être convenablement intégré ?
6. Choix de C pour un signal de fondamental de 1 kHz ?

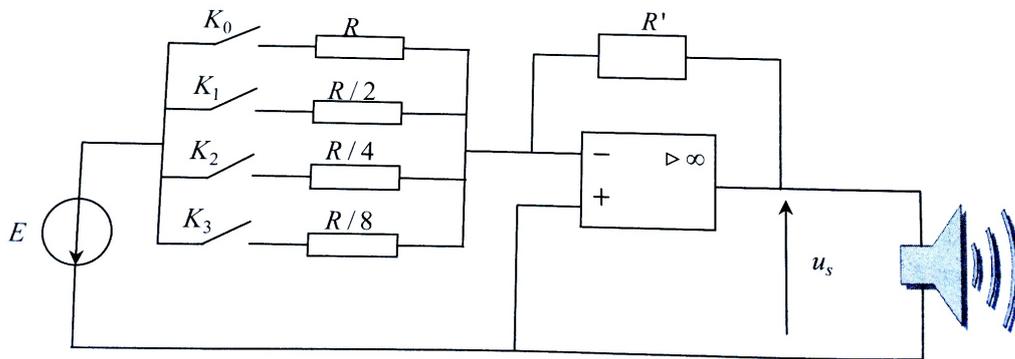
Le montage amplificateur sommateur



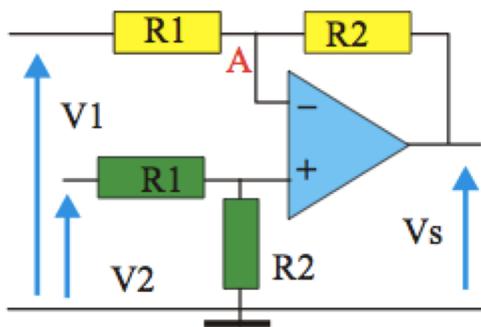
1. Relation $V_s(V_1, V_2)$
2. Application à la CNA 4 bits
(montage « à résistances pondérées » ci-dessous)

Montrer que
$$u_s = \frac{R'}{R} \cdot E \cdot \left(\sum_{n=0}^3 K_n \cdot 2^n \right)$$

Avec $K_n=0$ si interrupteur ouvert
Et $K_n=1$ si interrupteur fermé



Le montage amplificateur différentiel

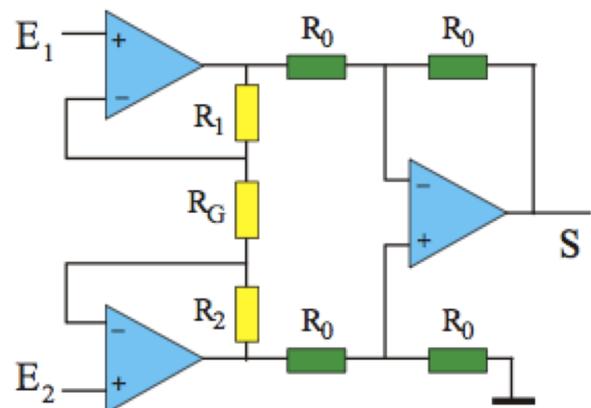


1. Relation $V_s(V_1, V_2)$
2. Résistances d'entrée ?

Amplificateur d'instrumentation

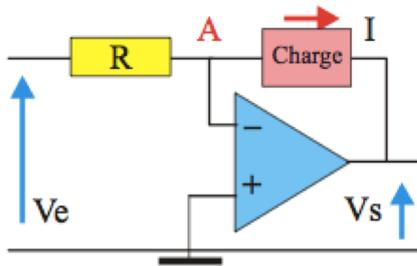
Il s'agit de circuits intégrés compacts dont le modèle est ci-contre :

1. Montrez que : $V_s = \left(1 + \frac{R_1 + R_2}{R_G} \right) (E_2 - E_1)$
2. Impédances d'entrée ?



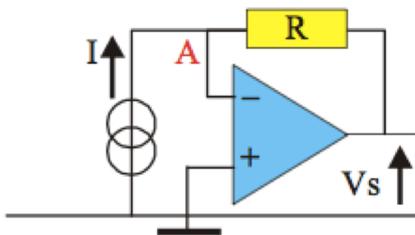
Les « convertisseurs » analogiques

Convertisseur tension -> courant



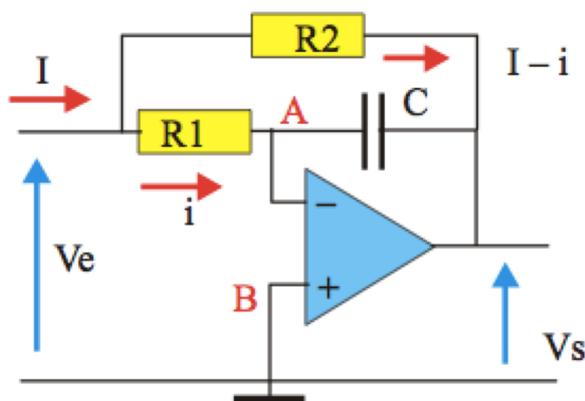
1. Relation $I(V_e)$
2. Limitations en courant (à vide) ?
3. Ordre de grandeur de R pour une tension de l'ordre du V ?

Convertisseur courant-> tension



Un photodiode par exemple délivre un courant fonction de son éclairement. Ce montage permet d'obtenir une image en tension de cette intensité et cette tension analogique proportionnelle peut servir à commander quantitativement un dispositif

Un « simulateur » d'inductance



1. Montrer que l'admittance d'entrée de ce montage s'écrit :

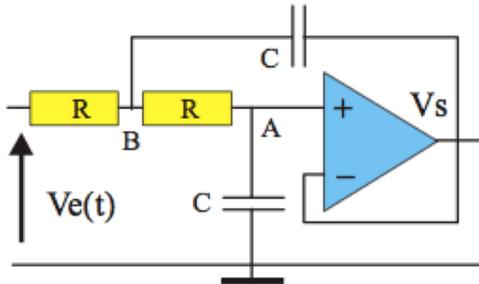
$$:Y_e = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{jC\omega R_1 R_2} = \frac{1}{r} + \frac{1}{jL\omega}$$
2. On cherche à simuler une inductance de 100 mH en parallèle avec une résistance d'1 MΩ. Est-il envisageable d'utiliser une capacité de l'ordre du nF ? Quel ordre de grandeur préconisez-vous ?

3. Pour quel domaine de fréquence ce montage simulera t'il une bobine presque idéale ?

Filtres actifs

Nous nous intéresserons directement aux filtres du second ordre puisque les filtres actifs du premier ordre (PH et PB) ont été traités avec l'intégrateur et le dérivateur « corrigés »

Filtres de Sallen et Key



1. Quel est le rôle de l'ALI ?
2. Montrer qu'il s'agit d'un passe-bas du second ordre dont vous donnerez la pulsation caractéristique et le facteur de qualité
3. Que devient ce filtre lorsque l'on intervertit les deux condensateurs et les deux résistances ?
4. Que devient ce filtre si on permute un condensateur et une résistance ?

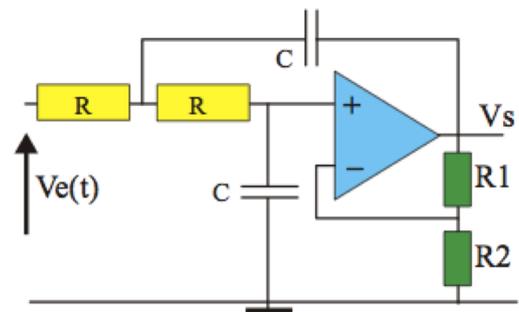
On modifie la rétroaction autour de l'ALI (ci-contre)

5. Que devient la fonction de transfert ?

(on notera $k=(R_1+R_2)/R_2$)

6. Qu'obtient-on pour la courbe de gain en choisissant $k=1.586$?

(Filtre de Butterworth d'ordre 2)



THEOREME DE MILLMAN ET AMPLIFICATEURS OPERATIONNELS

L'utilisation du théorème de Millman permet souvent d'obtenir rapidement la solution des problèmes relatifs aux amplificateurs idéaux. Il convient toutefois de l'appliquer correctement !

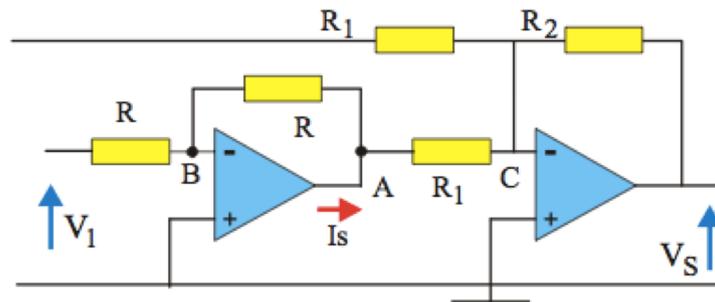


Fig 32

Au point B, il est légitime d'écrire que $V_B = \frac{V_1/R + V_A/R}{2/R}$ car les courants d'entrée dans l'amplificateur sont négligeables.

Par contre, il ne faut pas oublier de tenir compte du courant de sortie qui lui n'est pas négligeable. Ainsi l'écriture correcte du théorème au point A est :

$$V_A = \frac{V_B/R + V_C/R_1 + I_s}{1/R + 1/R_1}$$

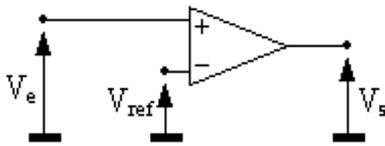
L'utilisation du théorème de Millman à la sortie d'un amplificateur opérationnel ne donnera en général aucune information exploitable car le courant de sortie n'est pas connu à ce stade du calcul.

Montages « Comparateurs »

Comparateur simple

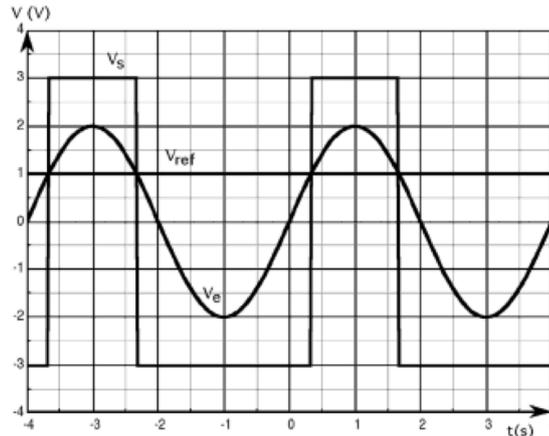
L'absence totale de rétroaction a été testée en TP et on a observé que les deux ALI testés ne pouvaient prendre pour valeur de tension en sortie que V_{sat+} ou V_{sat-} .
(impossibilité de présenter une tension différentielle d'entrée suffisamment petite pour avoir un fonctionnement linéaire de l'AO)

$$\begin{cases} \text{si } V_d \equiv e^+ - e^- > 0 \Rightarrow V_s = V_{sat+} \\ \text{si } V_d \equiv e^+ - e^- < 0 \Rightarrow V_s = V_{sat-} \end{cases}$$



Comparateur non-inverseur

Des composants appelés « comparateurs différentiels » sont utilisés préférentiellement car leur temps de basculement est nettement plus court que celui de ce montage à ALI

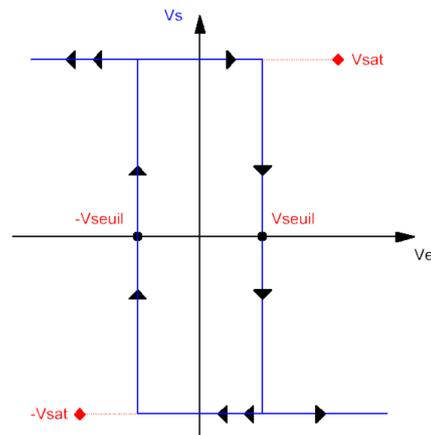
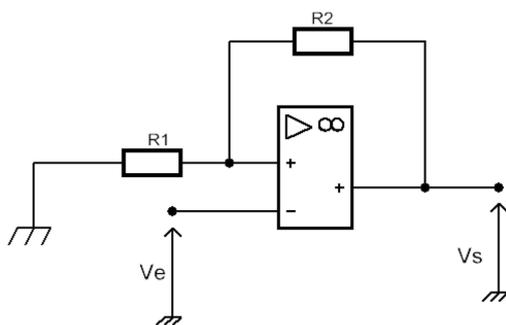


Montages « Comparateurs »

Comparateur à hystérésis

Le comparateur simple n'a qu'un seul seuil de basculement de telle façon qu'au voisinage de cette valeur la commutation peut se faire dans les deux sens un nombre important de fois successivement lorsque la tension fluctue autour du seuil. (imaginez ce que cela donnerait pour un déclenchement d'éclairage public à la tombée de la nuit !) On est donc conduit à envisager un **comparateur à deux seuils**.

Nous avons déjà rencontré le comparateur à hystérésis inverseur et nous avons tracé son cycle de fonctionnement :



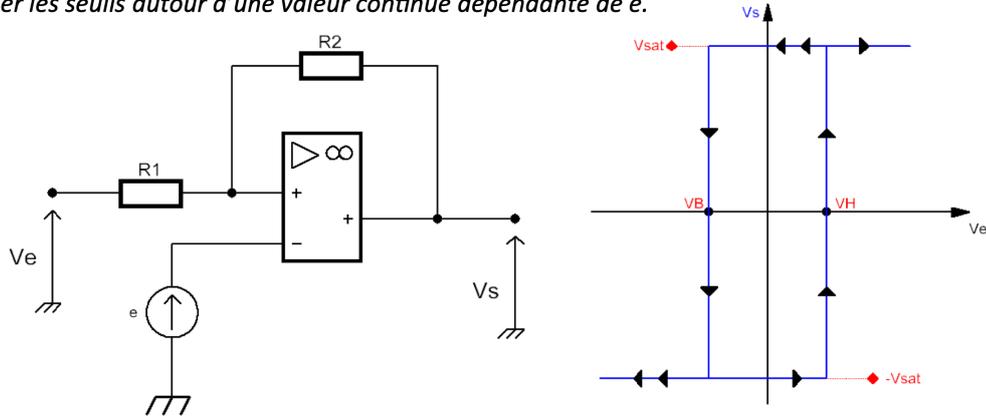
On l'appelle aussi « Trigger de Schmidt inverseur » et les seuils sont sensiblement symétriques

Montages « Comparateurs »

Comparateur à hystérésis

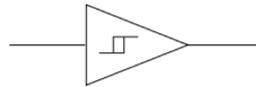
Voici également **le comparateur à hystérésis non inverseur**.

Remarquez sur cet exemple que l'ajout d'une composante continue sur l'entrée inverseuse permettra de décaler les seuils autour d'une valeur continue dépendante de e .



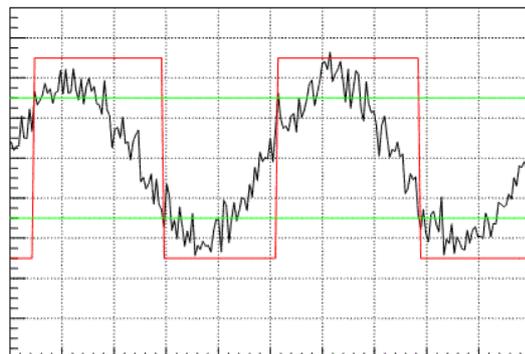
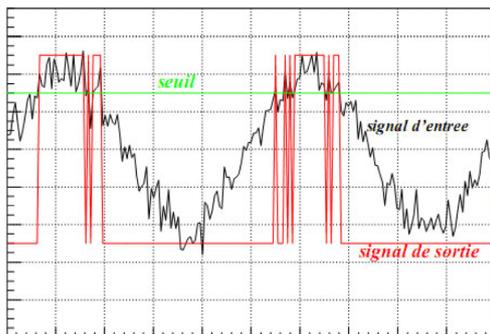
Il est nommé non-inverseur car il commute en $+V_{sat}$ en sortie quand le signal passe au-dessus de la valeur de seuil haute (contrairement au comparateur à hystérésis inverseur)

On l'appelle aussi « Trigger de Schmidt non inverseur » symbolisé globalement par



Montages « Comparateurs »

Calcul et intérêt des deux seuils



Montages « Comparateurs »

Hystérésis et fonction mémoire

Comme on le voit sur les cycles traduisant les états possibles de la sortie fonction de l'entrée, celle-ci dépend non seulement de l'entrée à l'instant t mais également de son « histoire » antérieure. Elle conserve donc une **mémoire** de ses états antérieurs.

Comparateur Non Inverseur : Tant que le niveau d'entrée ne franchit pas la tension seuil (basse) de basculement, la sortie porte le souvenir de l'état « Haut » dépassé en entrée par sa valeur V_{sat+} . Le contenu de la « cellule mémoire » est donc H (ou 1 si on parle d'états logiques). Cet état est donc conservé en mémoire jusqu'à ce que le signal de commande prenne une valeur inférieure au seuil de niveau « Bas » (reprenant l'état logique 0) . **C'est une fonction mémoire.**

Application au stockage de valeurs binaires :

On souhaite stocker une valeur décimale de 4 digits (0 à 9999).

Combien de bits mémoire(et donc de « triggers de Schmidt ») sont nécessaires ?

Oscillateur de relaxation (ou multivibrateur astable)

Définition : Il s'agit d'un type d'oscillateur qui bascule alternativement d'un état à un autre (Haut->Bas, Bas->Haut) chaque état étant instable dans la mesure où l'augmentation continue d'une contrainte dans un état donné implique une évolution vers le seuil de basculement. Aucun état n'est donc stable (ni l'état haut ni l'état bas : ASTABLE) et c'est généralement le temps caractéristique de relaxation des grandeurs dans les deux états qui sera déterminant dans la périodicité des oscillations.

(exemples extérieurs au cours d'électronique sur l'ALI : Thermostat, crissement d'une craie, archet sur cordes, lampe à néon , filet d'air sous une feuille de papier...)

Admettons que l'on dispose d'un quadripôle dont la sortie soit décroissante lorsque l'entrée se trouve à l'état Haut (sortie d'un trigger) : quel type de comparateur (inverseur ou non inverseur) doit-on utiliser pour envisager des oscillations de relaxation quand le circuit sera bouclé ? Quelle(s) autre(s) condition(s) est(sont) nécessaire(s) ? Et si la sortie est croissante lorsque l'entrée se trouve à l'état Haut ?

Un intégrateur inverseur nécessite un bouclage avec quel comparateur ?

Un RC série nécessite un bouclage avec quel comparateur ?

Astable à intégrateur inverseur

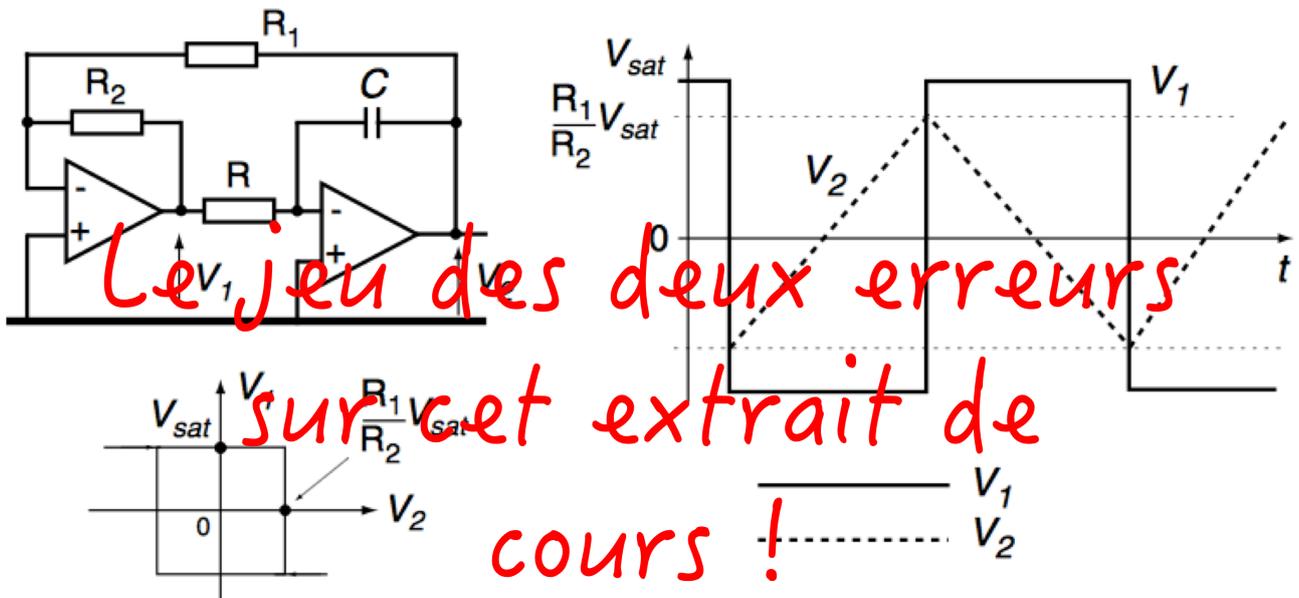


FIG. 10 – Astable à intégrateur

Déterminer sa période et sa fréquence.

Peut-on choisir indépendamment l'amplitude et la fréquence du signal triangulaire ?

Comment s'approcher un signal sinusoïdal ?

Astable à « pseudo-intégrateur »

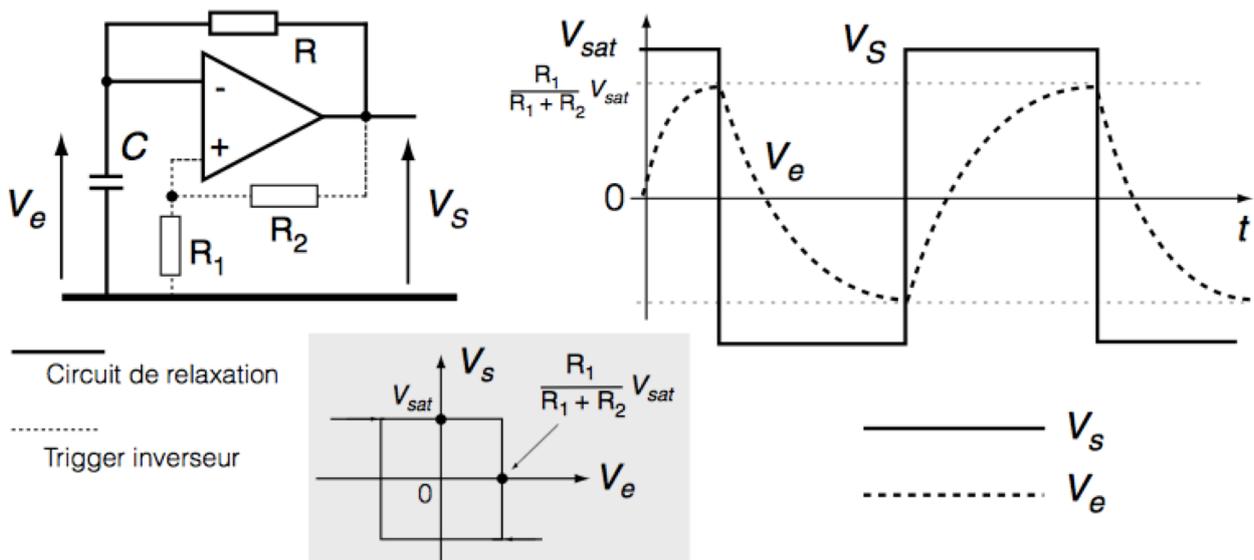


FIG. 8 – Astable montage de base

Déterminer sa période et sa fréquence.

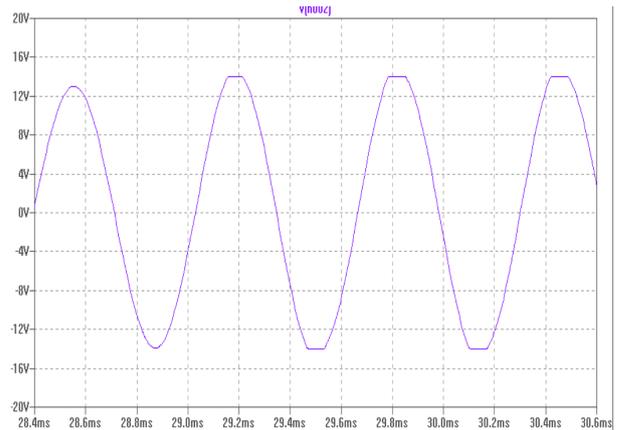
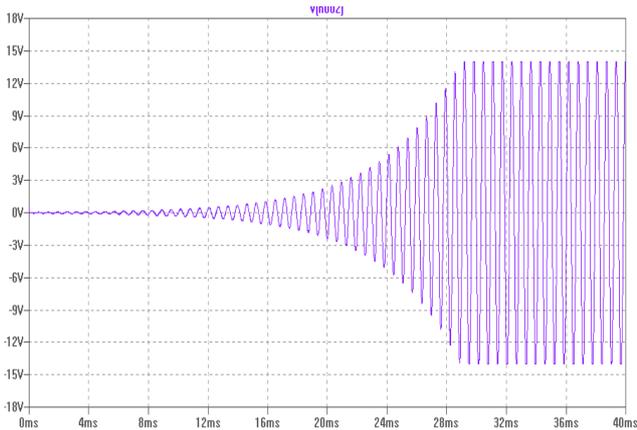
Peut-on choisir indépendamment l'amplitude et la fréquence du signal triangulaire ?

Comment s'approcher un signal sinusoïdal ?

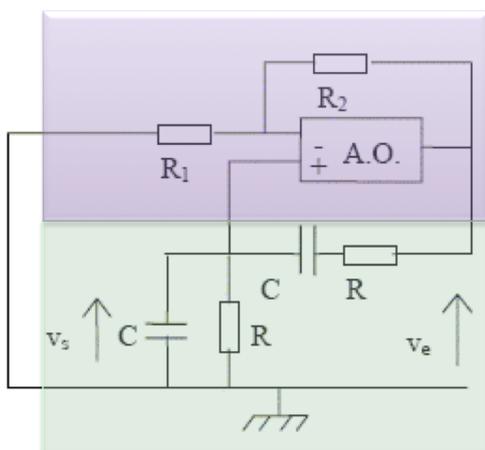
Oscillateur quasi-sinusoïdal

Définition : Il s'agit d'un type d'oscillateur **auto-entretenu** dont l'équation différentielle approche l'équation de l'oscillateur harmonique grâce à une légère sur-compensation des pertes énergétiques intrinsèques.

Dans le cas d'un montage amplificateur à ALI, la tension de sortie de l'ALI affleure les saturations (cf TP) : Lors du démarrage des oscillations, le signal est sinusoïdal divergent (coefficient d'amortissement légèrement négatif) jusqu'à atteindre les saturations correspondant à un comportement non-linéaire du circuit intégré. Les pertes redeviennent alors prédominantes sur l'entretien et la tension retombe dans le domaine linéaire légèrement divergent pendant une demi-période et ainsi de suite.



Oscillateur quasi-sinusoïdal *L'oscillateur à Pont de Wien*



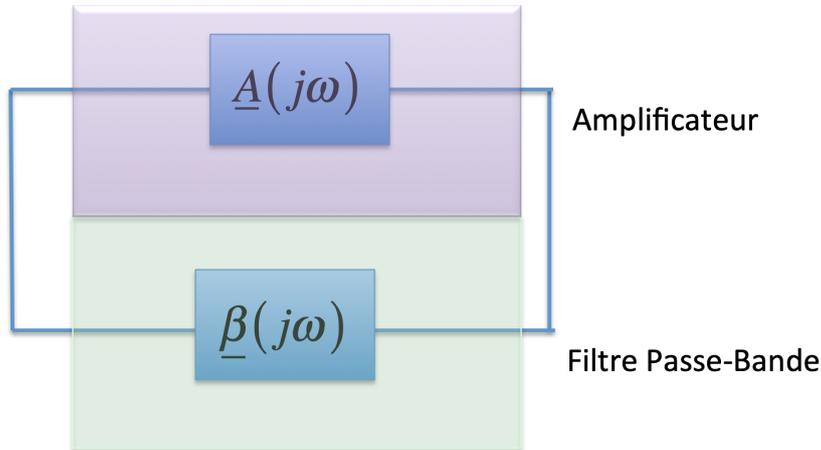
Amplificateur non inverseur

Pont (Filtre) de Wien

- Donner la fonction de transfert du filtre de Wien
- Pulsation caractéristique, facteur de qualité et gain G_c à la pulsation caractéristique
- Noter A le coefficient d'amplification de l'amplificateur non inverseur et donner l'équation différentielle de la tension $v_e(t)$ (sortie de l'ALI) faisant apparaître A
- Que se passe-t-il si $A=3$? Si $A=3,01$? Si $A=2,99$?
- Rôle du produit $A.G_c$? Interprétation de la divergence ou de la convergence vers 0

Oscillateur quasi-sinusoidal

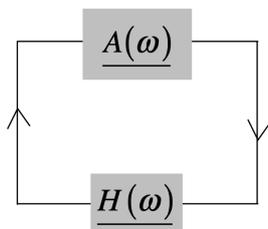
La condition limite de BARKHAUSEN



- Dans le cas du filtre de Wien, l'amplificateur est de gain maximal à la pulsation de résonance. Quel est le déphasage entre l'entrée et la sortie de l'amplificateur ? Et du pont de Wien à la fréquence de résonance ?

- La condition de Barkhausen correspond à : $\underline{A}(j\omega) \cdot \underline{\beta}(j\omega) = 1$. Interpréter en gain et phase. S'agit-il d'une seule égalité d'un point de vue physique ?

- Présentation en simple boucle amplificateur puis filtre :



Le critère de BARKHAUSEN correspond à la limite entre la divergence et la convergence des oscillations c'est à dire lorsque que le signal complexe est multiplié exactement par l'unité lors du parcours de la boucle, soit un gain de boucle :

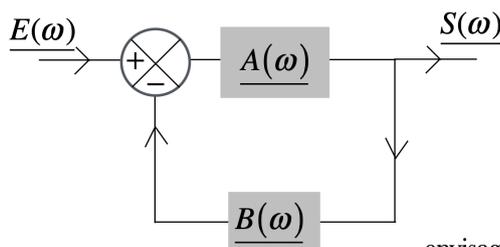
$$\underline{A}(\omega) \cdot \underline{H}(\omega) = 1$$

Cette équation complexe correspond à deux équations réelles :

$$\begin{cases} |A(\omega)| \cdot |H(\omega)| = 1 \\ \arg(\underline{A}(\omega)) + \arg(\underline{H}(\omega)) = 2k\pi \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} \Re(\underline{A}(\omega) \cdot \underline{H}(\omega)) = 1 \\ \Im(\underline{A}(\omega) \cdot \underline{H}(\omega)) = 0 \end{cases}$$

Lorsque l'amplificateur est de gain réel, la seconde permet de déterminer la pulsation de l'oscillateur et la première le gain de l'amplificateur.

- Présentation en schéma-bloc de rétroaction :



Dans cette présentation on rappelle la FTBF :

$$\underline{H}(\omega) \equiv \frac{\underline{S}(\omega)}{\underline{E}(\omega)} = \frac{\underline{A}(\omega)}{1 + \underline{A}(\omega) \cdot \underline{B}(\omega)}$$

Cette FTBF montre qu'une réponse finie non nulle est envisageable en sortie même en absence d'entrée à la condition soit nul, soit :

que le

dénominateur de la FTBF

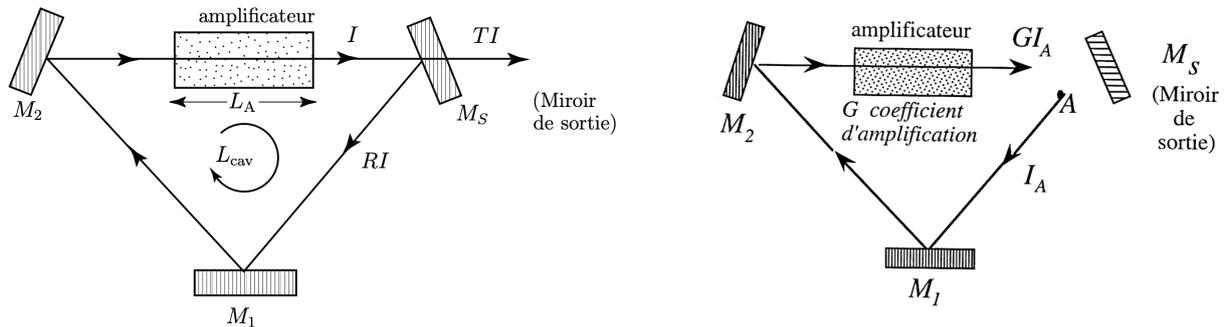
soit nul, soit :

$$1 + \underline{A}(\omega) \cdot \underline{B}(\omega) = 0 \text{ qui s'écrit également}$$

$$\begin{cases} |A(\omega)| \cdot |B(\omega)| = 1 \\ \arg(\underline{A}(\omega)) + \arg(\underline{B}(\omega)) = (2k + 1)\pi \end{cases}$$

Complément « officiel » : Analogie avec le LASER

Laser en anneau



- Dans le cas d'un LASER présentant un milieu amplificateur de longueur traversée L_A et donc de gain d'amplification **en puissance par « tour » ou « aller-retour »** $G(L_A)$ très légèrement supérieur à 1 et de coefficient de pertes **en puissance par « tour » ou « aller-retour »** à la réflexion et à la diffusion $(1-T).(1-A)$ très légèrement inférieur à 1, la condition limite d'oscillation s'écrit pour les puissances : $G(L_A).(1-T).(1-A) = 1$ soit une naissance possible d'oscillations pour : $G(L_A).(1-T).(1-A) > 1$ correspondant quasiment à $G(L_A) - 1 > T + A$ si ces coefficients T et A sont $\ll 1$.

Rajoutons que $G(L_A)$ dépend également de la puissance du rayonnement traversant le milieu amplificateur mais aussi de la pulsation du rayonnement. Ainsi le « léger » dépassement requis correspond à une bande de pulsation assez limitée représentée graphiquement à la page suivante.

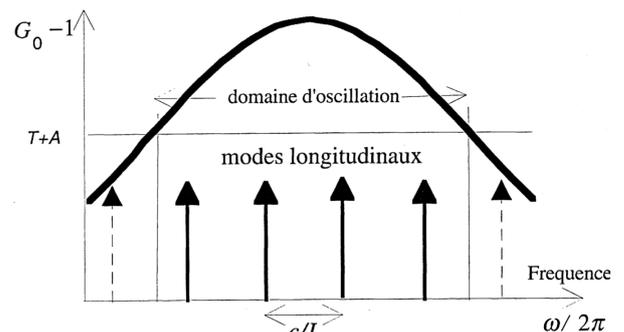
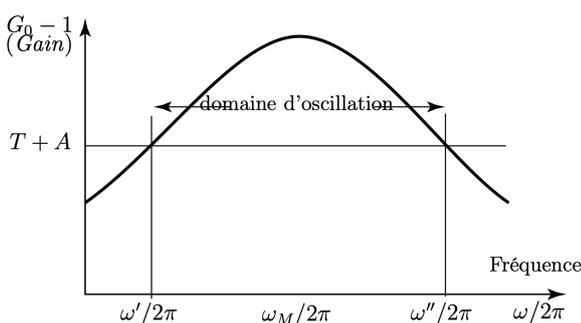
Complément « officiel » : Analogie avec le LASER

Laser en anneau

Ceci ne constitue pas encore un critère de type BARKHAUSEN car il ne s'agit pas d'un produit de grandeurs complexes. En vérité, il faut raisonner sur la grandeur vibratoire soit le champ électrique et utiliser le fait que le champ doit **non seulement revenir avec la même amplitude mais la même phase après un « aller-retour » ou un « tour »**. Cette condition typique d'onde stationnaire dans un milieu limité donne une condition de type :

$$\boxed{L_{\text{parcours}} = k \lambda_k} \Rightarrow \omega_k = \frac{2\pi c}{\lambda_k} = k \cdot \left(\frac{2\pi c}{L_{\text{parcours}}} \right)$$

Visualisation graphique des modes longitudinaux d'un LASER par l'analogie de BARKHAUSEN



Complément « officiel » : Analogie avec le LASER

Présentation en cavité Fabry-Perot

Fonction de transfert d'une cavité Fabry-Perot plan-plan

- Approche usuelle en ondes planes
somme des ondes en sortie

- Déphasage aller-retour : $\phi = 4\pi n L \cos(\theta) / \lambda$
- Champ de sortie :

$$E_{out} = t_1 t_2 e^{i\phi/2} \left\{ 1 + (r_1 r_2 e^{i\phi}) + (r_1 r_2 e^{i\phi})^2 + (r_1 r_2 e^{i\phi})^3 + \dots \right\} E_{in}$$

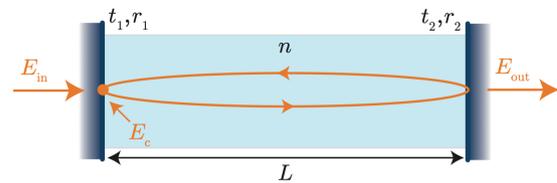
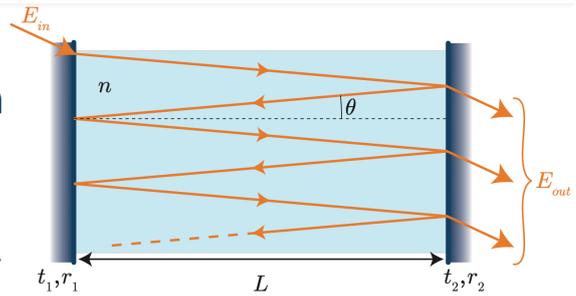
Apparition d'une suite géométrique de raison $r_1 r_2 e^{i\phi}$ soit :

$$E_{out} = \frac{t_1 t_2 e^{i\phi/2}}{1 - r_1 r_2 e^{i\phi}} E_{in}$$

- Approche alternative en ondes planes :
problème auto-compatible

$$E_c = r_1 r_2 e^{i\phi} E_c + t_1 E_{in}$$

$$\Rightarrow E_{out} = \frac{t_1 t_2 e^{i\phi/2}}{1 - r_1 r_2 e^{i\phi}} E_{in}$$



Complément « officiel » : Analogie avec le LASER

Présentation en cavité Fabry-Perot

Transmission en intensité : la fonction d'Airy

- Cavité Fabry-Perot plan-plan symétrique sous incidence normale

- Symétrie : $r_1 = r_2 = r = \sqrt{R}$ et $t_1 = t_2 = t$
- Incidence normale : $t = \sqrt{T}$

- Transmission en intensité :

$$T_{FP} = \left| \frac{E_{out}}{E_{in}} \right|^2 = \frac{T^2}{1 + R^2 - 2R \cos(\phi)}$$

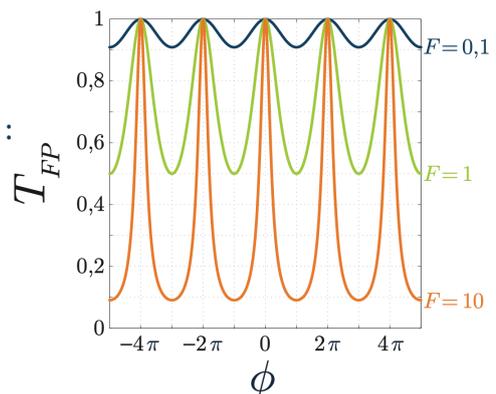
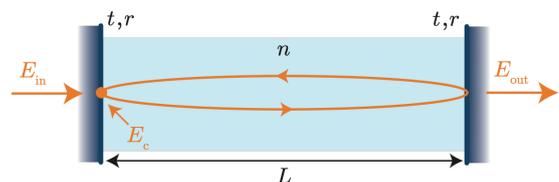
expression pouvant être écrite sous la forme :

$$T_{FP} = \frac{(1 - R)^2}{(1 - R)^2 + 2R[1 - \cos(\phi)]}$$

sachant que $\sin^2(\phi/2) = [1 - \cos(\phi)]/2$ on obtient :

$$T_{FP} = \frac{1}{1 + F \sin^2(\phi/2)} \quad \text{Fonction d'Airy}$$

- F est le coefficient de finesse : $F = \frac{4R}{T^2}$
- ϕ est la phase cumulée sur un aller-retour



Complément « officiel » : Analogie avec le LASER

Présentation en cavité Fabry-Perot

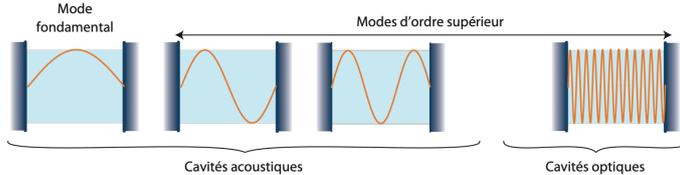
Modes longitudinaux d'une cavité

• Fonction d'Airy : $T_{FP} = \frac{1}{1 + F \sin^2(\phi/2)}$

- Phase cumulée sur un aller-retour : $\phi = 4 \pi n L / \lambda$
- Maxima de la fonction d'Airy pour $\phi_N = N 2 \pi$

→ Longueurs d'ondes résonantes :

$$\lambda_N = 2 n L / N$$

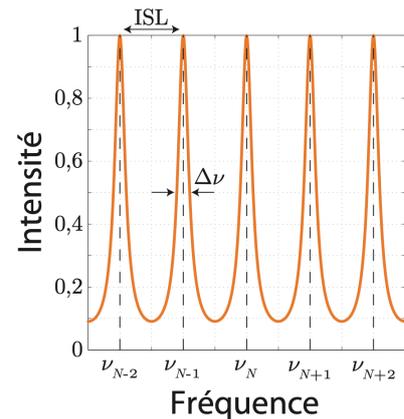
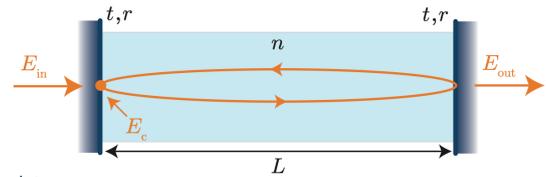


- Intervalle spectral libre (ISL) :

$$ISL = \nu_{N+1} - \nu_N$$

→ Périodicité des résonances (en fréquence) :

$$ISL = c / 2 n L$$



Complément « officiel » : Analogie avec le LASER

Présentation en cavité Fabry-Perot

Cavité Fabry-Perot avec gain / pertes sous incidence normale

- Insertion de gain ou pertes linéiques :

$$E = E_0 e^{-i k z} e^{-\alpha z}$$

avec α coefficient linéique (m^{-1})

représentant les pertes si $\alpha > 0$ ou le gain si $\alpha < 0$

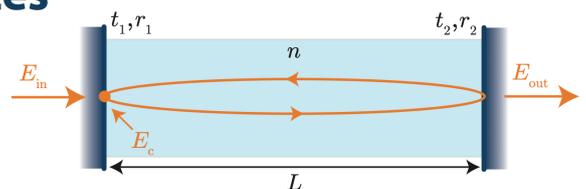
- Problème auto-compatible :

$$E_c = r_1 r_2 e^{-i 2 k L} e^{-2 \alpha L} E_c + t_1 E_{in}$$

Permet de déterminer la transmission : $\frac{E_{out}}{E_{in}} = \frac{t_1 t_2 e^{-i k L} e^{-\alpha L}}{1 - r_1 r_2 e^{-i 2 k L} e^{-2 \alpha L}}$

- Possibilité d'oscillation si le dénominateur s'annule : $r_1 r_2 e^{-i 2 k L} e^{-2 \alpha L} = 1$

- Condition sur la phase (résonance) : $2 k L = 0 [2 \pi]$ soit $\lambda_N = 2 n L / N$
- Condition sur le gain (égalité gain-pertes) : $r_1 r_2 = e^{2 \alpha L}$ ou $\alpha = \ln(r_1 r_2) / (2 L)$



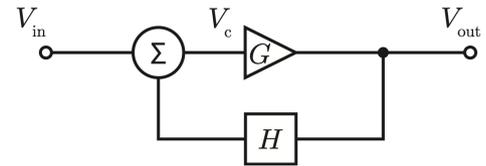
→ Existence du champ en sortie (E_{out}) en absence d'excitation externe (E_{in})

Complément « officiel » : Analogie avec le LASER

Ecriture de la condition de Barkhausen

$$\frac{E_{out}}{E_{in}} = \frac{t_1 t_2 e^{-i k L} e^{-\alpha L}}{1 - r_1 r_2 e^{-i 2 k L} e^{-2 \alpha L}}$$

On peut identifier les fonctions de transfert d'une chaîne directe et d'une chaîne retour (**attention c'est un sommateur en entrée ici et non un comparateur**) :



Transmission du circuit : $\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{G}{1 - HG}$

Critère de Barkhausen : oscillation si annulation du dénominateur : $HG = 1$

- Condition sur la phase (résonance) : $\arg(H(w)) + \arg(G(w)) = 0 [2\pi]$
- Condition sur le gain (égalité gain-pertes) : $|G| |H| = 1$

Complément « officiel » : Analogie avec le LASER

Ecriture de la condition de Barkhausen

$$\frac{E_{out}}{E_{in}} = \frac{t_1 t_2 e^{-i k L} e^{-\alpha L}}{1 - r_1 r_2 e^{-i 2 k L} e^{-2 \alpha L}}$$

→ Existence du champ en sortie (V_{out}) en absence d'excitation externe (V_{in})

→ Analogie avec la transmission du Fabry-Perot avant le miroir de sortie :

$$G \Leftrightarrow e^{-\alpha L} \text{ et } H \Leftrightarrow r_1 r_2 e^{-i 2 k L} e^{-\alpha L}$$

Possibilité d'oscillation si le dénominateur s'annule : $r_1 r_2 e^{-i 2 k L} e^{-2 \alpha L} = 1$

- Condition sur la phase (résonance) : $2 k L = 0 [2\pi]$ soit $\lambda_N = 2 n L / N$
- Condition sur le gain (égalité gain-pertes) : $r_1 r_2 = e^{2 \alpha L}$ ou $\alpha = \ln(r_1 r_2) / (2 L)$

Signalons enfin les gains en puissance équivalents aux gains en champ E dans les deux présentations précédentes :

$$G_{eq}(L_A) = (e^{-\alpha L_A})^2 = (e^{-2\alpha(\omega)L})^2$$

$$1 - T = R = \underline{H_{eq}}(\omega) \cdot \underline{H_{eq}}(\omega)^* = \left(r_1 r_2 e^{-j \frac{4\pi L}{\lambda}} \right) \cdot \left(r_1 r_2 e^{+j \frac{4\pi L}{\lambda}} \right) = (r_1 r_2)^2$$