Optique « physique » (ou ondulatoire)

Chapitre OP-1

Théorie scalaire de la vibration lumineuse Phénomènes d'interférences

La théorie de la vibration scalaire Les limites de l'optique géométrique

L'optique géométrique repose sur la notion fondamentale de rayon lumineux : Lieu des points de l'espace correspondant à une trajectoire possible de la lumière

(le cours de première année postule une propagation en ligne droite dans un milieu homogène transparent, le principe du retour inverse et les lois de Snell-Descartes à l'interface d'un dioptre et d'un miroir)

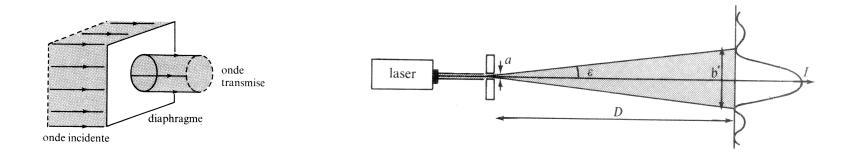
- Les rayons lumineux sont supposés indépendants entre eux
- La marche des rayons lumineux lors de réflexions et réfractions successives (donnée exactement par les lois de Descartes) est obtenue pour des systèmes optiques centrés (et dans les conditions de GAUSS) par des tracés de segments rectilignes utilisant des éléments cardinaux (plans focaux, plans principaux, points nodaux...)
- Les conditions nécessaires de formation des images dans des plans de front sont le stigmatisme et l'aplanétisme (vérifiées de façon approchée dans les conditions de Gauss)

La théorie de la vibration scalaire Les limites de l'optique géométrique

Un faisceau cylindrique (rayon LASER par exemple) donne une représentation intéressante de cette notion de rayon lumineux. Il s'agit alors d'isoler (par la pensée) la puissance lumineuse véhiculée dans ce tronçon d'onde électromagnétique plane de section finie S.

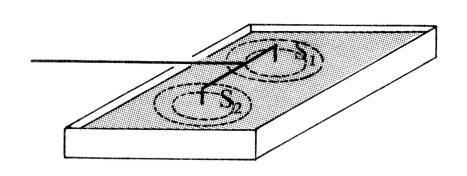
La puissance locale par unité de section normale est donnée par la norme du vecteur de Poynting moyen et la direction et le sens de propagation de la lumière par celles de ce vecteur.

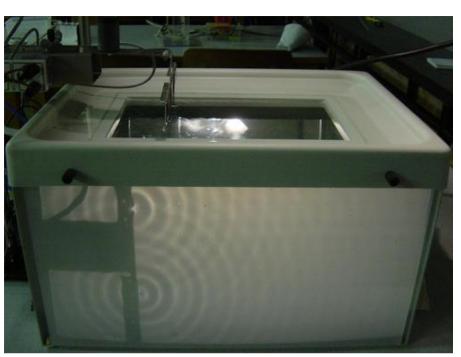
Hélas, si on cherche à isoler un faisceau cylindrique de section la plus faible possible, les lois de l'optique géométrique vont être mises à mal par <u>le phénomène de diffraction</u> dont les effets seront d'autant plus importants que la dimension transversale du faisceau se rapprochera de la longueur d'onde de la lumière monochromatique.



Les conditions d'interférences

Mise en évidence expérimentale sur des ondes mécaniques de faible fréquence



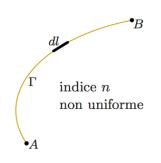


Nécessité de l'additivité, du synchronisme et de la cohérence

Le chemin optique

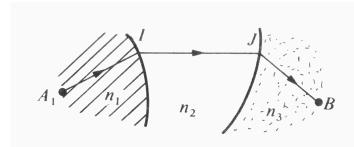
Qu'est-ce qu'un chemin optique ?

Le chemin optique de A à B le long du contour Γ est l'intégrale :



$$(AB) \equiv \int_{A}^{B} n.dl$$

$$(AB) \equiv \int_{A}^{B} n(M).dl = \int_{A}^{B} \frac{c}{v_{\varphi}}.dl = \int_{t_{1}}^{t_{2}} c dt$$



soit la distance parcourue dans le vide pendant la même durée

Quel intérêt pour les interférences ?

Comme il sera indispensable de repérer l'état de phase (état vibratoire de la « vague ») et que celle-ci n'est plus spatialement périodique pour une vibration sinusoïdale monochromatique dans un milieu d'indice variable, on s'intéresse à la longueur fictive de son parcours dans le vide : sur ce « chemin » la vibration monochromatique a une périodicité préservée : c'est la longueur d'onde dans le vide

La théorie de la vibration scalaire Les limites de l'optique géométrique

La résolution des équations de Maxwell dans le vide ou dans un milieu transparent homogène et istotrope fournit pour les composantes E et B du champ une forme générale de <u>solution particulière élémentaire</u> l'Onde Plane Progressive Harmonique (Polarisée Elliptiquement) **OPPHpe** (chapitre Oem)

Le principe de superposition s'applique aux champs électromagnétiques (et non au vecteur de Poynting!) : grandeurs vectorielles qui s'ajoutent en un point donné de l'espace et à un instant t. Les expériences mettant en évidence les <u>phénomènes</u> <u>d'interférences</u> nécessitent de connaître <u>l'amplitude</u> et <u>la phase instantanée et locale</u> de la grandeur vibratoire que l'on choisira pour la description de l'onde lumineuse.

On ne pourra ignorer le caractère vectoriel que dans deux situations :

- Ondes polarisées rectilignement quasi parallèles et de même plan de polarisation
- Ondes de polarisation aléatoire (non-polarisées) : succession de multiples trains d'ondes sur la durée de détection.

On posera alors cette définition de l'amplitude scalaire d'une onde lumineuse monochromatique

$$s(\vec{r},t) = s(\vec{r}).\cos(\omega t - \vec{k}(\vec{r})\vec{r}) = s(\vec{r}).\cos(\omega t - \varphi(\vec{r}))$$

On appelle $\vec{k}(\vec{r})$ le vecteur d'onde local

Le théorème de Malus-Dupin

Ce théorème permet de repérer localement la forme des surfaces équiphases (surfaces d'onde) issues d'une seule source, relativement à la direction des « rayons » lumineux.

Enoncé: « Après un nombre quelconque de réflexions ou de réfractions, les rayons lumineux issus d'une source ponctuelle sont normaux aux surfaces d'onde »

Cela revient à considérer un gradient de phase « localement » uniforme pour les rayons lumineux, soit :

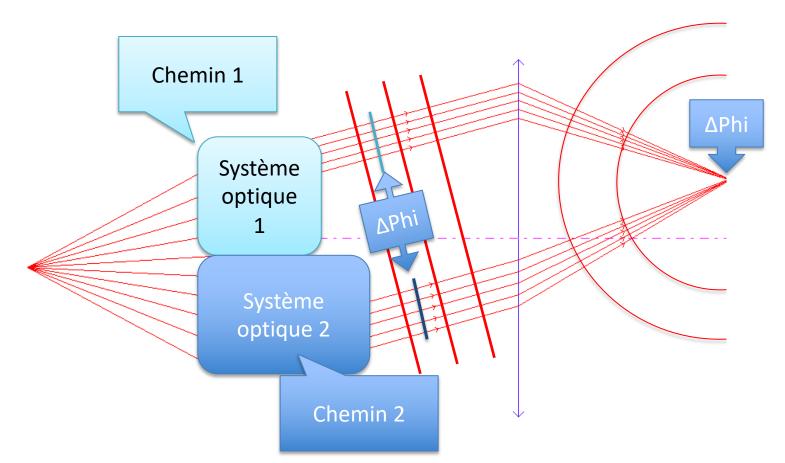
$$\vec{k} = \overrightarrow{grad}(\varphi(\vec{r}))$$

soit des surfaces équiphases perpendiculaires au vecteur d'onde et donc au rayon lumineux

Applications du théorème de MALUS

Le théorème de MALUS nous permet d'évaluer les déphasages dus à des « différences de marche » (différence de chemins optique) en différents points de l'espace atteints par des rayons lumineux provenant de la même source ponctuelle.

Application 1: lentille mince (utilisation du retour inverse)

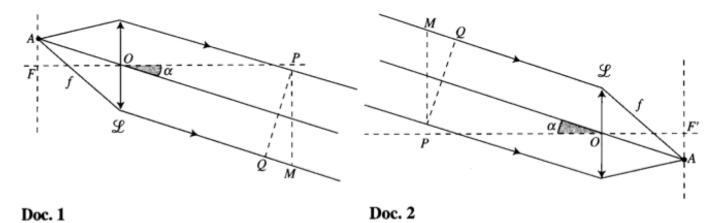


La théorie de la vibration scalaire Applications du théorème de MALUS

On considère une lentille mince convergente dans l'air; elle est :

- soit éclairée par une source ponctuelle placée dans le plan focal objet, hors du foyer (Doc 1);
- soit elle reçoit un faisceau de lumière parallèle sous une incidence α (Doc 2).

Dans les deux cas, on posera: PM = a.

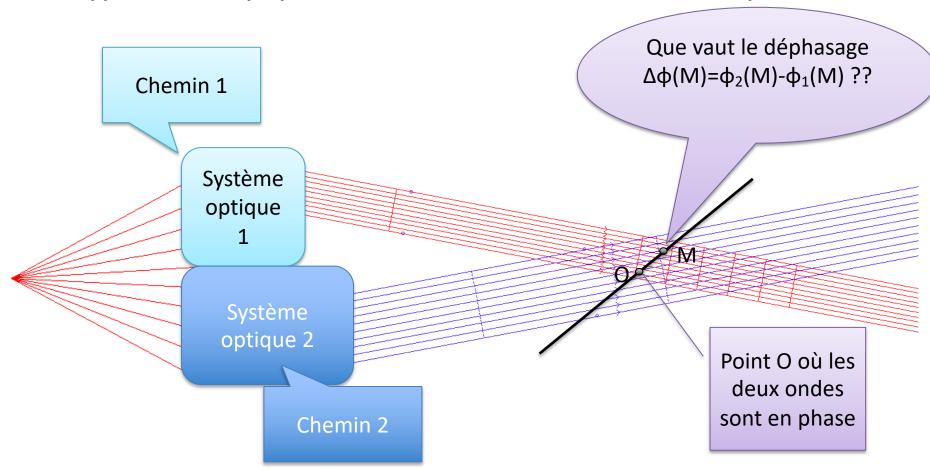


Calculer les différences de chemin optique suivantes :

- 1. dans la situation 1, (AQ) (AP) et (AM) (AP);
- **2.** dans la situation 2, (QA) (PA) et (MA) (PA).

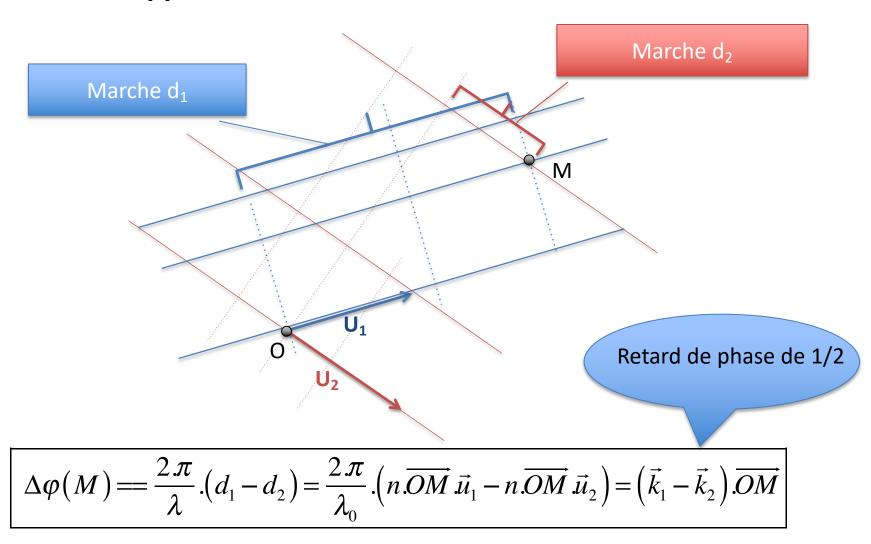
Applications du théorème de MALUS

Application 2 : superposition de deux faisceaux d'ondes localement planes



Application 2 : superposition de deux faisceaux d'ondes localement planes

Applications du théorème de MALUS



L'amplitude lumineuse scalaire

Nous allons associer à chaque point M d'un rayon lumineux une amplitude lumineuse locale et instantanée caractérisant l'état vibratoire de la lumière et vérifiant le principe de superposition de telle façon que si deux ondes arrivent au point M on puisse écrire :

$$s_{1}(M,t) = a_{1}(M) \cdot \cos(\omega_{1}t - \varphi_{1}(M)) = \Re(\underline{s}_{1}) = \Re(a_{1} \cdot e^{j(\omega_{1}t - \varphi_{1})})$$

$$s_{2}(M,t) = a_{2}(M) \cdot \cos(\omega_{2}t - \varphi_{2}(M)) = \Re(\underline{s}_{2}) = \Re(a_{2} \cdot e^{j(\omega_{2}t - \varphi_{2})})$$

$$s(M,t) = a_{1}(M) \cdot \cos(\omega_{1}t - \varphi_{1}(M)) + a_{2}(M) \cdot \cos(\omega_{2}t - \varphi_{2}(M))$$

Puissance lumineuse locale sur un détecteur : Eclairement

Les détecteurs sont quadratiques et leur durée d'intégration τ_d est généralement de plusieurs ordres supérieure aux durées des trains d'ondes et à plus forte raison à la période du signal lumineux monochromatique. On conviendra donc d'appeler <u>éclairement</u> :

$$E_{1}(M) \equiv a_{1}^{2} = \underline{s}_{1}.\underline{s}_{1}^{*} = 2 . \langle s_{1}^{2}(M,t) \rangle_{\tau_{d}}$$

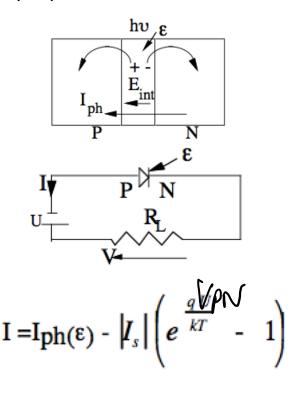
$$E_{2}(M) \equiv a_{2}^{2} = \underline{s}_{2}.\underline{s}_{2}^{*} = 2 . \langle s_{2}^{2}(M,t) \rangle_{\tau_{d}}$$

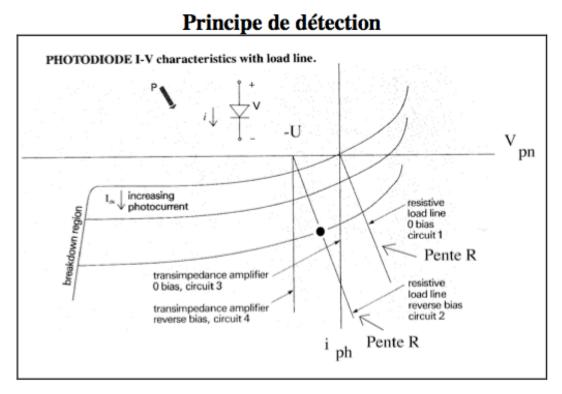
$$E(M) \equiv a_{tot}^{2} = \underline{s}.\underline{s}^{*} = (\underline{s}_{1} + \underline{s}_{2}).(\underline{s}_{1}^{*} + \underline{s}_{2}^{*}) = 2 . \langle s^{2}(M,t) \rangle_{\tau_{d}}$$

Photodétecteurs

Les photorécepteurs exploitent généralement <u>l'effet quantique photoélectrique</u> (interaction énergétique (collision) entre un photon et un électron) :

- Soit l'électron est éjecté du matériau avant de créer un effet d'avalanche :
 photomultiplicateurs
- Soit il y a création d'une paire électron-trou dans la zone de transition entre deux semi-conducteurs dopés P et N : un courant « inverse » traverse la jonction proportionnel au flux lumineux : photodiode, phototransistor.





Le temps de réponse est de l'ordre de l'ordre <u>de quelques µs</u> pour la photodiode.

Photodétecteurs

Un <u>capteur CCD</u> se présente sous forme linéaire (barrette de photodiodes utilisée dans les scanners) ou matricielle (capteur des caméscopes et webcams).

Le courant de chaque photodiode charge un condensateur pendant une durée donnée. Les charges correspondantes sont transférées par un dispositif analogue à un registre à décalage (ici analogique) appelé CCD (coupled charge device – dispositif à transfert de charge).

Le temps de réponse d'une barrette de 2048 pixels est du coup de quelques ms.

Une **photorésistance** est une couche mince de semiconducteur constitué généralement de sulfure de cadmium (CdS). En l'éclairant, le nombre de porteurs et donc la conductivité augmentent.

On peut généralement modéliser par une loi du type $R = \frac{K}{\Phi^n}$ avec n compris entre 0.5 et 1.

Le temps de réponse d'une photorésistance est de plusieurs dizaines de ms.

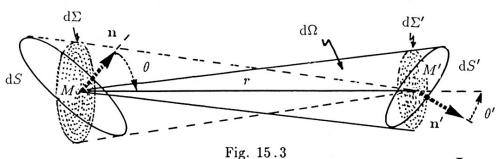
Il existe aussi les **capteurs thermiques (pyro-piezoélectriques)** qui donnent une image en tension de la puissance thermique reçue par le détecteur. Leur temps de réponse est carrément de l'ordre de plusieurs dixièmes de secondes. (idem bolomètres)

Eclairement ou intensité?

Nous ne nous préoccuperons généralement pas de la dimension physique de l'éclairement qui sera systématiquement rapporté à un éclairement de référence (valeur maximale dans le champ de détection la plupart du temps) et encore moins de l'unité de l' «amplitude » de la vibration lumineuse. Toutefois nous devinons que ces grandeurs sont proportionnelles :

- à l'amplitude de la composante du champ électrique pour l'amplitude vibratoire
- à la norme du vecteur de Poynting pour l'éclairement (W/m²)

Pendant de longues années, on a parlé d'« Intensité lumineuse I » en lieu et place de l'« éclairement E ». Il y avait alors confusion avec **l'intensité lumineuse** photométrique d'un faisceau de lumière représentant le flux rayonné par unité d'angle solide dans une direction donnée et dont la valeur énergétique s'exprimait en **Watt par stéradian**.



Soit $d^2\Phi$ le flux lumineux émis par un élément de surface de source dS dans un angle solide $d\Omega$ défini par un élément de surface de détecteur dS', l'intensité émise dans cette direction par la source s'écrit :

$$I \equiv \int_{Source} dI = \iint_{S} \frac{d^{2}\Phi}{d\Omega} \neq E \equiv \int_{Source} dE = \iint_{S} \frac{d^{2}\Phi}{dS'}$$

Interférences à deux ondes

Synchronisme et cohérence

Expression de l'éclairement obtenu par superposition de deux ondes lumineuses

$$s_1(M,t) = a_1(M).\cos(\omega_1 t - \varphi_{S_1 \to M} - \varphi_{01})$$

$$s_2(M,t) = a_2(M).\cos(\omega_2 t - \varphi_{S_2 \to M} - \varphi_{02})$$

$$s(M,t) = a_1(M) \cdot \cos(\omega_1 \cdot t - \varphi_{S_1 \to M} - \varphi_{01}) + a_2(M) \cdot \cos(\omega_2 \cdot t - \varphi_{S_2 \to M} - \varphi_{02})$$

L'éclairement mesuré par un détecteur vaut donc :

$$E(M) = 2 < s^2(M,t) >_{\tau d}$$

$$E(\mathbf{M}) = 2 < (a_1(M) \cdot \cos(\omega_1 \cdot t - \varphi_{S_1 \to M} - \varphi_{01}) + a_2(M) \cdot \cos(\omega_2 \cdot t - \varphi_{S_2 \to M} - \varphi_{02}))^2 >_{\tau d}$$

$$E(\mathbf{M}) = a_1^2 + a_2^2 + 4 a_1 a_2 < \cos(\omega_1 \cdot t - \varphi_{S_1 \to M} - \varphi_{01}) \cdot \cos(\omega_2 \cdot t - \varphi_{S_2 \to M} - \varphi_{02}) >_{\tau d}$$

Interférences à deux ondes

Synchronisme et cohérence

$$E(\mathbf{M}) = a_1^2 + a_2^2 + 2 \ a_1 \ a_2 < \cos((\omega_1 + \omega_2).t - (\varphi_{S_1 - > M} + \varphi_{01} + \varphi_{S_2 - > M} + \varphi_{02}) >$$

$$+ 2 \ a_1 \ a_2 < \cos((\omega_1 - \omega_2).t - (\varphi_{S_1 - > M} + \varphi_{01} - \varphi_{S_2 - > M} - \varphi_{02}) >$$

Considérant les phases indépendantes du temps, le caractère isochrone ($\omega_1 = \omega_2$) des oscillations est donc indispensable pour que le deuxième terme ait une moyenne non nulle. (condition nécessaire de <u>cohérence temporelle mutuelle</u>)

$$E(\mathbf{M}) = a_1^2 + a_2^2 + 2 a_1 a_2 < \cos((\varphi_{S_1 - > M} + \varphi_{01} - \varphi_{S_2 - > M} - \varphi_{02}) >$$

Même si le déphasage dû à la différence de marche optique (géométrique+supplémentaire) est constant, la différence complémentaire ϕ_{01} – ϕ_{02} est pour sa part complètement aléatoire puisque les deux sources sont totalement indépendantes ! En d'autres termes, les trains d'ondes qui se superposent autour d'un instant donné ont un état de phase au départ des sources dont l'écart variera aléatoirement sur la durée de détection de telle manière que la moyenne du cosinus est inévitablement nulle .

$$\Rightarrow E(M) = a_1^2 + a_2^2 = E_1 + E_2$$
 Pas de terme d'INTERFERENCES!

Interférences à deux ondes

Cohérence Mutuelle

C'est le problème de cohérence mutuelle : deux ondes émises par deux sources ponctuelles monochromatiques distinctes sont incohérentes, c'est-à-dire complètement décorrèlées . On palliera ce problème en réalisant des interférences entre deux sources secondaires issues d'une même source primaire : division de front d'onde ou division d'amplitude.

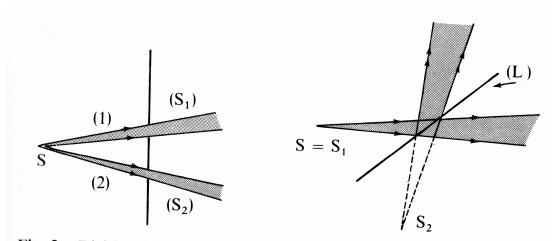
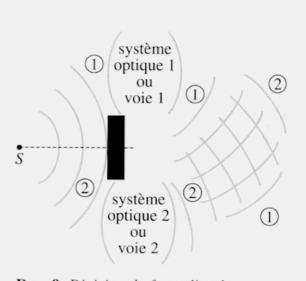
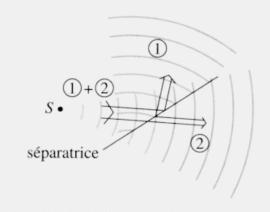


Fig. 2. Division du front d'onde.

Fig. 3. Division d'amplitude.



Doc. 9. Division du front d'onde.

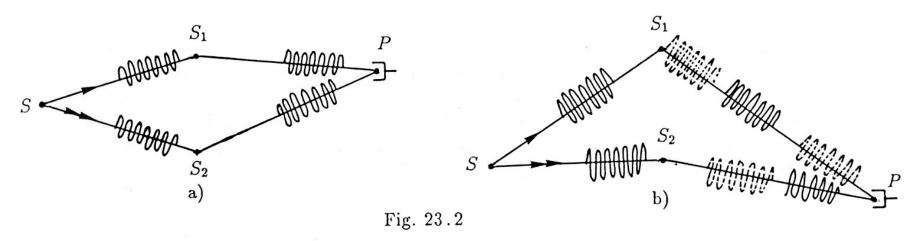


Doc. 10. Division d'amplitude.

Interférences à deux ondes

Cohérence Temporelle

Même dans le cas d'une même source primaire cette différence peut être aléatoire si les trains d'onde ont une longueur de cohérence (longueur dans le milieu propagateur $L_c=c.\tau_c$) supérieure à la différence de marche entre les deux trajets pour atteindre le point M. Dans le cas contraire, des trains d'ondes successifs et donc différents en phase se superposent au point M et on se retrouve dans une situation d'incohérence



On retiendra donc que deux ondes issues d'une même source ponctuelle monochromatique ne sont cohérentes que si la différence de marche δ est inférieure en valeur absolue à la longueur de cohérence de la source.

$$\tau_c(LASER) # 10^{-8} s$$
 et $\tau_c(Lampe spectrale) # 10^{-12} s$

Interférences à deux ondes

Phase et différence de marche

La phase subit une discontinuité de π lors :

- d'une réflexion sur un métal.
- d'une réflexion sur un dioptre dans le sens milieu moins réfringent -> plus réfringent.(n₂>n₁)
- du passage par un point de convergence.

Pour une onde monochromatique de pulsation ω (ou de longueur d'onde dans le vide λ_0), la différence de phase à tout instant entre deux points A et B s'écrit :

$$\varphi(A \to B) = \frac{2\pi}{\lambda_0} (AB) + \varphi_{\text{sup}}$$

arphi(A o B) retard de phase en B dû à la propagation et aux discontinuités de phase de A à B.

$$E(\mathbf{M}) = a_1^2 + a_2^2 + 2 a_1 a_2 \cos(\varphi_{S_1 \to M} - \varphi_{S_2 \to M})$$

Ou bien en faisant apparaître le chemin optique et les déphasages supplémentaires :

$$E(\mathbf{M}) = a_1^2 + a_2^2 + 2 \ a_1 \ a_2 \cos(\frac{2\pi}{\lambda_0} ((S_1 M) - (S_2 M)) + \varphi_{\sup_{S_1 M}} - \varphi_{\sup_{S_2 M}})$$

En l'absence (fréquente) de déphasages supplémentaires et par définition des éclairements :

$$E(\mathbf{M}) = E_1 + E_2 + 2\sqrt{E_1}\sqrt{E_2}\cos(\frac{2\pi\delta}{\lambda_0})$$

Interférences à deux ondes

Formule de FRESNEL

Lorsque les ondes sont synchrones et cohérentes, on observe un phénomène d'interférences. L'éclairement total diffère de la somme des éclairements par le terme d'interférences.

On appelle « formule des interférences à deux ondes » ou « formule de FRESNEL » l'expression de l'éclairement :

$$E_{tot} = E_1 + E_2 + 2\sqrt{E_1 E_2} \cos(\Delta \varphi) = E_1 + E_2 + 2\sqrt{E_1 E_2} \cos\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda_0}\right)$$

On **note p l'ordre d'interférence** en un point M : $p \equiv \frac{\sigma}{\lambda}$

$$p \equiv \frac{\delta}{\lambda_0}$$

Si p=k entier, on dit que l'interférence est constructive, les deux vibrations sont en phase et E=Emax. Si p est demi-entier (k+1/2) l'interférence est destructive (opposition de phase).

A quelle condition l'éclairement total est-il nul ? (lumière+lumière = obscurité)

Les phénomènes d'interférences Interférences à deux ondes

Formule de FRESNEL

En utilisant les hypothèses de « synchronisme » et de cohérence dès le départ du raisonnement, une présentation complexe résume l'obtention de la formule de FRESNEL :

On écrit les forme complexes des amplitudes vibratoires instantanée et locale sur deux rayonnement lumineux susceptibles de se superposer :

$$\underline{\underline{S}_{1}}(M,t) = a_{1}(M).e^{j(\omega t - \varphi_{1}(M))} = \underline{S}_{1}(M).e^{j(\omega t)}$$

$$\underline{\underline{S}_{2}}(M,t) = a_{2}(M).e^{j(\omega t - \varphi_{2}(M))} = \underline{\underline{S}_{2}(M)}.e^{j(\omega t)}$$

Retrouver rapidement la formule des interférences de FRESNEL donnant l'éclairement local $E_{TOT}(M)$ fonction de $E_1(M)$, $E_2(M)$ et du déphasage des vibrations en M $\Delta \varphi(M) = \varphi_1(M) - \varphi_2(M)$

Interférences à deux ondes

Contraste ou Visibilité

On définit le **contraste** ou **facteur de visibilité V** comme le coefficient pondérant les variations spatiales dans l'expression de l'éclairement :

$$E = E_{moyen} \cdot \left(1 + V(M) \cdot \cos\left(\frac{2\pi\delta(M)}{\lambda_0}\right)\right)$$

C'est une grandeur définie à priori localement (zone de détection sur laquelle la différence de marche peut varier de quelques longueurs d'onde).

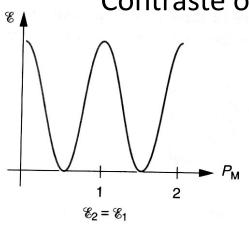
Montrez que :
$$V = \frac{E \max_{local} - E \min_{local}}{E \max_{local} + E \min_{local}}$$

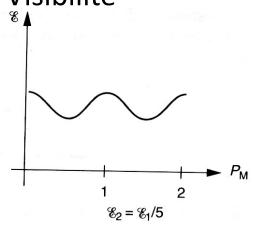
Que vaut ce contraste dans le cas des interférences à deux ondes d'éclairements E₁ et E₂ ?

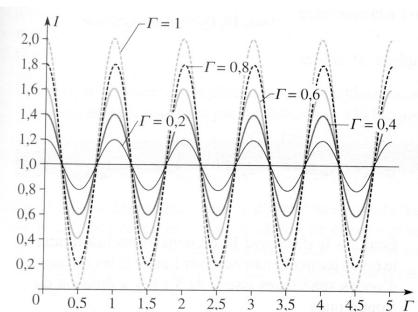
Cas particulier où
$$E_1 = E_2 = E_0$$

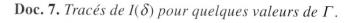
Interférences à deux ondes

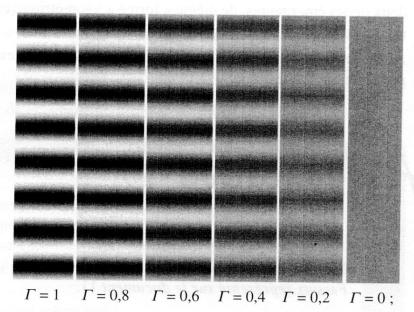
Contraste ou Visibilité





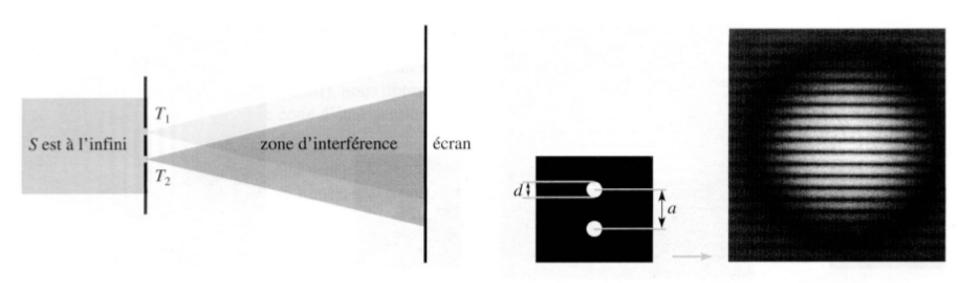






Doc. 8. Allure des franges d'interférences pour quelques valeurs de Γ .

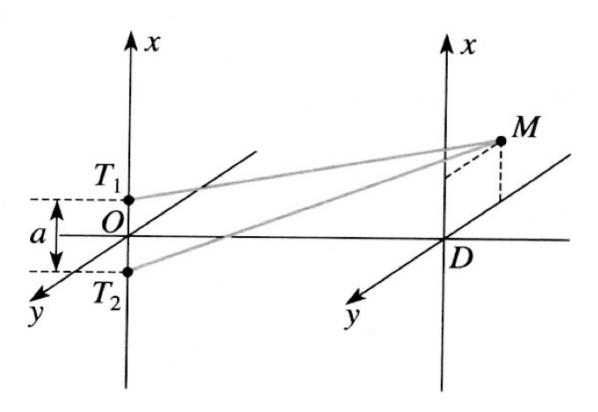
Figure d'interférences



Doc. 10. Trous de Young éclairés à l'aide d'un faisceau parallèle issu d'une source ponctuelle à l'infini arrivant à incidence quasi normale sur le dispositif : mise en évidence de la zone d'interférence.

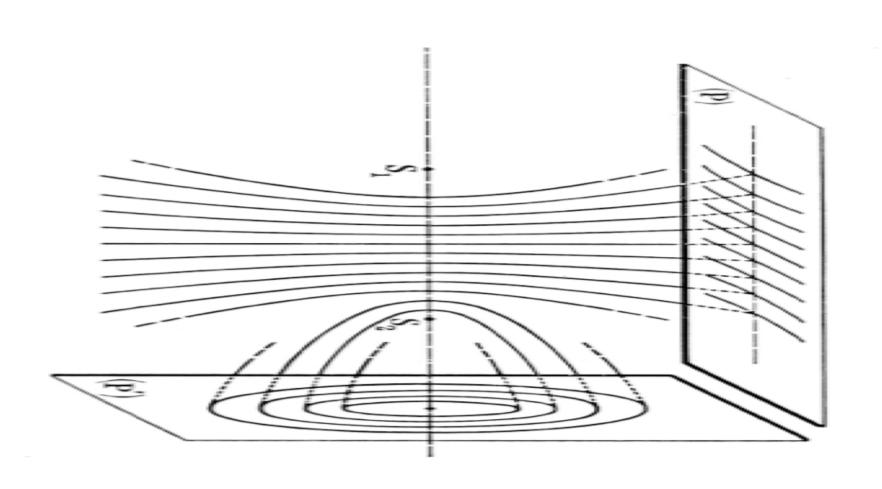
Doc. 11. Aspect de l'écran lorsque les trous de Young sont éclairés par un faisceau laser parallèle.

Calcul de la différence de marche

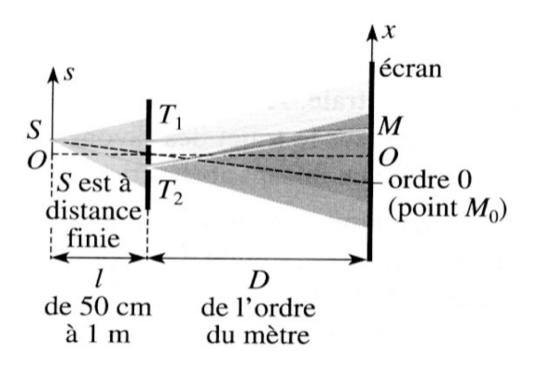


Doc. 16. Repérage des points pour le calcul de $\delta(M) = T_2M - T_1M$.

Hyperboloïdes équiphases

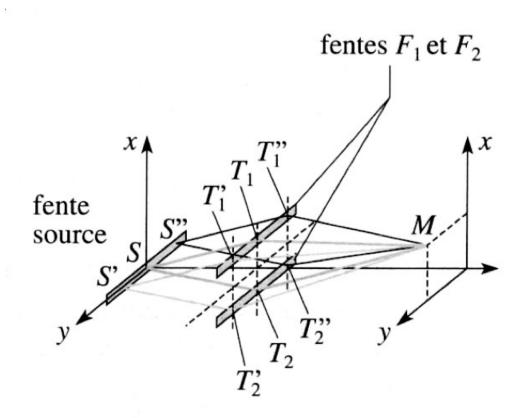


Source ponctuelle hors de l'axe



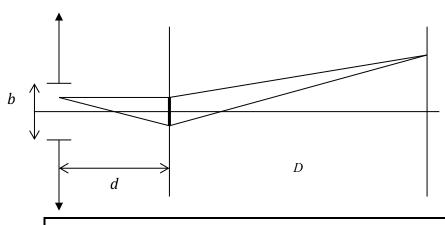
Doc. 30. La source ponctuelle S est située à distance finie, hors du plan médiateur de T_1T_2 : l'ordre 0 n'est pas en O.

Extension(s) transversale(s) de la source primaire



Doc. 33. Les états d'interférence dus à S, S' et S'' sont identiques en M.

Cohérente spatiale de la fente source



Montrer que :

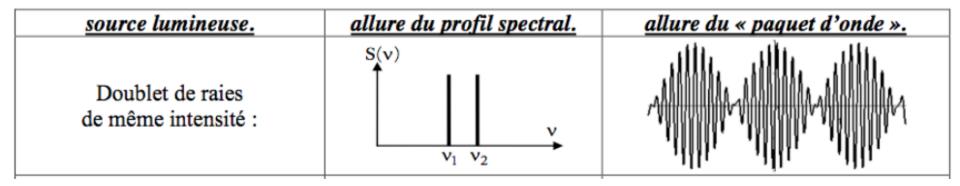
$$I = I_0 \left\{ 1 + \sin c(u) \cdot \cos \left(\frac{2\pi ax}{\lambda D} \right) \right\}$$

$$\text{avec } u \equiv \frac{\pi ab}{\lambda d}$$

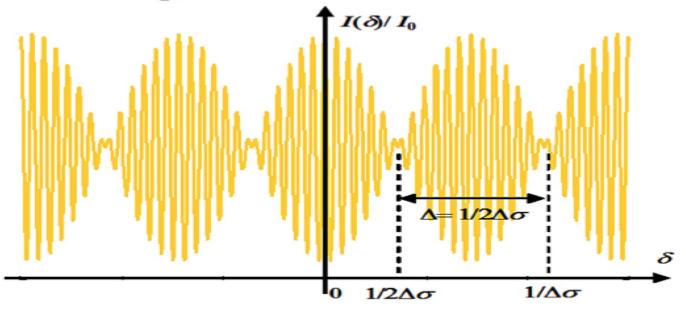
Soit un facteur de contraste : $\Gamma = \sin c(u) \equiv \frac{\sin u}{u}$

$$l \equiv \frac{\lambda d}{b} = \frac{\lambda}{\alpha}$$
 est appelée largeur de cohérence de la source

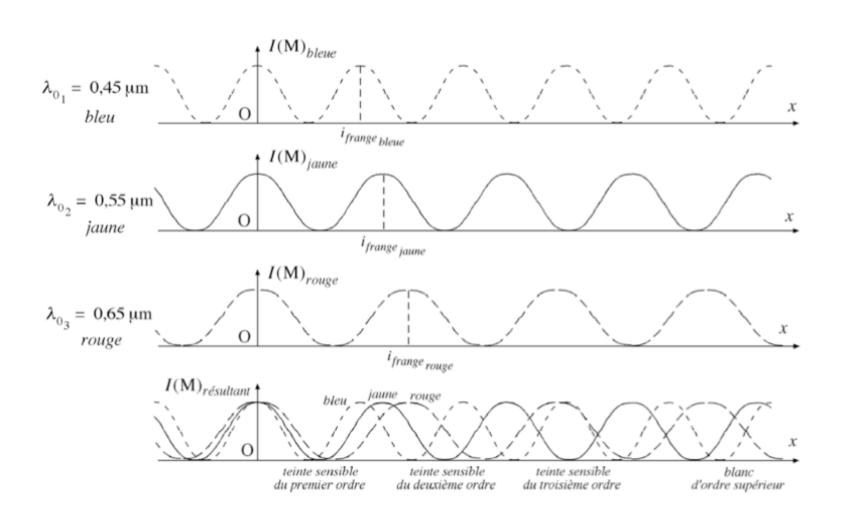
Doublet Spectral



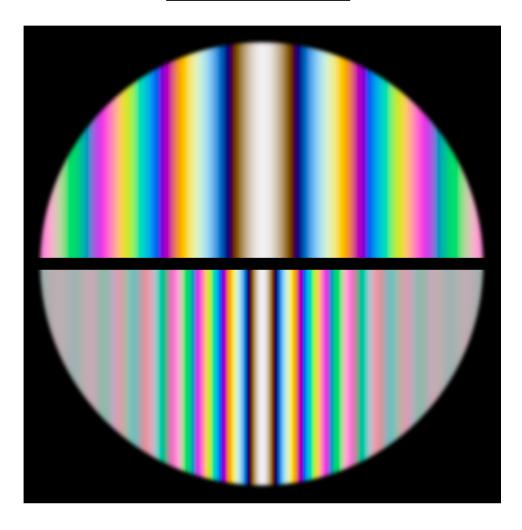
Interférogramme du doublet du sodium idéal



Lumière blanche



Lumière blanche



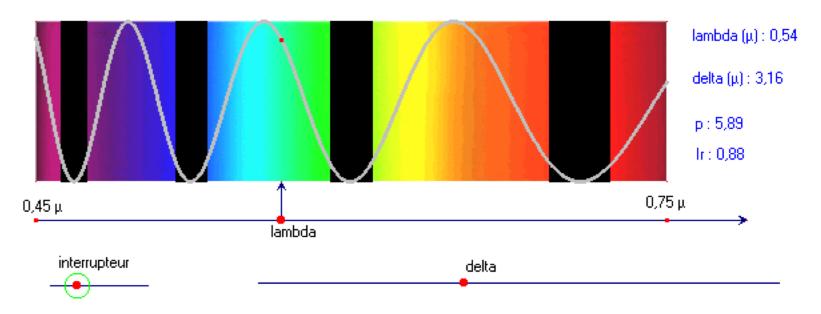
Cannelures dans le blanc d'ordre supérieur

Spectre cannelé

Modifier le différence de marche, delta, au point étudié ...

En déduire le nombre de cannelures noires apparues dans le spectre de la lumière visible (elles correspondent à des ordres d'interférence "demi-entiers" : p = n + 1/2)

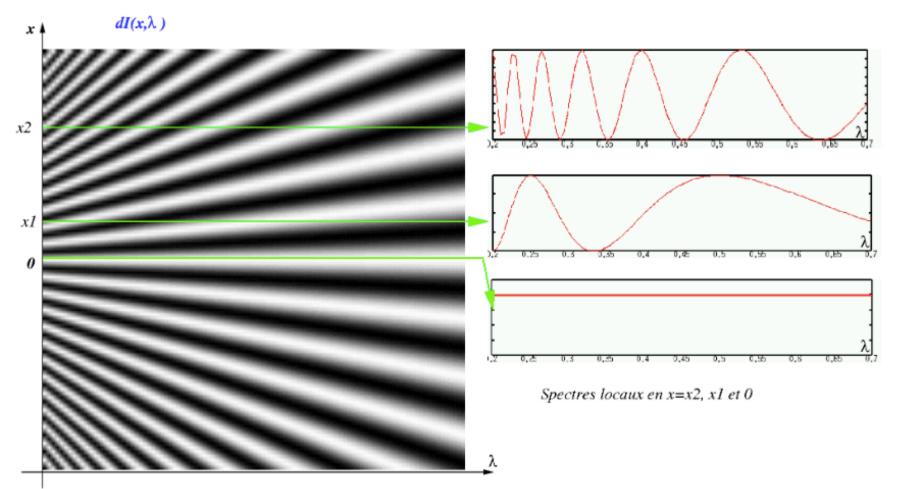
Utiliser l'interrupteur pour tracer la courbe représentant l'intensité spectrale relative.

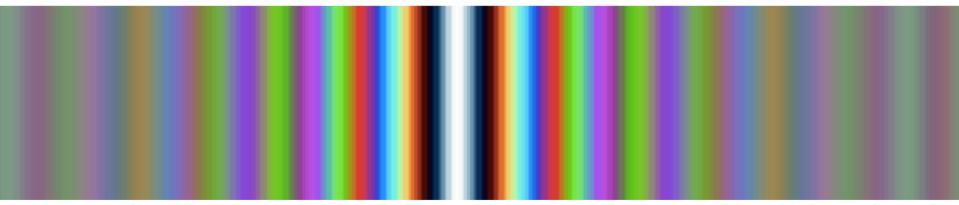


Remarque : la luminosité est représentée en'' tout ou rien'' noir au voisinage des cannelures, non modifiée ailleurs ...

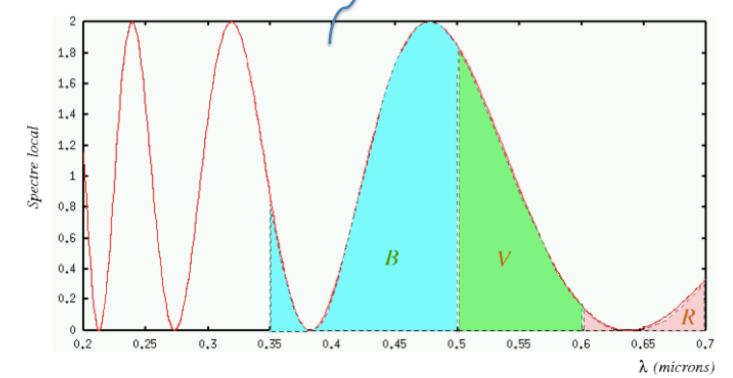
Impression visuelle

$$dI(x,\nu) = \frac{2}{\lambda^2 d^2} F(\nu) d\nu \left(1 + \cos\left(2\pi\nu \frac{ax}{cD}\right) \right)$$

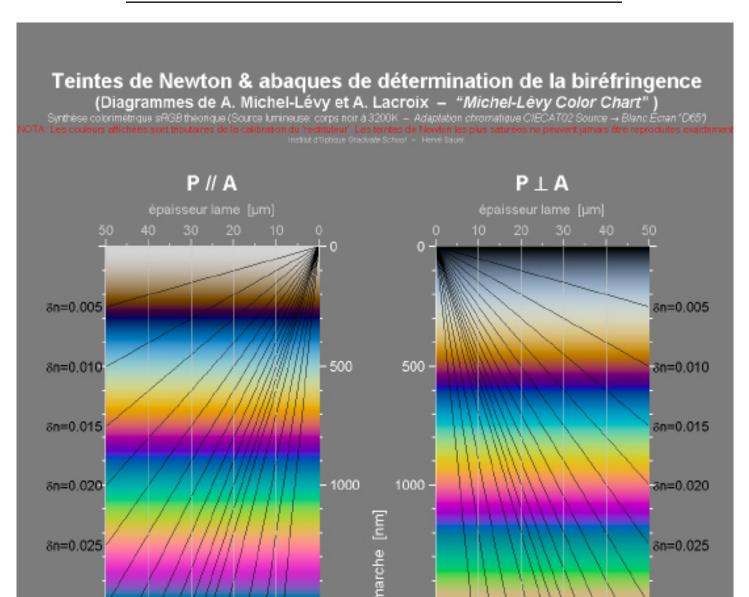




oung en lumière blanche. Autour de la frange blanche, on observe un dégradé de couleurs fort teintes de Newton

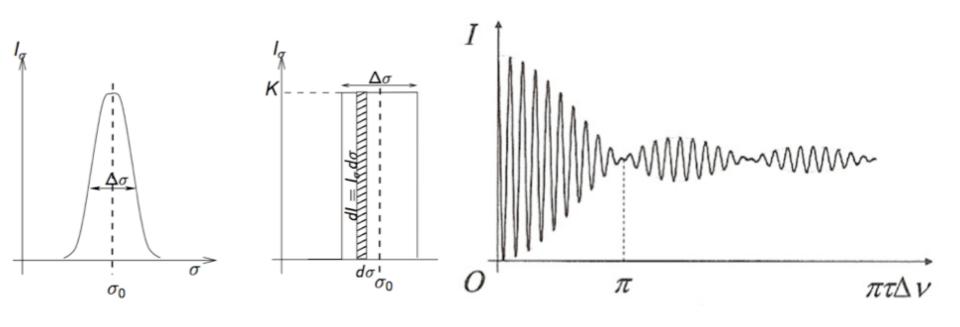


Utilisation de l'échelle des teintes de newton



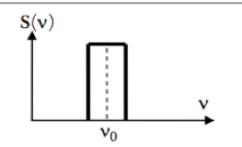
δ (nm)	centre blanc	centre noir
0	blanc	noir
40	blanc	gris de fer
97	blanc jaunâtre	gris lavande
158	blanc jaunâtre	bleu gris
218	brun jaune	gris plus clair
234	brun	blanc verdâtre
259	rouge clair	blanc
267	rouge carmin	blanc jaunâtre
275	brun rouge sombre	jaune paille pâle
281	violet sombre	jaune paille
306	indigo	jaune clair
332	bleu	jaune vif
430	bleu gris	jaune brun
505	vert bleuâtre	orangé rougeâtre
536	vert pâle	rouge chaud
551	vert jaunâtre	rouge plus foncé
565	vert plus clair	pourpre
575	jaune verdâtre	violet
589	jaune d'or	indigo
664	orangé	bleu de ciel
728	orangé brunâtre	bleu verdâtre
747	rouge carmin clair	vert
826	pourpre	vert plus clair
843	pourpre violacé	vert jaunâtre
866	violet	jaune verdâtre

« Modèle » du profil rectangulaire



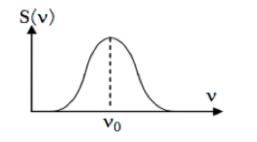
« Modèles » de profils de « raie »

Distribution rectangulaire



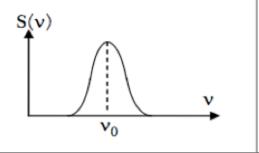
Raie gaussienne (attribuée à l'effet doppler, donc rôle de T)

$$S(v) = I_0 \exp \left[-\frac{\left(v - v_0\right)^2}{2\sigma^2} \right].$$

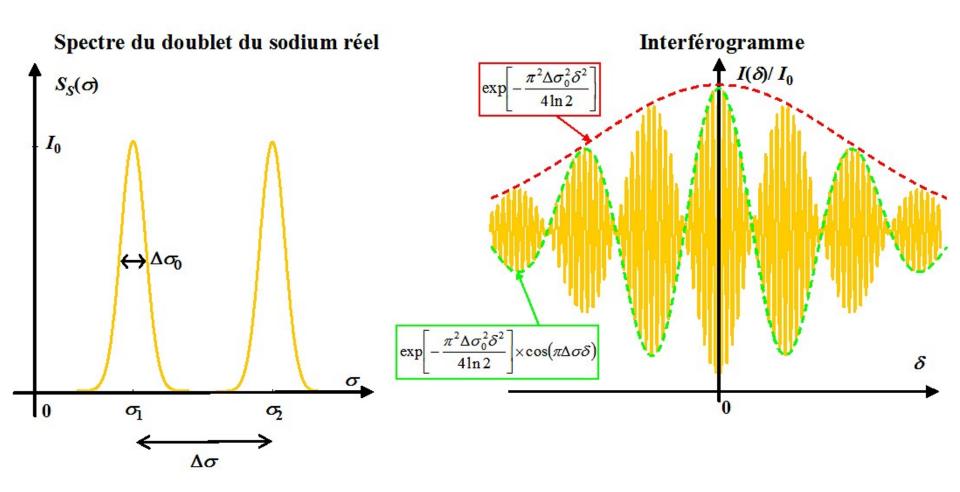


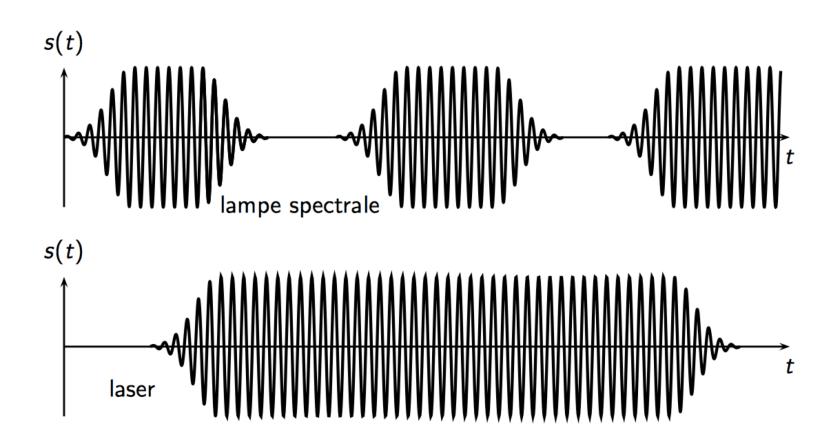
Raie lorentzienne (attribuée aux collisions, donc rôle de P)

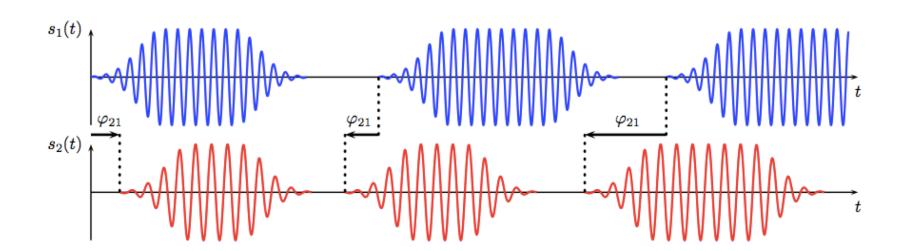
$$S(\nu) = \frac{I_0}{1 + 4\pi^2 \tau_c^2 (\nu - \nu_0)^2}$$



Un modèle de spectre continu pour le doublet du sodium







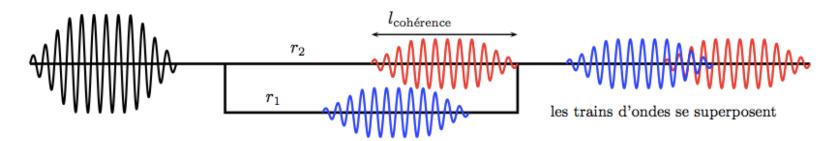


Fig. 16 – Longueur de cohérence - $\delta < l_{\text{cohérence}}$

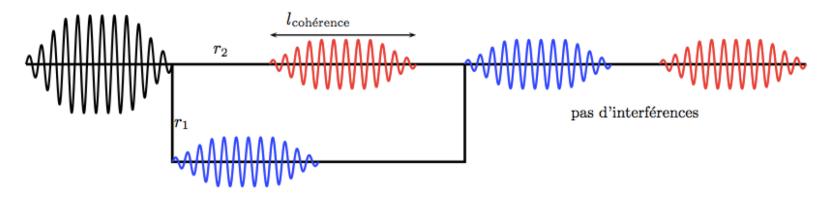


Fig. 17 – Longueur de cohérence - $\delta > l_{
m cohérence}$

source lumineuse.	allure du profil spectral.	allure du « paquet d'onde ».
Doublet de raies de même intensité :	V_1 V_2	
Distribution rectangulaire	S(v)	
Raie gaussienne (attribuée à l'effet doppler, donc rôle de T) $S(v) = I_0 \exp \left[-\frac{(v - v_0)^2}{2\sigma^2} \right].$	S(v) v	
Raie lorentzienne (attribuée aux collisions, donc rôle de P) $S(v) = \frac{I_0}{1 + 4\pi^2 \tau_c^2 (v - v_0)^2}$	V_0	

Trains d'onde et cohérence temporelle

On écrit souvent que le « temps » de cohérence est <u>la durée moyenne d'un train</u> <u>d'onde émis par la source</u>. Puisque le paquet d'onde temporel est la transformée de Fourier inverse du spectre fréquentiel, cette durée est inversement proportionnelle à la largeur caractéristique du spectre en fréquence :

$$\tau_C \equiv \frac{1}{\Delta v} \left(= \frac{1}{\Delta f} \right)$$

Il sera défini en fonction du profil de raie:

- Pour la **Gaussienne** précédente : la largeur à mi-hauteur vaut environ 2,35 sigma et le temps de cohérence lui sera inversement proportionnel.
- Pour la **Lorentzienne** : la largeur à mi-hauteur vaut l'inverse de Pi fois le temps de cohérence.

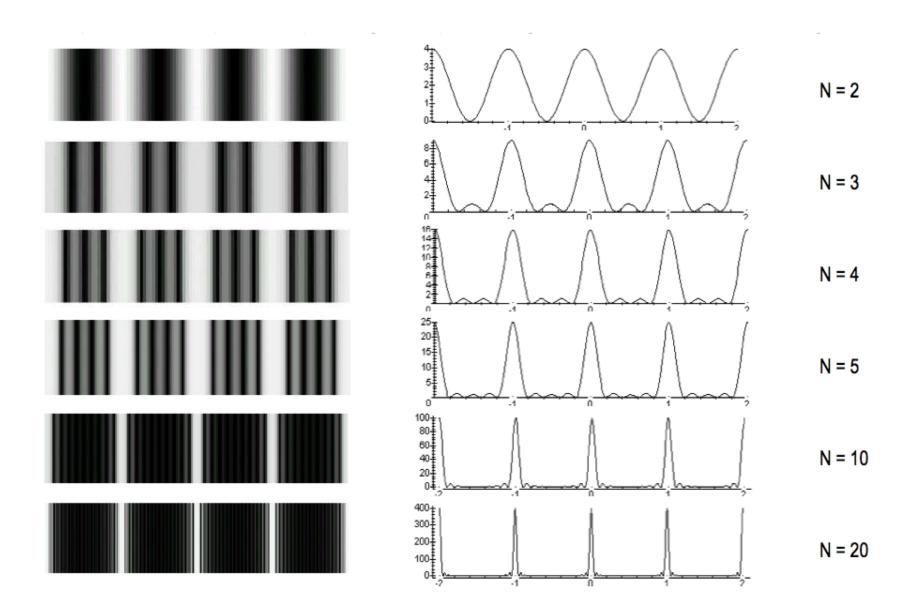
A ce temps de cohérence on associe une longueur de cohérence définie comme la longueur du train d'onde dans le vide, soit, en relation avec la définition du nombre d'onde :

$$\sigma = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{cT} = \frac{v}{c}$$

$$L_c = c.\tau_c = \frac{c}{\Delta v} = \frac{1}{\Delta \sigma} \left(= \frac{\lambda_0^2}{\Delta \lambda} \right)$$

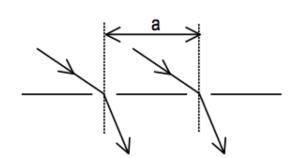
Source	$\lambda_0 \text{ (nm)}$	$\Delta\lambda$ (nm)	τ_c (s)	L_c (m)	N_f
Laser He-Ne	632.8	10^{-3}	10^{-9}	0.3	50 000
Raie rouge de l'hydrogène	656.2	0.1	10^{-11}	0.004	6500
Lumière du Soleil	500	400	2.10^{-15}	6.10^{-7}	1
Lumière blanche + filtre étroit	500	20	3.10^{-14}	10^{-5}	25

	df	τ (s)	$L_c = c\tau$
Raie D du sodium	10GHz	10^{-10}	3cm
Laser He-Ne multimode	1.5GHz	6.710^{-10}	20cm
Raie verte du Hg	1GHz	10^{-9}	$30 \mathrm{cm}$
Raie jaune du Kr	400MHz	2.510^{-9}	$75 \mathrm{cm}$
Laser monomode	1MHz	10^{-6}	300m
Laser He-Ne monomode stabilisé	100kHz	10^{-5}	3km



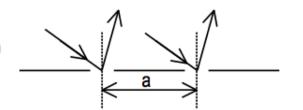
a) Réseau par transmission

Les réseaux plans par transmission sont constitués de N motifs identiques ou traits très longs, de hauteur h, $\lambda << h$ ($h > 10^5 \lambda$), juxtaposés sur une longueur totale L, régulièrement répartis au nombre de n traits par unité de longueur, distants de a, le pas du réseau ou période spatiale de la transparence (h >> a).



b) Réseau par réflexion

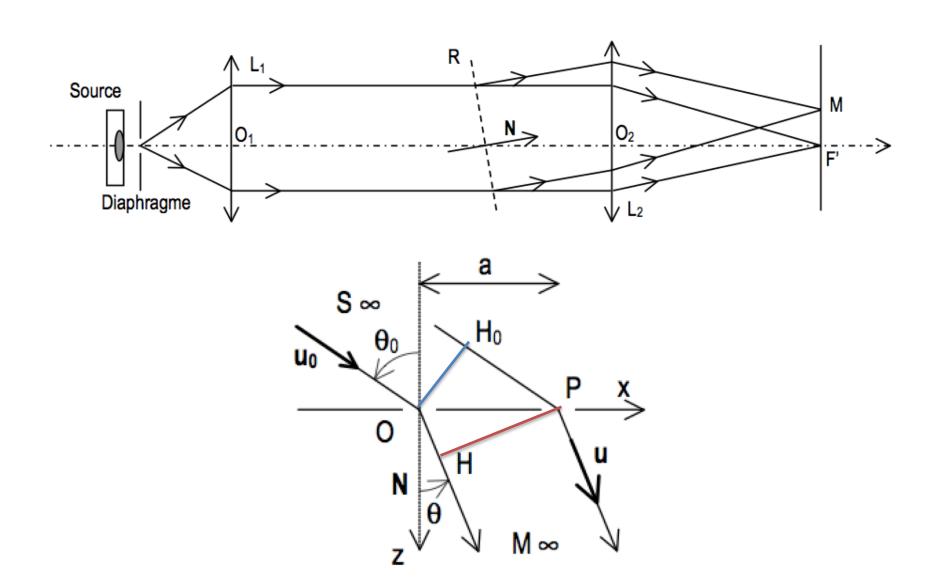
Les réseaux plans par réflexion sont, eux, caractérisés par un coefficient de réflexion périodique obéissant aux mêmes définitions.

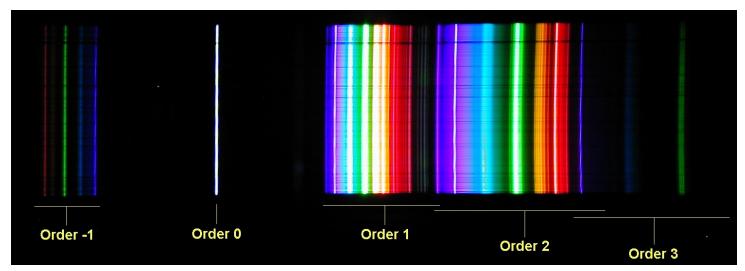


c) Caractéristiques techniques

	n nombre de traits par unités de longueur	a (cm)	L (cm)	N
	mm ⁻¹	Période spatiale	Largeur du réseau	Nombre total de traits
Moyen	100	10 ⁻³	2	2.10 ³
Classique	300	3.10 ⁻⁴	3	104
Performant	1000	10 ⁻⁴	4	4.104

a est le pas du réseau, $n = \frac{1}{a}$ le nombre de traits par unité de longueur (en mm⁻¹) et L la largeur utile du réseau, L = N.a.





Recouvrement des ordres successifs



Existence d'un minimum de déviation

Détermination du minimum de déviation

La déviation du faisceau incident peut être exprimée en fonction des angles d'incidence et d'émergence du faisceau. Elle est donnée par :

$$D = \theta_d - \theta_0$$

avec $\theta_0 < 0$

Cette quantité varie en fonction de l'angle d'incidence $heta_0$ et passe par un minimum lorsque :

$$\frac{dD}{d\theta_0} = 0 = \frac{d\theta_d}{d\theta_0} - 1 \Rightarrow d\theta_d = d\theta_0$$

En outre la différentielle de l'équation du réseau donne puisque λ est fixe :

$$\cos \theta_d d\theta_d - \cos \theta d\theta = 0 \Rightarrow \cos \theta_d = \cos \theta$$

On en déduit que le minimum de déviation est atteint si :

$$\theta_d = \theta_0$$
 ou $\theta_d = -\theta_0$

Seule la solution négative est raisonnable puisque l'autre correspond à une déviation nulle ce qui impose :

$$\theta_d = -\theta_0 \Rightarrow D_m = 2\theta_d$$

En reportant cette relation dans l'équation fondamentale, on trouve que la longueur d'onde est reliée au minimum de déviation par :

$$2b\sin\frac{D_m}{2} = p\lambda \Rightarrow 2\sin\frac{D_m}{2} = pn\lambda$$

où n=1/b désigne le nombre de traits par millimètres du réseau.