Chapitre OP-2 2

L'interféromètre de Michelson 2

1. **Présentation des différents éléments de l'interféromètre** 2

1.1. **Vue d'ensemble de différents modèles** 2

1.2. **La séparation des faisceaux par division d'amplitude** 3
1.2.1. La lame Séparatrice 3
1.2.2. La lame compensatrice 3

2. **Interférences non localisées (source ponctuelle : cohérence spatiale)** 3

2.1. **Franges circulaires non localisées.** 3
2.1.1. Construction de la source image S' 3
2.1.2. Construction des sources images S1 et S2 4
2.1.3. Représentation des surfaces d'égale différence de marche. 4
2.1.4. Détermination de la différence de marche. 5
2.1.5. Calcul de l'intensité résultante sur l'écran 5
2.1.6. Détermination du rayon des anneaux 5
2.1.7. Évolution des anneaux sur l'écran 6

2.2. **Franges rectilignes non localisées** 6
2.2.1. Construction des sources images S1 et S2 7
2.2.2. Détermination de la différence de marche 7
2.2.3. Intensité sur l'écran & détermination de l'interfrange 8

3. **Interférences localisées avec une source étendue (incohérence spatiale)** 8

3.1. **Franges d'égale inclinaison ou franges d'Haidinger** 9
3.1.1. La division d'amplitude. 9
3.1.2. Calcul de la différence de marche pour une lame d'air 10
3.1.3. Anticoïncidences (expérience du doublet du sodium) 10

3.2. **Franges d'égale épaisseur ou franges de Fizeau.** 11
3.2.1. Localisation des franges : constat expérimental. 11

Chapitre OP-2

L'interféromètre de Michelson

1. Présentation des différents éléments de l'interféromètre

1.1.Vue d'ensemble de différents modèles

L'interféromètre de Michelson est un interféromètre à division d'amplitude. Le faisceau lumineux primaire est dédoublée par une lame séparatrice semi-réfléchissante LSR. Chaque partie du faisceau va ensuite se diriger sur un miroir. Le miroir M1 est orientable et peut être translaté, alors que le miroir M2 est seulement orientable. Les faisceaux retournent ensuite sur la lame semi-réfléchissante, ils se recombinent. Une partie sort de l'interféromètre alors que l'autre revient en direction de la source. L'interféromètre est complété, d'une part, par une lame de verre anti-calorique VA qui absorbe une bonne partie des infrarouges contenus dans le faisceau lumineux incident, cela évite aux autres parties de l'interféromètre de trop chauffer. D'autre part, une lame compensatrice LC est présente sur un des deux faisceaux. Nous verrons son utilité ci-dessous.

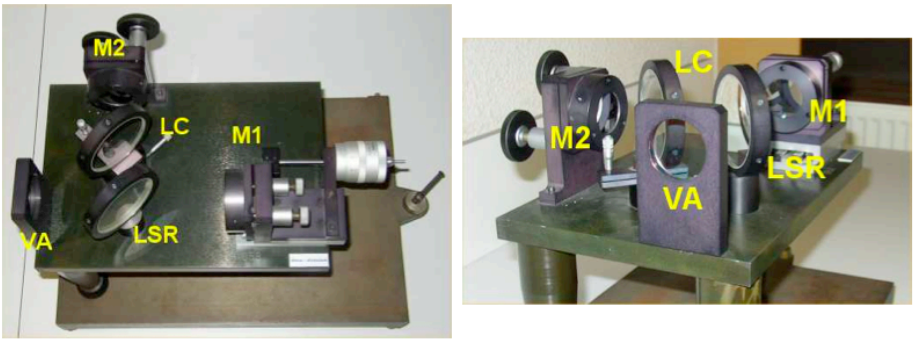


FIG. 1 – Présentation de l'interféromètre de MICHELSON de marque *Didalab*

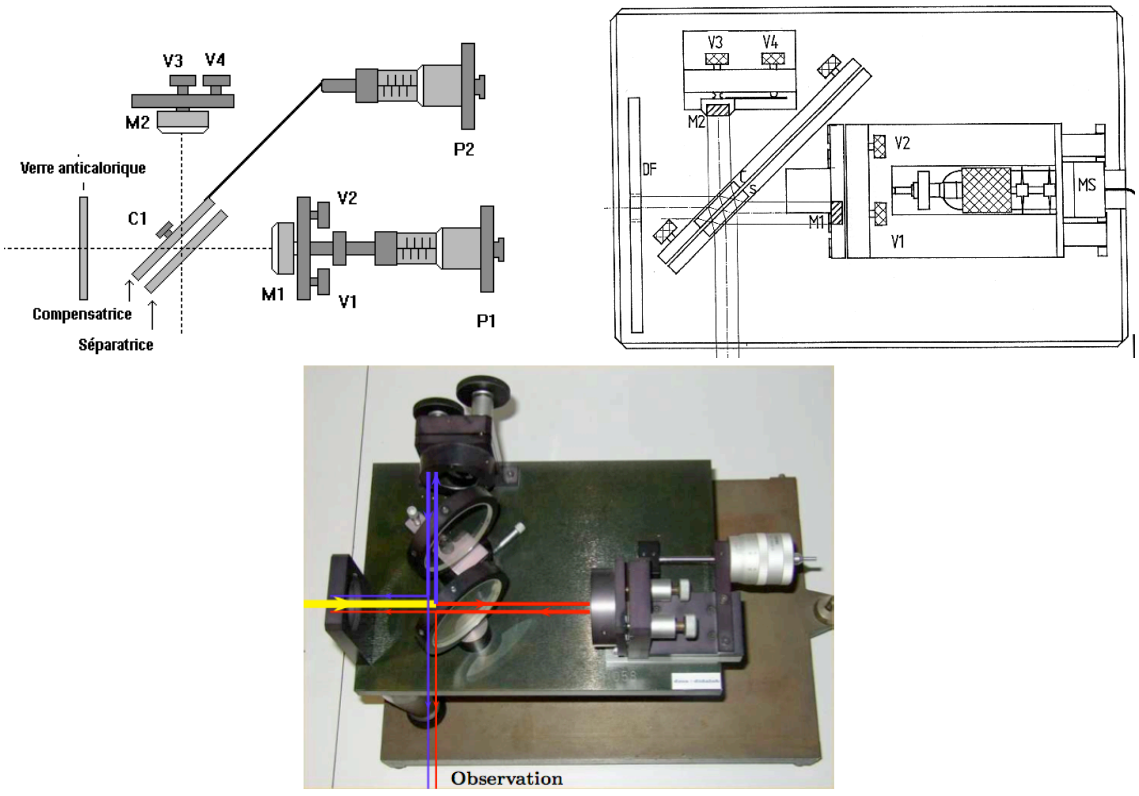
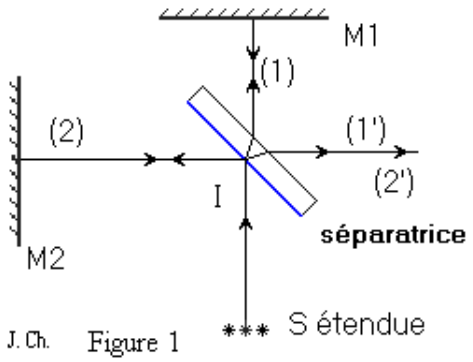


FIG. 2 – Parcours des faisceaux lumineux

1.2.La séparation des faisceaux par division d'amplitude

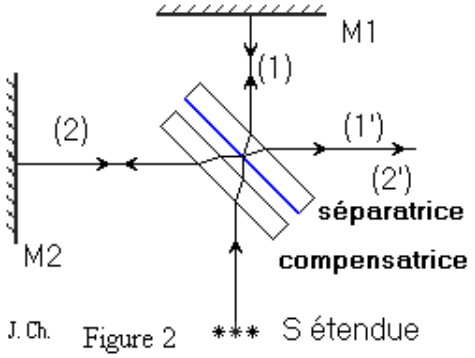
1.2.1. La lame Séparatrice



L'interféromètre fut initialement conçu pour travailler avec des sources étendues. Dans ce cas on justifie les phénomènes d'interférence par la division d'amplitude. L'élément essentiel du dispositif est la lame séparatrice dont l'une des faces est légèrement métallisée pour devenir semi-réfléchissante. Elle est placée parallèlement au plan bissecteur de deux miroirs M1 et M2 à peu près perpendiculaires entre eux. Un rayon incident issu de la source étendue S est partiellement réfléchi vers le miroir M2 et partiellement transmis vers le miroir M1.
Les pouvoirs de transmission T et de réflexion R de la couche semi-réfléchissante sont sensiblement égaux (R=T=0.5). Les intensités correspondant aux réflexions verre-air ou air-verre seront considérées comme négligeables. Expérimentalement, elles donnent cependant des images parasites parfois gênantes. Après réflexion sur les miroirs M1 et M2, les rayons (1) et (2) rencontrent de nouveau la face semi-réfléchissante de la séparatrice. Les rayons (1') et (2') qui transportent chacun un quart de l'énergie incidente sont cohérents. Nous considérerons que les réflexions air - face semi-réfléchissante et face semi-réfléchissante air sont de même nature

1.2.2. La lame compensatrice

Par contre on remarquera dans la figure précédente que le trajet du rayon (1) comporte trois traversées du verre de la séparatrice et une seule pour le trajet (2). Pour rétablir l'égalité des chemins optiques dans le verre quelles que soient l'incidence et les longueurs d'onde des radiations utilisées, on place sur le trajet (2) parallèlement à la séparatrice, une lame compensatrice C identique à la séparatrice. Pour mieux comprendre le fonctionnement de la lame compensatrice, vous pouvez tracer les rayons (1) et (2) pour une incidence légèrement différente. Par la suite nous simplifierons les schémas en ne représentant que la face semi-réfléchissante de la séparatrice.

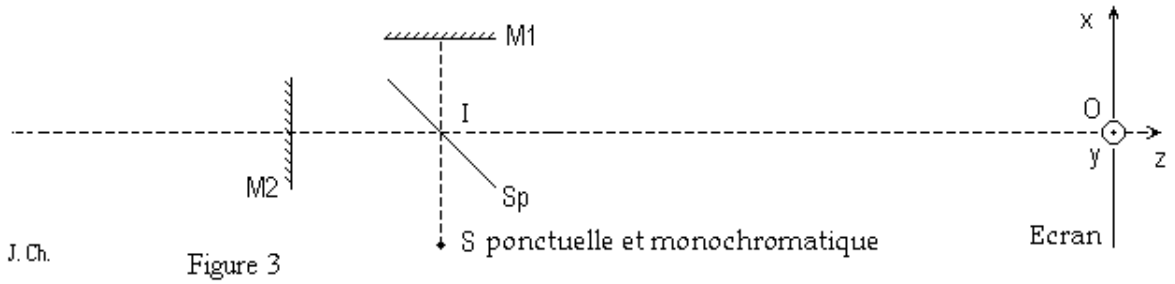


2. Interférences non localisées (source ponctuelle : cohérence spatiale)

Bien que conçu pour être utilisé avec des sources étendues pour l'observation des franges circulaires d'égale inclinaison, localisées à l'infini, d'une lame d'air, ou des franges rectilignes d'égale épaisseur du coin d'air, localisées au voisinage de la surface de celui-ci, l'interféromètre de Michelson permet également d'obtenir dans l'espace image, des franges non localisées, si la source monochromatique S peut être considérée comme ponctuelle.

2.1.Franges circulaires non localisées.

Nous avons représenté sur la figure ci-dessus le schéma simplifié de l'interféromètre. Les miroirs M1 et M2 sont perpendiculaires entre eux et la face semi-réfléchissante de la séparatrice est inclinée à 45° par rapport aux normales à M1 d'une part et M2 d'autre part. L'écran d'observation est situé dans le plan xOy, et l'axe Oz coïncide avec l'axe du miroir M2.



2.1.1. Construction de la source image S'.

Opérons par étapes successives et construisons l'image virtuelle S' de la source ponctuelle S dans le miroir constitué par la face "avant" semi-réfléchissante de la séparatrice, puis l'image virtuelle M'1 du miroir M1 par rapport à la face arrière semi-réfléchissante de la séparatrice.

Tout se passe désormais comme si la source ponctuelle S' éclairait la lame d'air à faces parallèles d'épaisseur e constituée par le miroir M2 et l'image M'1 du miroir M1.

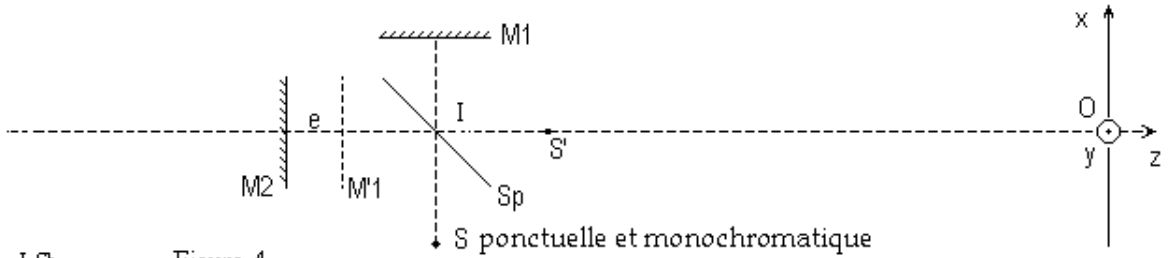


Figure 4

2.1.2. Construction des sources images S1 et S2

Soient S1 et S2 les images de S' à travers les miroirs M'1 et M2. Nous obtenons un système de deux sources cohérentes situées l'une derrière l'autre sur l'axe Oz et telles que S1S2 = 2e.

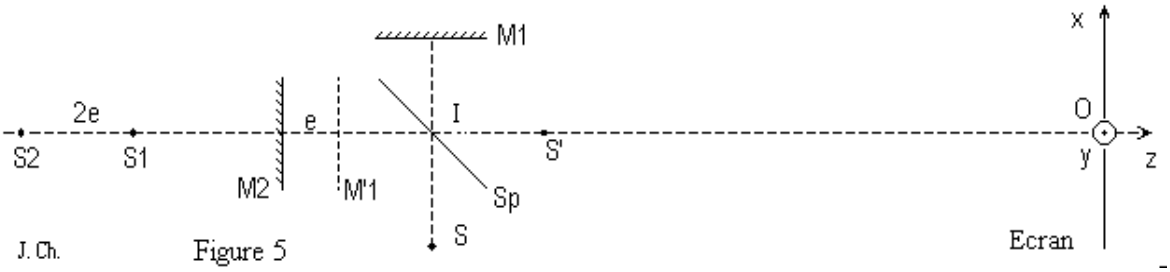


Figure 5

Désormais l'interféromètre peut disparaître. On obtient alors le schéma simplifié ci-dessous :

Au point M de l'écran, la différence de marche entre deux rayons issus des sources S1 et S2 est : $\delta = S2M - S1M$

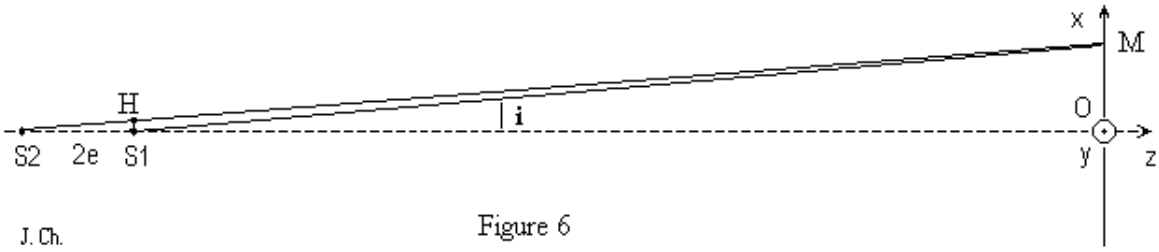


Figure 6

2.1.3. Représentation des surfaces d'égale différence de marche.

Les surfaces telles que S2M-S1M = Cste, sont des hyperboloïdes de révolution autour de l'axe des foyers-sources S1 et S2. Sur l'écran E perpendiculaire à l'axe des sources, les franges d'interférences seront des anneaux.

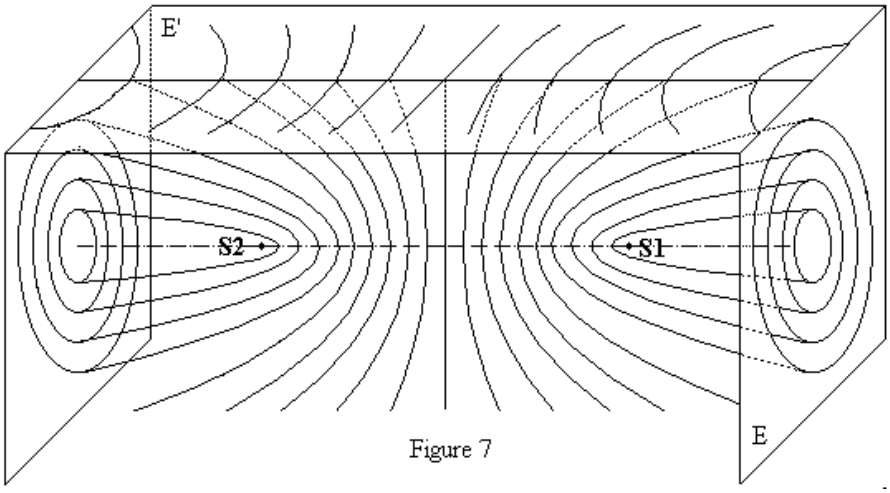


Figure 7

Pour obtenir une représentation plus explicite, les écrans sont placés à proximité des sources. En réalité S1S2<< D. Toutes les figures que vous obtiendrez avec l'ensemble "Laser He-Ne / objectif de microscope" correspondent à l'intersection d'un écran plat avec ces hyperboloïdes. Votre plan de projection sera fixe mais sa position relative vis à vis des sources secondaires varie considérablement lors d'une translation ou d'une rotation des miroirs (surtout lorsque celles-ci sont proches).

2.1.4. Détermination de la différence de marche.

Soit D la distance moyenne des sources à l'écran, soit S2O =D+e et S1O =D-e

Calculons la différence de marche entre deux rayons issus des sources cohérentes interférant au point M tel que OM=r.

$$\delta = \left(r^2 + (D+e)^2\right)^{1/2} - \left(r^2 + (D-e)^2\right)^{1/2} \qquad (1)$$

$$\delta = (D+e)\left(1 + \frac{r^2}{(D+e)^2}\right)^{1/2} - (D-e)\left(1 + \frac{r^2}{(D-e)^2}\right)^{1/2} \qquad (2)$$

$$\delta \approx (D+e)\left(1 + \frac{r^2}{2(D+e)^2}\right) - (D-e)\left(1 + \frac{r^2}{2(D-e)^2}\right) \qquad (3)$$

$$\delta \approx D + e + \frac{r^2}{2(D+e)} - D + e - \frac{r^2}{2(D-e)} \qquad (4)$$

$$\delta \approx 2e + \frac{r^2(D-e-D-e)}{4\left(D^2 - e^2\right)} \qquad (5)$$

Soit finalement : si D>> e $\qquad \delta \approx 2e\left(1 - \frac{r^2}{2D^2}\right)$ (6)

On peut également proposer une solution plus rapide, compte tenu des approximations permises:

$$\delta \approx S_2H \approx 2e\cos(i) \approx 2e\left(1 - \frac{i^2}{2}\right) \approx 2e\left(1 - \frac{r^2}{2D^2}\right) \qquad (7)$$

2.1.5. Calcul de l'intensité résultante sur l'écran

En utilisant la représentation complexe, les vibrations issues des sources cohérentes, d'intensités sensiblement égales S1 et S2, parvenant au point M peuvent s'écrire:

$$s_1 = Ae^{j\omega t} \qquad s_2 = Ae^{j\omega\left(t - \frac{\delta}{c}\right)} = Ae^{j\omega t}e^{-j\frac{2\pi\delta}{\lambda}} \qquad (8)$$

La vibration résultante s'écrit:

$$\varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda} \qquad s = Ae^{j\omega t}\left(1 + e^{-j\varphi}\right) = \underline{A}_r e^{j\omega t} \qquad (9)$$

L'intensité perçue par l'observateur est proportionnelle au carré de l'amplitude:

$$I = \underline{A}_r \times \underline{A}_r^* = A^2\left(1 + e^{-j\varphi}\right)\left(1 + e^{j\varphi}\right) \qquad (10)$$

$$I = 2A^2(1 + \cos\varphi) = 4A^2\cos^2\frac{\varphi}{2} \qquad (11)$$

2.1.6. Détermination du rayon des anneaux

Les franges brillantes sont obtenues si:

$$\cos\varphi = 1 \quad soit: \quad \varphi = 2k\pi \quad ou \quad \delta = k\lambda \qquad (12)$$

Les franges sombres sont obtenues pour :

$$\cos\varphi = -1 \quad soit: \quad \varphi = (2k+1)\pi \quad ou \quad \delta = (2k+1)\lambda/2 \qquad (13)$$

Utilisons l'ordre d'interférence défini par:

$$p = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{2e}{\lambda}\left(1 - \frac{r^2}{2D^2}\right) \quad avec: \quad p_0 = \frac{2e}{\lambda} \quad au\ centre \qquad (14)$$

Le rayon d'un anneau défini par son ordre d'interférence sera donc:

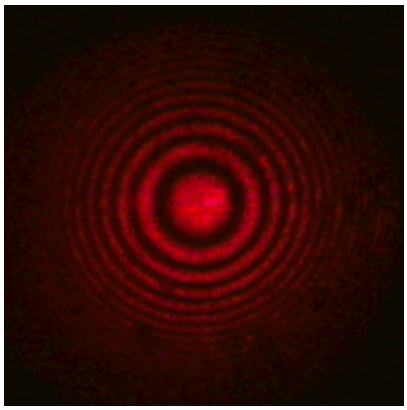
$$r_p = D\sqrt{2\left(\frac{2e}{\lambda} - p\right) \times \frac{\lambda}{2e}} = D\sqrt{2\left(1 - p \times \frac{\lambda}{2e}\right)} \qquad (15)$$

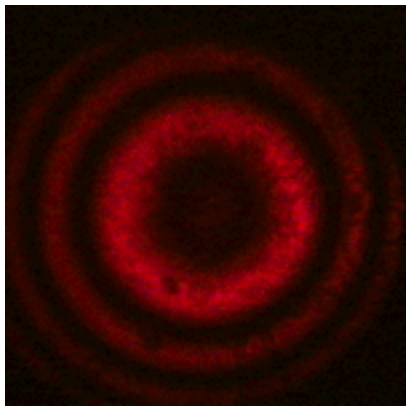
Si p et po sont demi entiers, le rayon de l'anneau sombre numéro k sera:

$$r_k = D\sqrt{2\frac{p_o - p}{p_o}} = D\sqrt{k\frac{\lambda}{e}} \qquad avec \quad k = p_0 - p \qquad (16)$$

2.1.7. Évolution des anneaux sur l'écran.

L'expression (15) montre que si e diminue, le rayon rp de l'anneau repéré par son ordre d'interférence p diminue. Expérimentalement, pour se rapprocher du contact optique (e=0) on déplacera le miroir M2 dans un sens tel que les anneaux viennent disparaître au centre.





L'expression (16) montre que le rayon rk de l'anneau sombre numéroté à partir du centre, croît lorsque e diminue. A proximité du contact optique le rayon des anneaux devient très grand. Ils sortiront complètement du champ d'interférence limité par la position du point de convergence du laser devant les miroirs plan circulaires.

2.2.Franges rectilignes non localisées

La figure 7 qui schématise la représentation des surfaces d'égales différences de marche montre qu'il est également possible d'obtenir des franges rectilignes sur un écran placé parallèlement à l'axe des sources. La figure d'interférence est alors comparable à celle obtenue avec les trous d'Young, les miroirs ou le biprisme de Fresnel.

Dans le dispositif représenté sur la figure 10, les miroirs ne sont plus perpendiculaires entre eux. Ils ont tourné d'un petit angle θ/2 dans le même sens par rapport à leur position au contact optique (IA1=IA2). La source S est supposée ponctuelle et monochromatique.

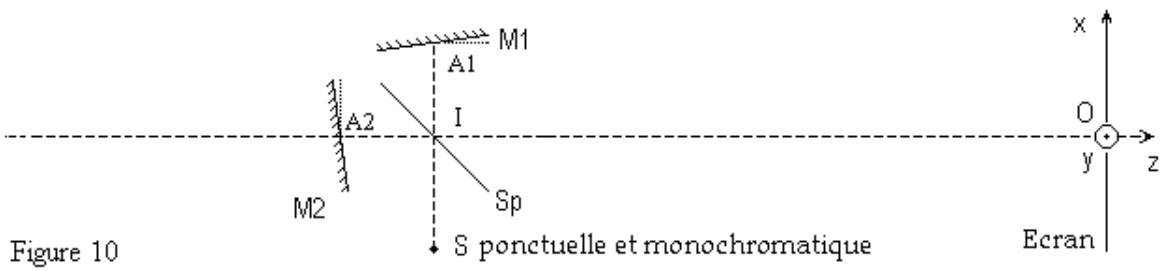


Figure 10

2.2.1. Construction des sources images S1 et S2

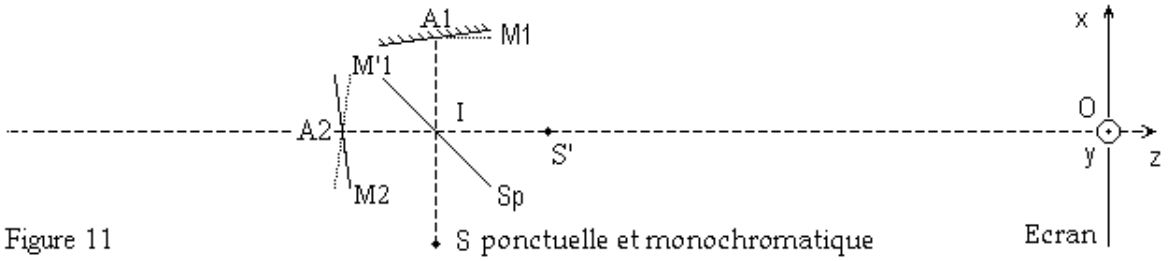


Figure 11

Comme dans le cas précédent, construisons successivement les images S', M'1 puis S1 et S2.

L'angle θ est très petit : S1S2 = 2 A2S'.θ et D = A2S' +A20

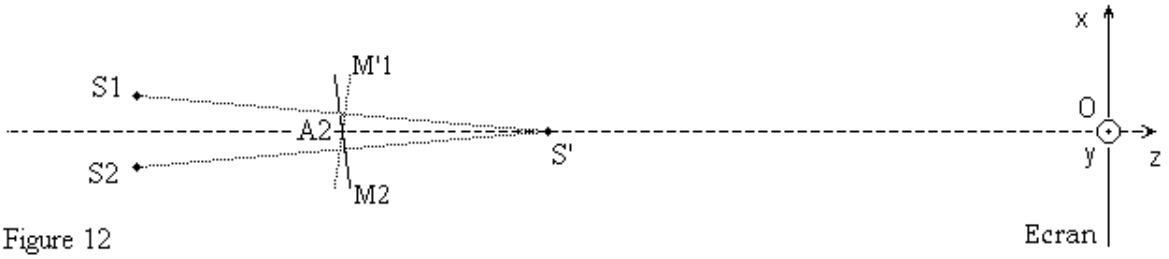


Figure 12

2.2.2. Détermination de la différence de marche

Les deux sources sont monochromatiques et cohérentes. Soit D la distance des sources à l'écran.

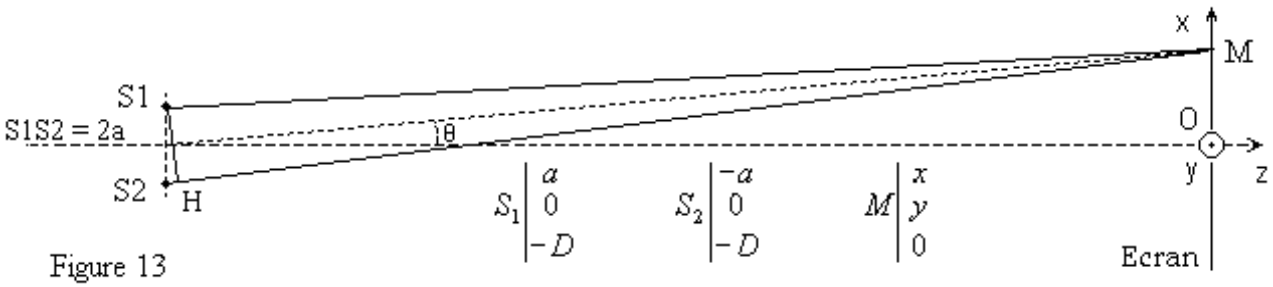


Figure 13

$$\delta = S_2M - S_1M = \left(y^2 + (x+a)^2 + D^2\right)^{1/2} - \left(y^2 + (x-a)^2 + D^2\right)^{1/2} \qquad (17)$$

$$\delta = D\left[\left(1 + \frac{y^2}{D^2} + \frac{(x+a)^2}{D^2}\right)^{1/2} - \left(1 + \frac{y^2}{D^2} + \frac{(x-a)^2}{D^2}\right)^{1/2}\right] \qquad (18)$$

$$\delta \approx D\left[\left(1 + \frac{y^2}{2D^2} + \frac{(x+a)^2}{2D^2}\right) - \left(1 + \frac{y^2}{2D^2} + \frac{(x-a)^2}{2D^2}\right)\right] \qquad (19) \qquad \text{avec } D >> a$$

$$\delta \approx \frac{1}{2D}\left((x+a)^2 - (x-a)^2\right) = \frac{2ax}{D} \qquad (20)$$

Compte tenu des approximations permises, on peut écrire plus simplement:

$$\delta \approx S_2H = 2a\sin\vartheta \approx \frac{2ax}{D} \qquad (21)$$

2.2.3. Intensité sur l'écran & détermination de l'interfrange

On effectue le même calcul qu'au paragraphe 1.2.1.5:

$$I = 2A^2\left(1+\cos\varphi\right) = 4A^2\cos^2\frac{\varphi}{2} \quad avec \quad \varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda} = \frac{4\pi ax}{\lambda D} \qquad (22)$$

Les franges brillantes sont obtenues pour:

$$\cos\varphi = 1 \quad soit: \quad \varphi = 2k\pi \quad ou: \quad \delta = k\lambda \qquad soit: \quad x_B = k\frac{\lambda D}{2a} \qquad (23)$$

Les franges sombres sont obtenues pour:

$$\cos\varphi = -1 \;\; soit: \varphi = \left(2k+1\right)\pi \quad ou: \delta = \left(k+1/2\right)\lambda \quad soit: \quad x_N = \left(k+1/2\right)\frac{\lambda D}{2a} \qquad (24)$$

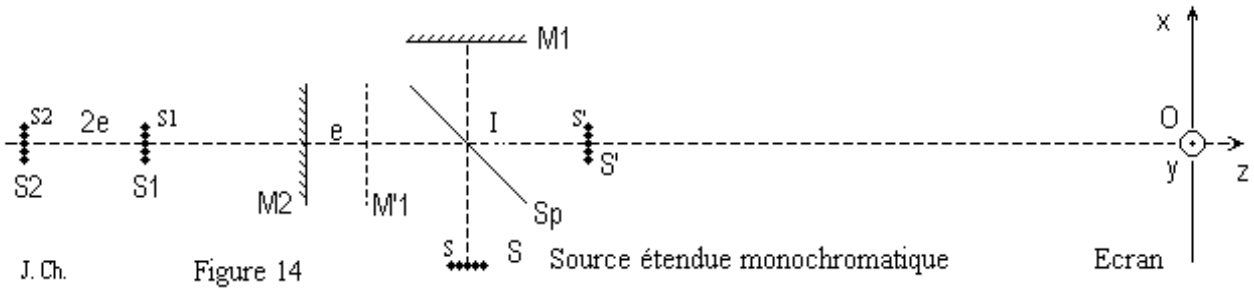
Compte tenu des approximations effectuées, les franges sont rectilignes et parallèles à l'axe 0x.

L'interfrange est la distance qui sépare deux franges consécutives de même nature (ex. sombres):

$$i_{ff} = \frac{\lambda D}{2a} \qquad (25)$$

3. Interférences localisées avec une source étendue (incohérence spatiale).

Si dans l'expérience schématisée sur la figure 5 nous remplaçons la source ponctuelle par une source étendue, la construction des sources images conduit au schéma de la figure 14 .



J. Ch. Figure 14

Les sources images peuvent être considérées comme la juxtaposition de couples de sources ponctuelles s1 et s2 cohérentes donnant chacun son propre système de franges sur l'écran. Dans le cas général, la figure résultante est totalement brouillée.

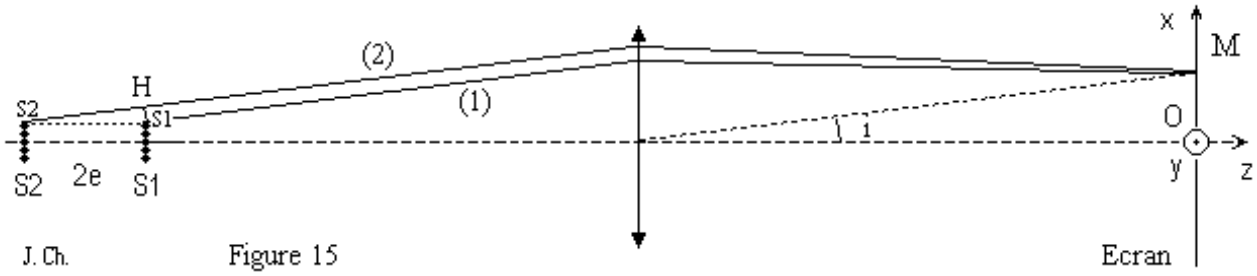
On observe cependant des franges circulaires qui deviennent de plus en plus nettes **si on éloigne l'écran des sources (D>1m)**. Si l'étendue de la source reste relativement faible (quelques cm^2), tous les rayons issus des couples s1s2 parvenant au point M de l'écran peuvent être considérés comme parallèles. Les systèmes de franges se superposent, les franges redeviennent visibles.

Il s'agit d'un phénomène de COINCIDENCE de figures d'interférences indépendantes.

Il faut bien comprendre ici qu'il s'agit de **l'addition d'amplitude lumineuse pour un couple de points s1s2** et de **l'addition des intensités lumineuses des figures d'interférences de tous les couples de sources images** associés à chacun à un "point" de la source et **non d'interférences entre points différents de la source étendue**.

3.1.Franges d'égale inclinaison ou franges d'Haidinger.

Si l'écran est placé dans le plan focal image d'une lentille, les conditions sont idéales, on visualise les franges d'égale inclinaison localisées à l'infini. Les rayons parallèles (1) et (2) convergent au point M de l'écran.



La différence de marche est obtenue comme en 3.2.1.4 en remplaçant D par f ':

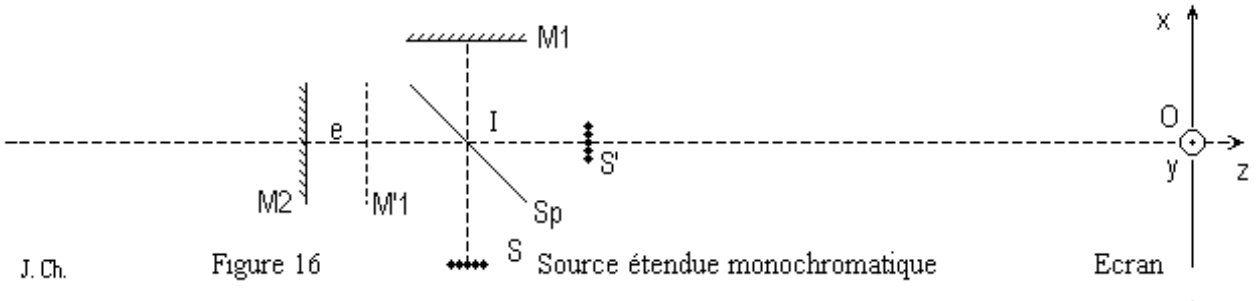
$$\delta \approx S_2H \approx 2e\cos(i) \approx 2e\left(1-\frac{i^2}{2}\right) \approx 2e\left(1-\frac{r^2}{2f'^2}\right) \qquad (26)$$

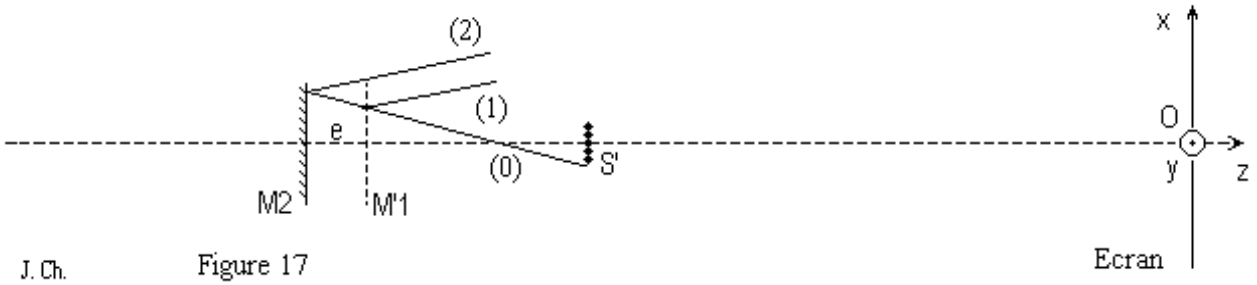
De même pour le rayon des anneaux rp ou rk :

$$r_p = f'\sqrt{2\left(1-p\times\frac{\lambda}{2e}\right)} \qquad r_k = f'\sqrt{k\frac{\lambda}{e}} \qquad k = p_0 - p \qquad (27)$$

3.1.1. La division d'amplitude.

On peut également considérer que les rayons parallèles (1) et (2) de la figure résultent d'une division d'amplitude comme le montrent les figures 16 et 17.

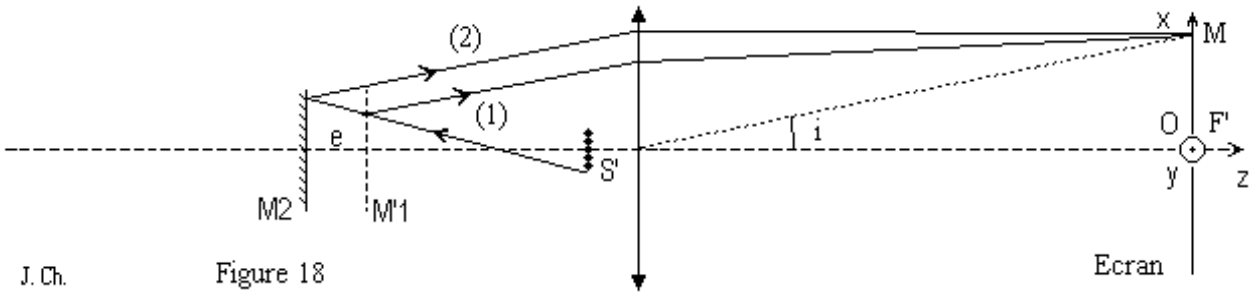




Tout se passe comme si la source étendue S' éclairait une lame d'air à faces parallèles. Le rayon (0) est partiellement réfléchi sur M'1 et partiellement transmis vers M2. Les rayons réfléchis (1) et (2) sont parallèles et cohérents.

3.1.2. Calcul de la différence de marche pour une lame d'air

La figure d'interférences est localisée à l'infini. On visualise la figure d'interférences sur un écran placé dans le plan focal de la lentille L.



La différence de marche est facile à calculer:
(Le calcul du rayon des anneaux a déjà été effectué en 1.3.1)

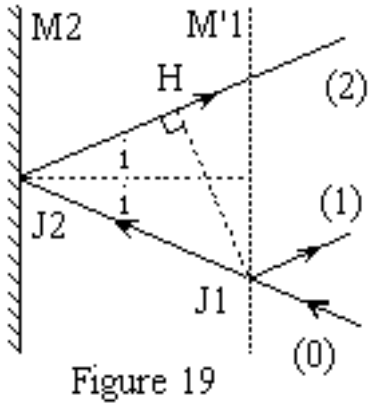


Figure 19

$$\delta = J_1J_2 + J_2H = J_1J_2 + J_1J_2\cos 2i \qquad (28)$$

$$\delta = \frac{e}{\cos i}\left(1+\cos 2i\right) = \frac{e}{\cos i}\left(1+\cos^2 i - \sin^2 i\right) \qquad (29)$$

$$\delta = 2e\cos i \qquad (30)$$

3.1.3. Anticoïncidences (expérience du doublet du sodium)

Si la source étendue émet deux radiations de longueurs d'ondes voisines λ_1 et λ_2 (avec $\lambda_1>\lambda_2$), les deux systèmes de franges circulaires se superposent sur l'écran. L'éclairement au point M est proportionnel à la somme des intensités I1 et I2. Au point M la différence de marche est :

Les ordres d'interférence au centre (i = 0) sont :

$$p_{02} = \frac{2e}{\lambda_2} \quad et \quad p_{01} = \frac{2e}{\lambda_1} \qquad (31)$$

Au contact optique (e = 0), les systèmes de franges sont en coïncidence.
Si nous augmentons l'épaisseur, une première anticoïncidence se produira pour l'épaisseur e1 telle que:

$$p_{02} - p_{01} = \frac{1}{2}$$

et les suivantes pour les épaisseurs ek telles que :

$$p_{02} - p_{01} = k - \frac{1}{2}$$

k est un entier qui numérote les anticoïncidences successives à partir du contact optique.

Pour le kième brouillage, nous aurons donc :

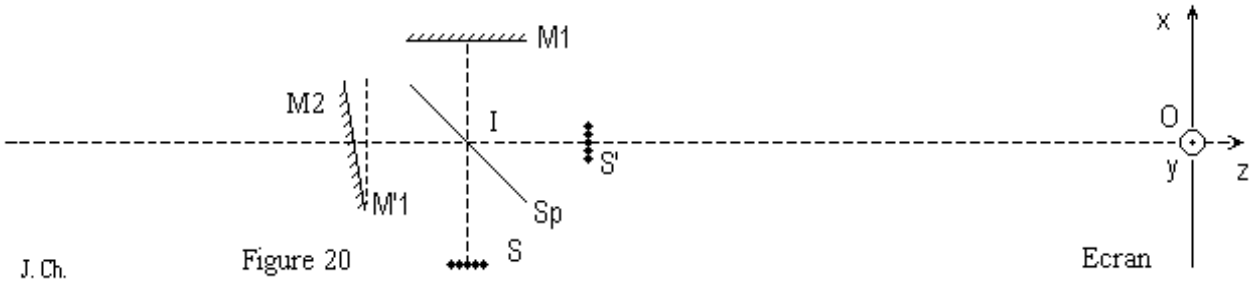
$$p_{02} - p_{01} = \frac{2e_k}{\lambda_2} - \frac{2e_k}{\lambda_1} = k - \frac{1}{2}$$

Si λ_1 est connue, on détermine λ_2 avec l'expression suivante :

$$\lambda_2 = \frac{2e_k}{\frac{2e_k}{\lambda_1} + k - \frac{1}{2}} \qquad (34)$$

3.2.Franges d'égale épaisseur ou franges de Fizeau.

Déplaçons le miroir M1 jusqu'au contact optique (e = 0). Inclinons le miroir M2 d'un petit angle ε . Après construction de la source image S' et de l'image M'1 du miroir M1, tout se passe comme si nous éclairions le coin d'air constitué par M2 et M'1 avec la source étendue S' .



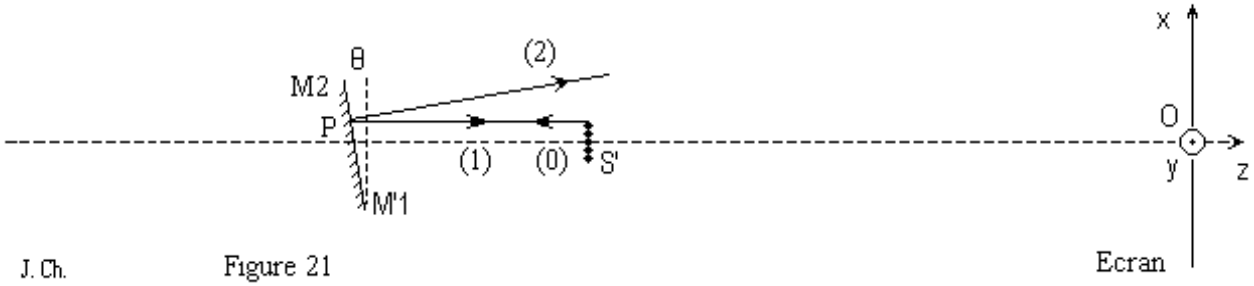
La localisation des franges est plus difficile à démontrer que dans le cas précédent. De plus, elle est désormais rigoureusement hors-programme des classes préparatoires.

Si la source n'est pas trop étendue, on peut considérer que l'incidence moyenne des rayons sera proche de la normale. Pour justifier les phénomènes d'interférence, nous ferons intervenir la division d'amplitude.

3.2.1. Localisation des franges : constat expérimental.

Dans cette configuration dite « en coin d'air », le phénomène de coïncidence est localisé au voisinage du plan des miroirs. Si l'incidence est rigoureusement normale, il s'agit du miroir M2. Si l'incidence vaut α , il s'agit du plan faisant un angle α derrière M2.
C'est ce que confirme un observateur qui verra l'image nette la figure de franges rectiligne si son œil fait le point sur le bord des miroirs.

Soit un rayon (0) qui tombe sous incidence normale sur M'**1**. Il est partiellement réfléchi et partiellement transmis vers M**2**. Un observateur situé derrière S', qui accommode pour voir nettement la surface du miroir M**2**, forme sur sa rétine une image P' du point P. D'après le principe de Fermat, tous les chemins qui vont du point P à son conjugué P' sont égaux. L'état interférentiel au point P' est donc le même qu'au point P. Il en est de même pour les autres points du plan de M**2** sur lequel les franges paraissent localisées. La surface du miroir M**2** est le plan de localisation des franges correspondant à l'incidence normale.



La différence de marche a une abscisse X sur le miroir (repérée par rapport à l'intersection de M2 et M'1) sera très voisine de deux fois l'épaisseur locale du coin d'air (un aller-retour) soit : $\delta \approx 2.e(X) \approx 2.\varepsilon.X$

L'interfrange vaut alors : $i = \frac{\lambda}{2\varepsilon}$