

CORRIGÉ DS 2 Oscillateurs et conduction thermique

EXERCICE (1) : Oscillateur à pont de Wien.

I.A) $\frac{d^2V}{dt^2}$ en $V.s^{-2}$ donc $b\omega \frac{dV}{dt}$ et $\omega^2 V$ aussi.
 $\Rightarrow \omega$ en $rad.s^{-1}$
 $\Rightarrow b$ sans unit.

I.B) 1) Il s'agit d'un régime pseudo-périodique dont l'enveloppe est une exponentielle positive du temps.

$\rightarrow$ le signe de b est négligé car il s'agit d'un régime divergent. (système instable). (les 3 coefficients de l'éq différentielle ne peuvent être de m^{ême} signe dans ce cas).

$\rightarrow$ eq caractéristique associée :

$$r^2 + b\omega r + \omega^2 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = b^2\omega^2 - 4\omega^2 = (b^2 - 4)\omega^2$$

le signe du discriminant dépend de b m^{ême} s'il est négatif.

(si $b < -2 \Rightarrow \Delta > 0$ et si $0 > b > -2 \Rightarrow \Delta < 0$)

la réponse est donc à rechercher dans la forme de la solution.

$$r_{\pm} = \frac{-b\omega \pm \sqrt{\Delta}}{2} \quad \text{si } \Delta > 0 \Rightarrow \text{exponentiels réels} \\ \rightarrow \text{régime non-périodique}$$

$$r_{\pm} = \frac{-b\omega \pm i\sqrt{|\Delta|}}{2} \quad \text{si } \Delta < 0 \Rightarrow \text{exponentiels imaginaires} \\ + \text{enveloppe exponentielle réelle} \\ \Rightarrow \text{régime pseudo-périodique divergent avec } b < 0.$$

$\Rightarrow$ donc $\underline{\Delta < 0}$.

(on peut m^{ême} déjà penser que $b < 0$ avec b plus proche de 0 que de -2).

$\rightarrow$ A l'instant initial V quelconque nul : c'est possible mais dans ce cas $\frac{dV}{dt} \neq 0$ par exemple pour que les oscillations puissent se lancer (on attendrait sans doute que vous diriez que V légèrement $\neq 0$).

I. B) 2) On peut utiliser l'augmentation de l'amplitude de l'enveloppe exponentielle (ou l'"incrément" logarithmique) pour trouver bw .

L'amplitude prend 1 facteur 2 sur une durée d'environ : $13 \text{ ms} = \tau$

avec $k e^{\frac{t}{\tau}}$ pour l'enveloppe supérieure

et $\tau = \frac{1}{f\omega_0}$ avec les notations usuelles

$$\text{soit ici : } \tau = \frac{1}{-\frac{b}{2}\omega} = \frac{2}{-b\omega} = 13 \cdot 10^{-3} \text{ s.}$$

alors que la pseudo-période peut être évaluée

$$\text{à : } \Omega = \frac{2\pi}{T} \approx \frac{2\pi}{0,0064} = \omega \sqrt{1 - \left(\frac{b}{2}\right)^2}$$

→ moyenne sur 10 périodes sur le graphique.

hyp: b^2 négligé à priori car on voit 1 nombre important de pseudo périodes, $\Rightarrow \Omega \approx \omega$

$$\omega \approx 10^3 \text{ rad. s}^{-1}$$

$$\text{et } \frac{2}{-b\omega} \approx 13 \cdot 10^{-3}$$

$$\Rightarrow -\frac{2}{b} \approx 13 \Rightarrow b \approx \frac{-2}{13} \approx \underline{\underline{-0,15}}$$

$\Rightarrow$ cohérent avec $b^2 \ll 1$.

I. C) b toujours < 0 car divergence temporelle.

$\Delta > 0$ car non pseudo-périodique.

V initial non rigoureusement nul (ou dérivée initiale non nulle).

I. D) $b > 0 \rightarrow$ régime libre $V = 0$. (exp décroissante de t)
 $\Delta > 0$ ("fort" aperiodique).

II) A) 1) ALI idéal en régime linéaire $\Rightarrow \varepsilon \equiv V^+ - V^- = 0 \text{ V}$

ou $V^+ = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_2$ (diviseur de tension)

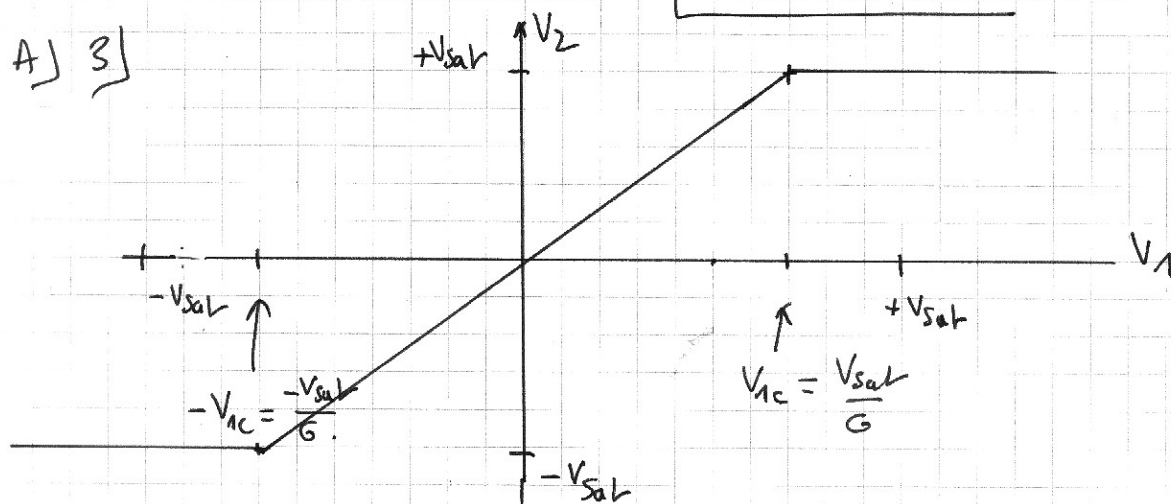
$\Rightarrow V_1 = V^+ = V^- = \frac{R_1 V_2}{R_1 + R_2}$ et $\frac{V_2}{V_1} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \equiv G$

II) A) 2) $-V_{\text{sat}} < V_2 < +V_{\text{sat}} \Rightarrow -\frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{\text{sat}} < V_1 < +\frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{\text{sat}}$

ou bien :

$-\frac{V_{\text{sat}}}{G} < V_1 < +\frac{V_{\text{sat}}}{G} \equiv V_{1c}$

II) A) 3)



(échelles $\neq$ sur V_1 et V_2).

II. B) $i_u = 0$ (filtre "à vide")

II.B.1) Tension aux bornes du condensateur de "notre" soumis à V_4 liée au courant le traversant :

$i_c = C \frac{dV_4}{dt}$ et courant dans $R \Rightarrow i_R = \frac{V_4}{R}$

donc 1 simple loi des nœuds donne :

$i_3 = C \frac{dV_4}{dt} + \frac{V_4}{R}$

II.B.2) Tension aux bornes de l'association RC série d'entrée :

$V_3 - V_4 = R i_3 + \frac{q_3}{C}$

en dérivant : $\frac{dV_3}{dt} - \frac{dV_4}{dt} = R \left[C \frac{d^2 V_4}{dt^2} + \frac{1}{R} \frac{dV_4}{dt} \right] + \frac{i_3}{C}$

$\frac{dV_3}{dt} - \frac{dV_4}{dt} = RC \frac{d^2 V_4}{dt^2} + \frac{dV_4}{dt} + \frac{V_4}{RC}$

II.B.2) (suite)

$$\frac{d^2 V_h}{dt^2} + \frac{3}{RC} \frac{dV_h}{dt} + \frac{V_h}{(RC)^2} = \frac{1}{RC} \frac{dV_3}{dt}$$

admet: $\begin{cases} \omega_0^2 = \frac{1}{RC^2} \\ \text{et} \\ \alpha = 3 \end{cases} \quad (\omega_0 = \frac{1}{RC})$

II.c) 1) $i_h = 0$ car intensité nulle entrant dans les entrées d'un ALI idéal (R_{eq} infinie).

$\Rightarrow$ on peut donc utiliser l'eq diff du II.B.2)

II.C.2) $\begin{cases} V_1 = V_h \\ V_2 = V_3 \\ |V_1| \leq V_{1c} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_3 = G V_h \text{ (ou } V_2 = G V_h) \\ \text{et} \\ \frac{d^2 V_1}{dt^2} + \alpha \omega_0 \frac{dV_1}{dt} + \omega_0^2 V_1 = G \omega_0 \frac{dV_1}{dt} \end{cases}$

soit: $\frac{d^2 V_1}{dt^2} + (\alpha - G) \omega_0 \frac{dV_1}{dt} + \omega_0^2 V_1 = 0$

soit encore: $b_1 = \alpha - G \quad (= 3 - G)$

et dans le cas où: $|V_1| > V_{1c} \Rightarrow V_2 = V_3 = \pm V_{sat}$

$\Rightarrow \frac{dV_2}{dt} = 0 = \frac{dV_3}{dt}$

soit: $\frac{d^2 V_1}{dt^2} + \alpha \omega_0 \frac{dV_1}{dt} + \omega_0^2 V_1 = 0$

soit encore: $b_2 = \alpha = 3$

II.C.3) la tension V_1 est aux bornes du condensateur de "sortie" donc elle est nécessairement continue.

la tension aux bornes du condensateur "d'entrée" doit également être continue or elle s'écrit:

$u_c = V_2 - V_1 - R i_3$ (i_3 notations de questions précédentes)

et comme V_2 est continue au passage du domaine linéaire au domaine de saturation alors $R i_3$ (et i_3) sont continues.

Par ailleurs, $C \frac{dV_1}{dt}$ est l'intensité qui descend dans le condensateur de sortie donc la loi des nœuds :

$$i_3 = C \frac{dV_1}{dt} + \frac{V_1}{R} \quad \text{montre que } \frac{dV_1}{dt} \text{ est continue}$$

puisque i_3 et $\frac{V_1}{R}$ sont continues.

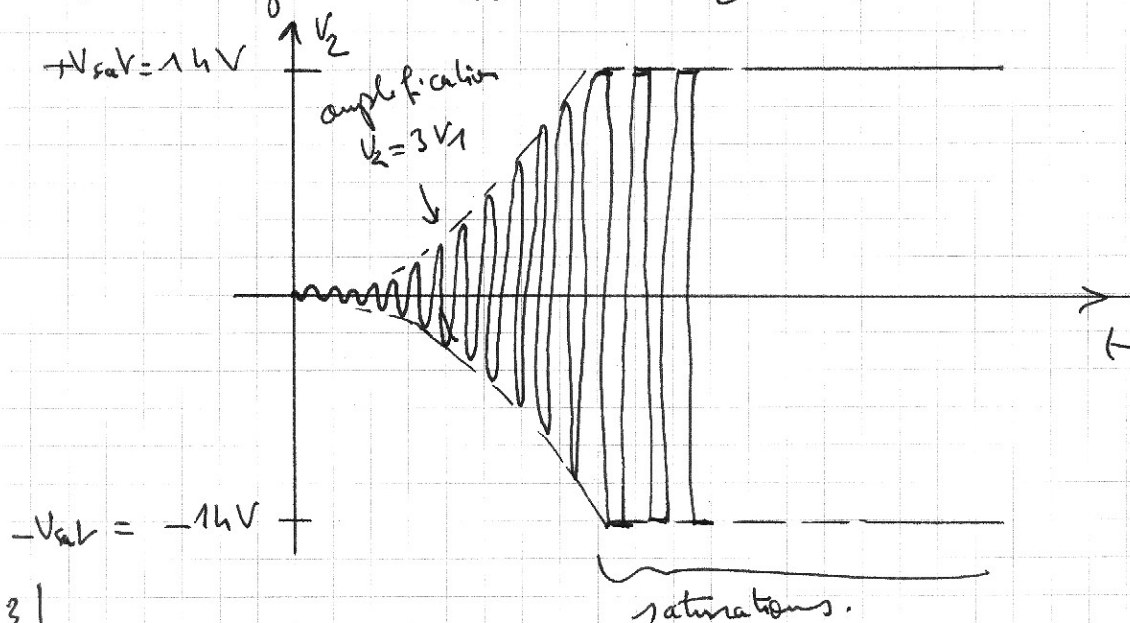
II.C.4] Quand G dépasse 3 : le coefficient b_1 devient négatif et le régime est donc oscillant avec divergence dans le domaine $|V_1| < V_{1c}$ - V_1 dépasse alors V_{1c} et le régime redevient convergent : diminution de l'amplitude pour revenir dans la zone de divergence etc.

Donc pour faire fonctionner l'oscillateur il faut que $G > 3 = G_0$

II.D] $G = 3,1$

II.D.1] Déjà décrit dans la question précédente.

II.D.2] V_2 est la sortie de l'ALI et sature donc quand V_1 dépasse V_{1c} . Donc en régime linéaire on aura $V_2 = 3V_1$ et en régime de saturation $V_2 = \pm V_{sat}$.



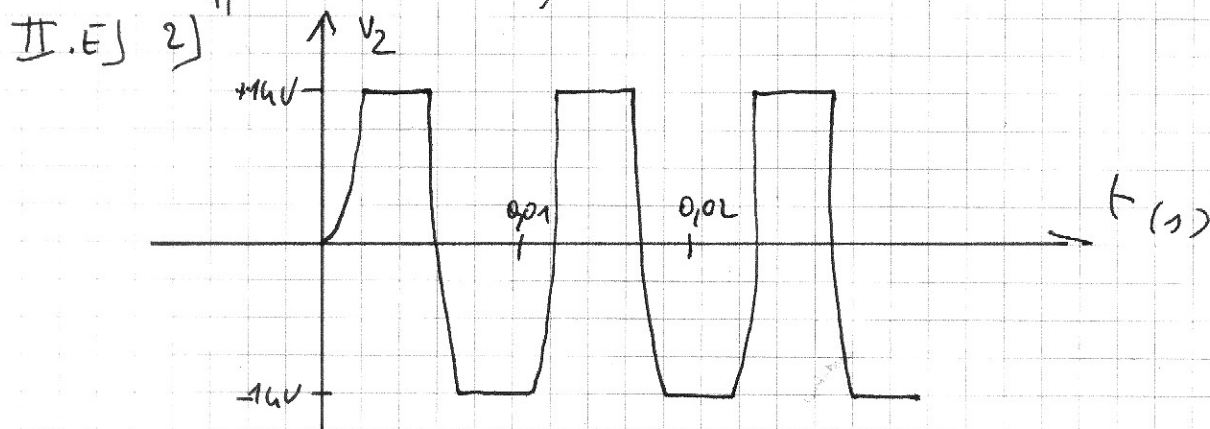
II.D.3] 10 périodes sur $0,064s \Rightarrow T_{chbl} \approx 6,4ms$.

A la précision des relevés on ne voit pas de différence. On devrait avoir une période + longue à cause des durées en saturation.

II.E) $G_2 = 10$

1) Il y a toujours 1 régime transitoire divergent mais de durée inférieure à la période.

Comme $G_2 = 10$, on passe au domaine saturé en sortie de l'ACI dès que V_1 atteint $\pm 1,4V$. (ce que l'on observe approximativement).



II.E.) 3) Nouvelle période en régime établi : $T_{G_2} \approx \frac{0.015 - 0.01}{3}$
 $T_{G_2} \approx \underline{11 \text{ ms}}$. $\gg 6.1 \text{ ms}$ précédentes.

II.E. 4) Déjà utilisé le $1,4V$ en question II.E. 1) pour justifier 1 G_2 de 10.

II.F) Pas vraiment - légère dépendance aux conditions initiales.
(V_1 n'arrive pas à la valeur $V_{1c} = \frac{V_{sat}}{G}$ avec la même $\frac{dV_1}{dt}$ par exemple et l'amplitude dépendra de ces "conditions d'entrée dans la zone saturée".)

EXERCICE (2). Générateur de salves.

IV.B.1] a) la LNTF donne immédiatement:

$$u_+(t) = \frac{\frac{e(t)}{R} - \frac{E}{R} + \frac{s(t)}{R}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R}} = \frac{e(t) - E + s(t)}{3}$$

{ que l'on peut évidemment retrouver en exprimant des courants réels }
traversant les résistances R : $\frac{e(t) - u_+(t)}{R} = \frac{E + u_+(t)}{R} + \frac{u_+(t) - s(t)}{R}$

b) Fonctionnement en mode bloqué: $\boxed{e(t) = -E}$

En régime établi indépendant du temps, la tension aux bornes du condensateur est constante et le courant le traversant est donc nul. Dans ce cas $2R$ est en série avec R ($i = 0$ car ALI idéal)

et on peut donc appliquer la division de tension pour écrire:

$$u_-(t) = \frac{2}{3} s(t) = -\frac{2}{3} E \text{ pour } s(t) = -E \text{ et } \frac{2}{3} E \text{ pour } s(t) = +E$$

Il faut vérifier la cohérence de cette saturation négative avec le signe de $E = u_+ - u_-$ (doit être < 0 pour $s(t) = -E$).

$$\text{Or si } s(t) = -E \Rightarrow E = \frac{e(t) - 2E}{3} + \frac{2}{3} E = \frac{e(t)}{3} = -\frac{E}{3} < 0 \quad \underline{\underline{\text{OK}}}$$

$$\text{Et si } s(t) = +E \Rightarrow E = \frac{e(t)}{3} - \frac{2}{3} E = -E < 0 \quad \underline{\underline{\text{IMPOSSIBLE!}}}$$

Ainsi $\boxed{s(t) = -E}$

c) $e(t) = +E$ (mode multivibrateur).

i) Admettons que $s(t) = -E$ en régime établi.

(comme $e(t) = +E$ alors $u_+(t) = -\frac{E}{3}$

et $u_-(t) = \frac{2}{3} s(t) = -\frac{2}{3} E$

donc $E > 0 \rightarrow$ incohérent.

Admettons que $s(t) = +E$:

$u_+(t) = \frac{E}{3}$ et $u_-(t) = \frac{2E}{3} \Rightarrow E < 0 \rightarrow$ incohérent

Ainsi les régimes établis ne sont pas compatibles avec $\underline{e(t) = +E}$ $\Rightarrow$ multivibrateur astable.

ii) On peut trouver la relation entre $u_-(t)$ et $s(t)$ en travaillant sur des solutions sinusoïdales complexes dans 1 premier temps puis ensuite traduire la relation en équation différentielle temporelle.

$$\text{avec } \underline{Z}_{eq} = \frac{2R \times \frac{1}{j\omega C}}{2R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{2R}{1 + 2jRC\omega}$$

On peut écrire par division de tension : (grandeurs complexes)

$$\underline{u}_-(t) = \frac{\underline{Z}_{eq}}{\underline{Z}_{eq} + R} \underline{s(t)} = \frac{2R}{2R + R(1 + 2jRC\omega)} \underline{s(t)} = \frac{2}{3 + 2jRC\omega} \underline{s(t)}$$

correspondant à l'équation différentielle :

$$\boxed{3u_-(t) + 2RC \frac{du_-}{dt} = 2s(t)}$$

$$\text{ou } \boxed{u_-(t) + \frac{2RC}{3} \frac{du_-}{dt} = s(t)}$$

soit une équation différentielle du premier ordre

avec pour temps caractéristique : $\tau = \frac{2RC}{3} = \tau_a$

Rq : On peut également obtenir cette équation différentielle sans passer par les grandeurs complexes !

$$\frac{s(t) - u_-(t)}{R} = C \frac{du_-(t)}{dt} + \frac{u_-(t)}{2R} \quad (\text{loi des nœuds !})$$

(et c'est plus court d'ailleurs !!)

iii) tant que $s(t) = +E$:

$$u_-(t) + \tau_a \frac{du_-}{dt} = E$$

donc on cherche une solution de la forme :

$$u_-(t) = A + B e^{-t/\tau_a}$$

avec les conditions initiales : $u_-(0) = -\frac{E}{3} = A + B$

avec au bout d'un temps infini si le mode de fonctionnement ne basculait pas : $u_-(\infty) = E$

donc $A = E$ et $B = -\frac{4E}{3}$

soit $u_-(t) = E \left(1 - \frac{4}{3} e^{-\frac{t}{\tau_a}} \right)$ [tant que $s(t) = E$!]

solution particulière avec second membre //

Mais ε devient < 0 lorsque $u_+ = u_-$ (à t_0).

or $u_+ = \frac{+E - E + E}{3} = \frac{E}{3}$ pour le moment.

donc à l'instant où u_- devient supérieur ou égal à $\frac{E}{3}$ la sortie basculera en $-E$.

C'est à dire à la date t_0 : $1 - \frac{4}{3} e^{-\frac{t_0}{\tau_a}} = \frac{1}{3}$

soit: $2 e^{-\frac{t_0}{\tau_a}} = 1$

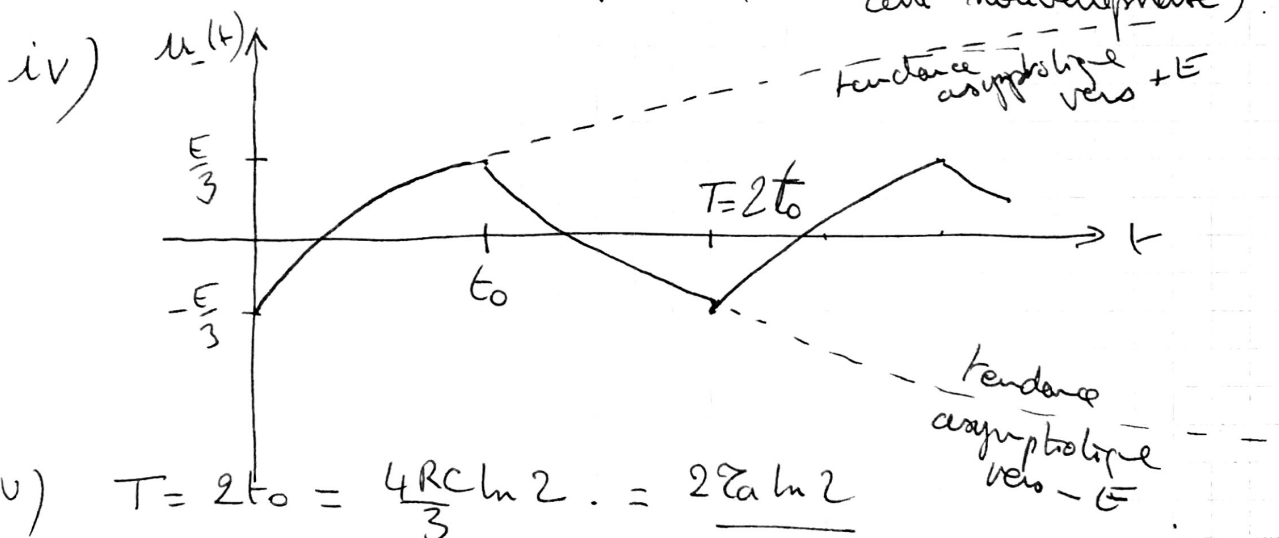
$e^{-\frac{t_0}{\tau_a}} = \frac{1}{2}$

$t_0 = \tau_a \ln 2 = \left(\frac{2RC}{3} \ln 2 \right)$

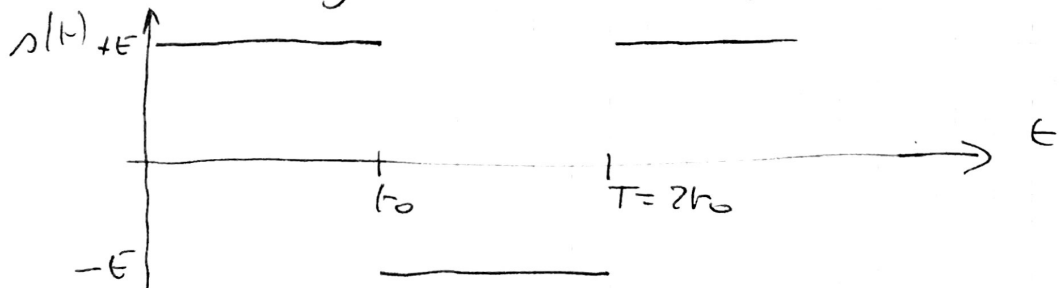
ensuite l'équation différentielle devient:

$u_-(t) + \tau_a \frac{du_-}{dt} = -E$ (décharge (ou charge négative) du condensateur)

(on ne nous demande pas l'eq de $u_+(t)$ lors de cette nouvelle phase).



v) $T = 2t_0 = \frac{4RC}{3} \ln 2 = 2\tau_a \ln 2$



IV.B.2) a) En régime établi, aucun courant ne peut traverser le condensateur donc $i(t)$ d'entrée est nul et $u(t)$ aussi.

donc $u_+(t) = u(t) = 0$ alors que $u_-(t) = \frac{E}{3}$

donc $\varepsilon = -\frac{E}{3} < 0$ et donc $s(t) = -E$

saturation négative OBLIGATOIRE.

b) en régime variable et puisque l'AI a une impédance d'entrée infinie, les dipôles du montage d'entrée sont tous parcourus par le même courant:

$$i(t) = C' \frac{d(e(t) - 3u(t))}{dt} = \frac{u(t)}{R}$$

soit l'équation: $\underbrace{u(t) + 3RC' \frac{du}{dt}}_{\tau_m} = RC' \frac{de}{dt}$

c) Bascule de l'entrée à $t=0$ e passe de $-E$ à $+E$

On peut relier les discontinuités par intégration de l'équation différentielle sur 1 intervalle infinitésimal.

$$\int_{0^-}^{0^+} u(t) dt + 3RC' [u(0^+) - u(0^-)] = RC' [e(0^+) - e(0^-)]$$

si $u(t)$

est
la grandeur
finie du
montage
de l'instant
zéro.

$$\Rightarrow 3 [u(0^+) - u(0^-)] = 2E$$

$$\Rightarrow u(0^+) - u(0^-) = \frac{2E}{3}$$

d) donc on partait d'un régime établi ($\underline{u(t)=0}$ cf a))

Cette tension $u(t)$ vient de passer à $\frac{2E}{3}$ en 0^+ .

et la sortie v passe à $+E$.

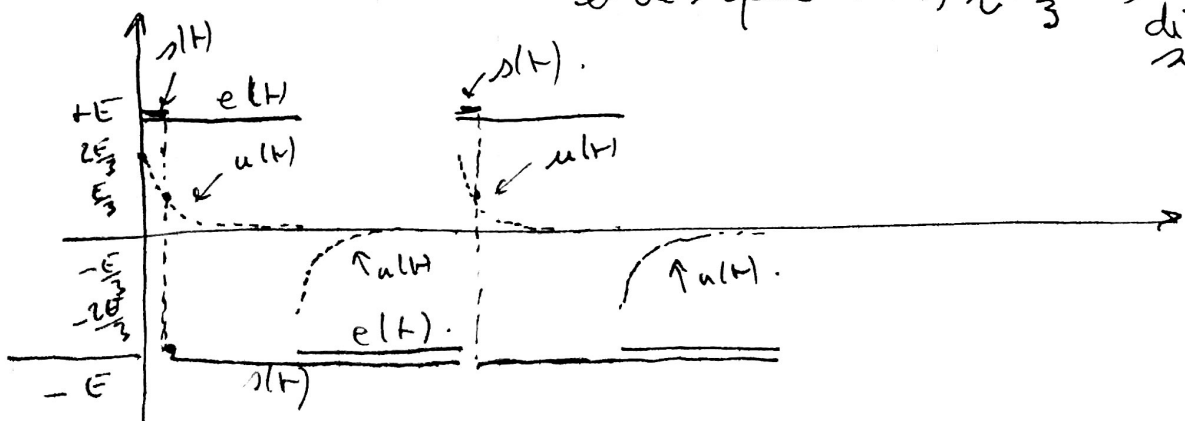
À partir de cet instant: $\frac{dv}{dt} = 0$ et

$$u(t) = k e^{-t/\tau_m} = \frac{2E}{3} e^{-t/\tau_m}$$

(car $u(0^+) = \frac{2E}{3}$)

et dès que $u(t) \leq \frac{E}{3} \Rightarrow$ bascule de la sortie.

e)



g) T_2 est la durée ou $u(t)$ passe de $\frac{2E}{3}$ à $\frac{E}{3}$

soit t_2 vérifiant: $\frac{E}{3} = \frac{2E}{3} e^{-\frac{t_2}{\tau_m}}$

on trouve: $\boxed{T_2 = \tau_m \ln 2 (= 3RC \ln 2)}$

IV. B.3] Association.

a) le dernier montage M' a 1 sortie qui fournit $+E$ pendant 1 durée $T_2 (= 3RC \ln 2)$ et cette sortie est tout positive à $+E$ à ce moment - là peut servir à alimenter un circuit de type M qui fonctionne en multivibrateur sur cette durée T_2 (oscillation de sa sortie en $+E, -E$ avec une périodicité de $2t_0 = \frac{4RC}{3} \ln 2$). En dehors de cette durée T_2 , la sortie du montage M' est en $-E$, ce qui constitue une entrée $-E$ pour le montage de type M qui est alors en fonctionnement bloqué soit en $e(t) = -E$ à son entrée et $u(t) = -E$ à sa sortie.

Pour avoir 4 "impulsions" par salve, il faut 3,5 périodes pendant la durée T_2 soit: $3,5 \times \frac{4RC}{3} \ln 2 = 3RC \ln 2$

$$\Rightarrow C' = \frac{14}{9} C$$

Je ne vois pas pourquoi on aurait besoin d'un autre montage de type M . On doit pour créer le signal d'entrée de M' (1 créneau périodique) n'en sous-entend que l'on ne dispose que d'1 tension continue et non d'1 signal alternatif créneau d'1 GOF. Dans ce cas on alimente en permanence 1 montage de type M avec 1 tension $+E$ et la périodicité T' est fixée par le condensateur.

(Sinon comme les valeurs numériques de T_1, T_2 et T_3 sont inhérentes je m'arrête là!).

Question 1°) Un thermostat est un système fermé capable de fournir de la chaleur sans travail et sans que sa température ne varie

Question 2°) L'atmosphère (supposée isotherme) est assimilable à un thermostat.

Question 3°) D'après le 1^{er} principe pour un système fermé $dU = \delta W + \delta Q$

Or $\delta W = 0$ pour un thermostat et $dU = C_v dT$ d'où $dT = \frac{\delta Q}{C_v}$

La température du thermostat étant fixe, il faut nécessairement $C_v \rightarrow +\infty$

Question 4°) Loi de Fourier $\vec{j}_{th} = -\lambda \vec{\text{grad}} T$

Question 5a/ Bilan enthalpique réalisé sur une portion de barre de longueur dx entre les instants t et $t + dt$

$$dH = \delta Q_x + \delta Q_{x+dx} + \delta Q_{lat} = m C_m dT$$

Or $\delta Q_{lat} = 0$ car la barre est isolée latéralement

m : masse de la tranche $m = \rho A dx$

$$\delta Q_x = j_{th}(x) A dt$$

$$\delta Q_{x+dx} = -j_{th}(x+dx) A dt$$

$dT = \frac{\partial T}{\partial t} dt$ car la température est supposée uniforme dans la portion de barre

Le bilan s'écrit $\rho A dx C_m \frac{\partial T}{\partial t} dt = -A dt \frac{\partial j_{th}}{\partial x} dx$

D'après la loi de Fourier pour un problème unidimensionnel $\frac{\partial j_{th}}{\partial x} = -\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$

Au final $\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho C_m} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$ équation de la chaleur

Question 5b/ Cette équation est de la forme $\frac{\partial T}{\partial t} = D \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$ avec $D = \frac{\lambda}{\rho C_m}$

Question 6°) $D = \frac{\frac{\partial T}{\partial t}}{\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}}$ donc $[D] = \frac{K \cdot s^{-1}}{K \cdot m^{-2}}$ soit D exprimée en $m^2 \cdot s^{-1}$

Question 7°) $\tau = \frac{L^a}{D^b}$ donc $[\tau] = s = \frac{m^a}{m^{2b} s^{-b}}$ ainsi $\begin{cases} b = 1 \\ a = 2b = 2 \end{cases}$

7b/ Ainsi $\tau = \frac{L^2}{D} = \frac{L^2 \rho C_m}{\lambda}$

- Plus un matériau est bon conducteur thermique, plus vite le régime permanent est atteint
- L , au numérateur : cohérent avec la diffusion de proche en proche
- Le terme ρC_m est logiquement au numérateur, il correspond à l'inertie thermique

7c/ Pour $L = 1 \text{ m}$ on a $\tau = \frac{1^2}{120 \cdot 10^{-6}} = 8330 \text{ s} \approx 139 \text{ min} = \boxed{2 \text{ h } 19 \text{ min}}$

Régime permanent atteint au bout d'une durée conséquente. La diffusion thermique est un phénomène lent.

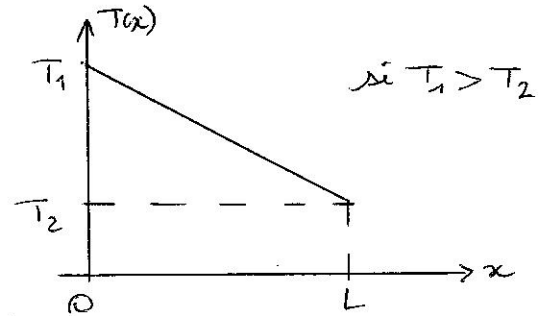
question 8°) En régime permanent, l'équation de la chaleur se réduit à $\frac{d^2 T}{dx^2} = 0$

Soit $T(x)$ de la forme $T(x) = \alpha x + B$

En utilisant les conditions aux limites $T(x=0) = T_1$ on obtient $B = T_1$

et $T(x=L) = T_2$ on obtient $\alpha = \frac{T_2 - T_1}{L}$

Soit $\boxed{T(x) = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{L} x}$



question 9°) $\phi = \iint \vec{j}_{th} \cdot d\vec{S} = j_{th} \cdot A$

9a/ Or $j_{th} = -\lambda \frac{dT}{dx} = -\lambda \frac{T_2 - T_1}{L}$

Ainsi $\phi = \frac{\lambda A}{L} (T_1 - T_2)$ soit $\boxed{T_1 - T_2 = \frac{L}{\lambda A} \phi}$

9b/ De la forme $T_1 - T_2 = R_{th} \phi$ avec $\boxed{R_{th} = \frac{L}{\lambda A}}$

9c/ La conductance thermique, exprimée en $\text{W} \cdot \text{K}^{-1}$, est une grandeur évaluant la capacité d'un matériau à laisser passer un transfert thermique

question 10°) Document 2 : Le tableau de ce document permet d'établir un classement de 3 matériaux (air/verre/polystyrène) en terme de qualité d'isolation thermique : Le polystyrène est le meilleur isolant.

Le verre est le moins bon

L'air est intermédiaire

Document 3 : Ce tableau confirme le classement précédent (ce qui est attendu car conductance et conductivité thermique sont proportionnelles)

On note également que le cuivre est bien meilleur conducteur thermique que les autres matériaux

question 11°)

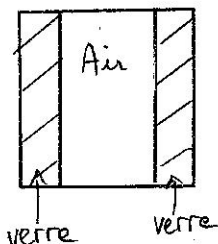


Schéma en coupe d'un double vitrage : de l'air est emprisonné entre 2 vitres

L'air étant moins bon conducteur thermique que le verre, ce dispositif permet de réduire le transfert thermique à travers les fenêtres. C'est beaucoup plus efficace que d'augmenter l'épaisseur de la vitre

Question 12°) Flux $\phi = \frac{\Delta T}{R_{th}} = G_{th} \Delta T$ avec $\Delta T = 10K$

Pour $1m^2$ de surface vitrée $\phi = U_w \Delta T$ avec U_w fourni par le document 2

Energie consommée $E = \phi \Delta t$ avec $\Delta t = 5,5 \text{ mois} = 4000h$

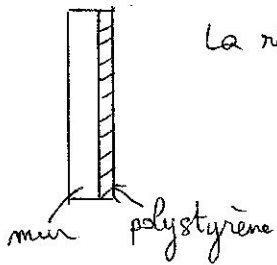
Coût annuel = énergie consommée $\times$ prix du kWh

	$\phi (W)$	$E (kWh)$ sur l'année	Coût annuel (€)
Simple vitrage	60	240	36
Double vitrage	30	120	18

Question 13°)

	$\phi (kW)$	$E (kWh)$ sur l'année	Coût annuel (€)
Mur	$20 \cdot 10^{-3}$	80	12
Mur isolé	$4 \cdot 10^{-3}$	16	2,4

$\Rightarrow$ économie de 9,6€ grâce à l'isolant



La résistance thermique de l'ensemble: $R_{th \text{ tot}} = R_{th \text{ mur}} + R_{th \text{ poly}}$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{G_{th \text{ tot}}} = \frac{1}{G_{th \text{ mur}}} + \frac{1}{G_{th \text{ poly}}}$$

Pour une surface de $1m^2$: $U_{w \text{ tot}} = \frac{U_{w \text{ mur}} \cdot U_{w \text{ poly}}}{U_{w \text{ mur}} + U_{w \text{ poly}}} = \frac{2,0 \times 0,5}{2,0 + 0,5}$

$$U_{w \text{ tot}} = 0,4 \text{ Wsi}$$

Calcul de l'économie: coût sans isolant - coût avec isolant

Notons P le prix du kWh

$$\text{économie} = (\phi_{\text{sans}} - \phi_{\text{avec}}) \Delta t \times P$$

$$\text{économie} = (U_{w \text{ mur}} - U_{w \text{ tot}}) \Delta T \cdot \Delta t \cdot P$$

AN: économie = $(20 - 0,4) \times 10 \times 10^{-3} \times 4000 \times 0,15 = 9,6 \text{ €}$

L'isolation permet une économie conséquente

Question 14°) a/ Dans un bâtiment, le côté Nord, moins exposé au Soleil, est plus froid que le côté Sud

Ainsi, les petites fenêtres côté Nord permettent de limiter la déperdition de chaleur. Les grandes fenêtres côté Sud permettent d'avoir une luminosité suffisante, et la perte énergétique est plus faible que celle du côté Nord (ΔT inférieur). Les arbres apportent de l'ombre en été, et l'hiver, ils laissent passer la lumière du Soleil (ce qui réchauffe la façade Sud).

14b/ Le métal est moins bon isolant thermique que le bois. Il est donc préférable d'avoir des volets en bois.

2^e partie : Chauffage d'un appartement

Question 15°) Surface au sol $S = 100 \text{ m}^2$; hauteur sous plafond $h = 2,5 \text{ m}$

Volume d'air sec $V = S \times h = 250 \text{ m}^3$

Masse d'air sec $m = \rho V = 1,2 \times 250 = 300 \text{ kg}$

Question 16°) a/ $C = m c_p = 300 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1}$

16b/ Transfert thermique à fournir $Q = C \Delta T = P \Delta t$ avec $P = 5 \text{ kW}$, $\Delta T = 10 \text{ K}$

soit $\Delta t = \frac{C \Delta T}{P} = \frac{300 \cdot 10^3 \cdot 10}{5 \cdot 10^3} = 600 \text{ s} = 10 \text{ min}$

16c/ Ce gain de 1°C par minute de chauffage est bien supérieur à ce que l'on peut obtenir dans une situation réelle

question 17°) a/ Simple vitrage $G_{th} = 2,5 \times 6,0 = 15 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1}$

Double vitrage $G_{th} = 2,5 \times 3,0 = 7,5 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1}$

17b/ Les 4 fenêtres constituent une association en parallèle puisqu'elles séparent toutes l'intérieur de l'appartement de l'extérieur

17c/ $G_{th \text{ tot}} = 4 G_{th}$ donc pour un simple vitrage $G_{th \text{ tot simple}} = 60 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1}$
pour un double vitrage $G_{th \text{ tot double}} = 30 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1}$

Puissance traversant les 4 fenêtres $\phi = G_{th \text{ tot}} \cdot \Delta T$ avec $\Delta T = 10 \text{ K}$

Soit pour du simple vitrage $\phi_{\text{simple}} = 600 \text{ W}$

pour du double vitrage $\phi_{\text{double}} = 300 \text{ W}$

17d/ $\phi = 0,2 P_0$ donc $P_0 = \frac{\phi}{0,2} \Rightarrow P_{0 \text{ simple}} = 3,0 \text{ kW}$
 $P_{0 \text{ double}} = 1,5 \text{ kW}$

Soit, sur une année, une énergie $E = P_0 \Delta t$

$E_{\text{simple}} = \frac{3,0 \times 3 \cdot 10^7}{36 \cdot 10^2} = 25 \cdot 10^3 \text{ kWh/an}$

$E_{\text{double}} = \frac{1,5 \times 3 \cdot 10^7}{36 \cdot 10^2} = 12,5 \cdot 10^3 \text{ kWh/an}$

Le document 1 donne une fourchette entre $10 \cdot 10^3 \text{ kWh/an}$ et $37,5 \cdot 10^3 \text{ kWh/an}$ pour une surface de 100 m^2

Les résultats trouvés sont donc cohérents avec le document 1.

Question 18°) Coût supplémentaire relatif $= \frac{\text{Coût}(\Delta T = 11^\circ\text{C}) - \text{Coût}(\Delta T = 10^\circ\text{C})}{\text{Coût}(\Delta T = 10^\circ\text{C})} = \frac{1}{10}$

Augmenter la température de la pièce de 1°C conduit à un surcoût de 10%.