

DM 3 : Oscillateur, capacité et conduction thermique

EXERCICE 1 : OSCILLATEUR À PONT DE WIEN

À propos de l'oscillateur à pont de Wien...

Les amplificateurs opérationnels (notés *A.O.* par la suite) utilisés dans ce problème sont identiques et supposés idéaux. La tension de saturation en sortie de ces *A.O.* est notée V_{sat} et on suppose que, dans tous les montages proposés, la saturation en courant n'est jamais atteinte. Toutes les valeurs numériques utiles sont regroupées ci-après : $V_{sat} = 14 \text{ V}$, $C = 100 \text{ nF}$, $R = 10 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 600 \Omega$, $r = 100 \text{ k}\Omega$, $R_0 = 200 \Omega$, $V_p = 3 \text{ V}$.

Cet énoncé propose plusieurs graphes dont les échelles sont :

- Échelle des abscisses : t en secondes (s).
- Échelle des ordonnées des graphes 4, 5 et 6 : V_1 ou V_2 en volts (V).

Partie I - Préliminaire

On considère une fonction du temps t , $V(t)$, solution de l'équation différentielle :

$$\frac{d^2V}{dt^2} + b\omega \frac{dV}{dt} + \omega^2 V = 0$$

b et ω désignent des coefficients réels et constants, ω est positif.

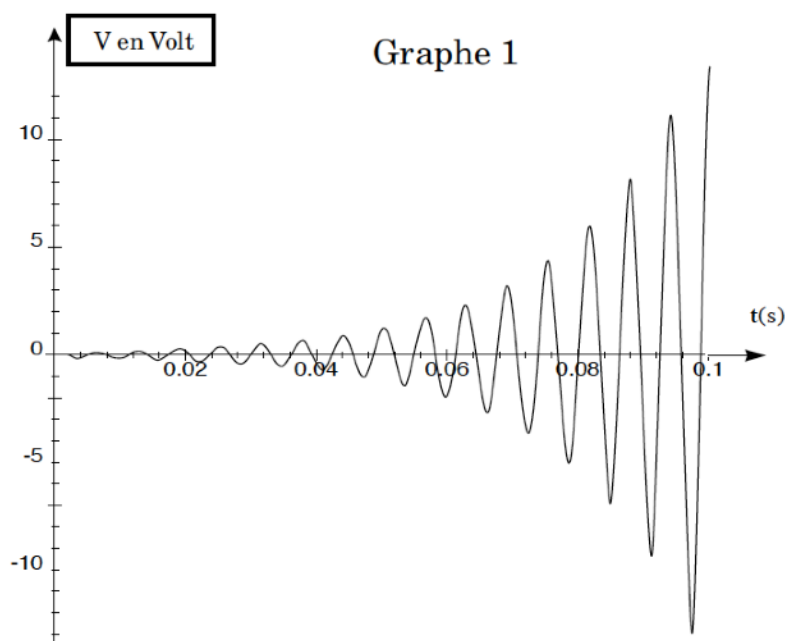
I.A - Quelles sont les dimensions de b et ω . Justifier brièvement votre réponse.

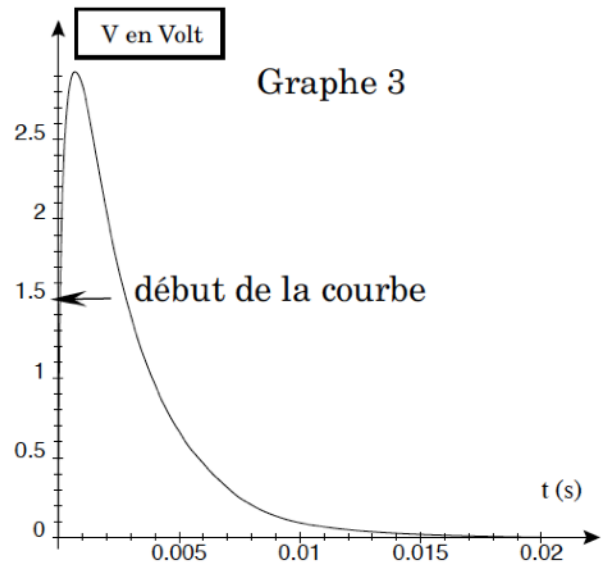
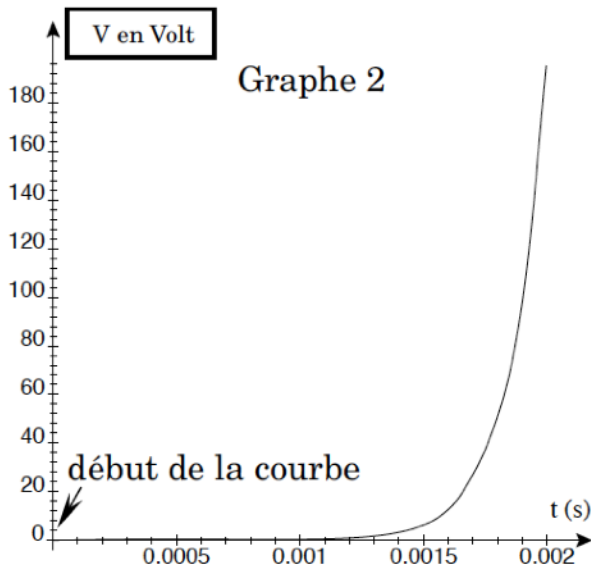
I.B - Le graphe 1 représente la fonction $V(t)$ en Volt pour un couple de valeurs de b et de ω .

I.B.1) Caractériser brièvement l'allure de la

courbe. Quel est le signe de b ? Quel est le signe du discriminant associé à l'équation différentielle ci-dessus ? Que peut-on dire de la valeur de V à l'instant initial ? Justifier brièvement vos réponses.

I.B.2) En mesurant directement sur le graphe 1 les amplitudes et la pseudo-période des oscillations, expliquer pourquoi on peut négliger b^2 devant l'unité et en déduire les valeurs numériques approximatives des coefficients b et ω .





I.C - Le graphe 2 représente la fonction $V(t)$ en Volt pour une seconde valeur du coefficient b (ω n'ayant pas été modifié). Caractériser brièvement l'allure de la courbe. Quel est le signe de b ? Quel est le signe du discriminant associé à l'équation différentielle ? Que peut-on dire de la valeur de V à l'instant initial ? Justifier brièvement vos réponses

I.D - Reprendre la question I.C) dans le cas du graphe 3 où l'on a donné au coefficient b une troisième valeur (ω n'ayant pas été modifié).

Partie II - Montage de base

II.A -

II.A.1) Dans le montage amplificateur (A) de la figure 1, montrer que, lorsque l'A.O. fonctionne en régime linéaire, on peut écrire $V_2 = GV_1$ et exprimer le gain G de l'amplificateur (A) en fonction de R_1 et R_2 .

II.A.2) Dans quel domaine de tensions V_1 peut-il varier sans provoquer la saturation de l'A.O.. On définira ainsi une valeur critique V_{1C} de la tension d'entrée que l'on exprimera en fonction de V_{sat} et G .

II.A.3) Tracer la courbe représentant V_2 en fonction de V_1 pour V_1 variant de $-V_{sat}$ à $+V_{sat}$.

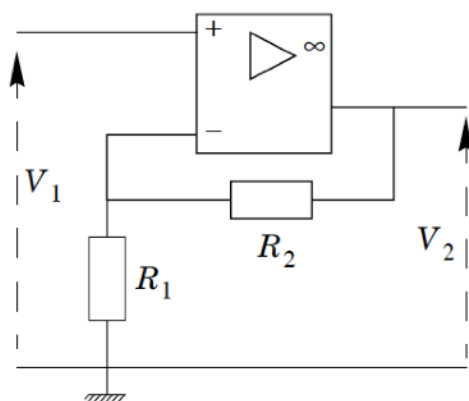


Figure 1 : Amplificateur (A)

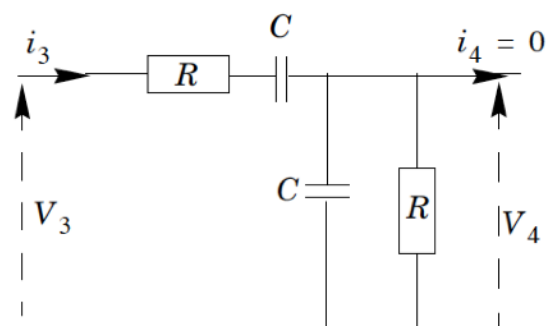


Figure 2 : filtre de Wien (W)

II.B - On considère le « filtre de Wien » (W) représenté figure 2 et on suppose qu'aucun courant ne sorte de ce filtre ($i_4 = 0$). Les équations demandées dans les questions qui suivent seront établies directement sans passer par la notation complexe.

II.B.1) Exprimer le courant d'entrée i_3 en fonction de R , C , de V_4 et de la dérivée dV_4/dt .

II.B.2) Montrer que les tensions d'entrée V_3 et de sortie V_4 sont liées par l'équation différentielle :

$$\frac{d^2 V_4}{dt^2} + a\omega_0 \frac{dV_4}{dt} + \omega_0^2 V_4 = \omega_0 \frac{dV_3}{dt}$$

Exprimer le coefficient ω_0 en fonction de R et C et déterminer la valeur numérique du paramètre a , valeur que l'on utilisera ultérieurement.

II.C - On relie l'amplificateur (A) et le filtre (W) suivant le schéma de la figure 3.

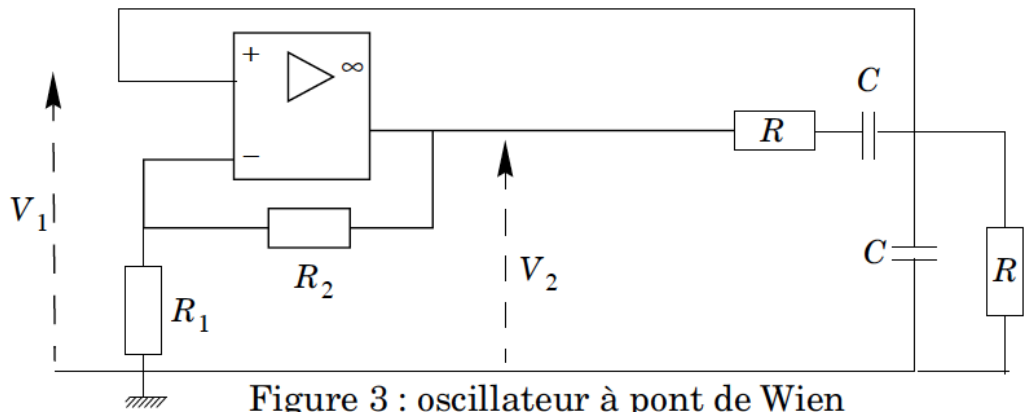


Figure 3 : oscillateur à pont de Wien

II.C.1) Montrer que l'on peut utiliser l'équation obtenue à la question II.B.2.

II.C.2) Montrer que la tension V_1 est régie par le système d'équations différentielles

$$\frac{d^2 V_1}{dt^2} + b_1 \omega_0 \frac{dV_1}{dt} + \omega_0^2 V_1 = 0 \text{ si } |V_1| \leq V_{1C}$$

$$\frac{d^2 V_1}{dt^2} + b_2 \omega_0 \frac{dV_1}{dt} + \omega_0^2 V_1 = 0 \text{ si } |V_1| > V_{1C}$$

Exprimer le coefficient b_1 en fonction du gain G de l'amplificateur (A) et déterminer la valeur numérique du coefficient b_2 .

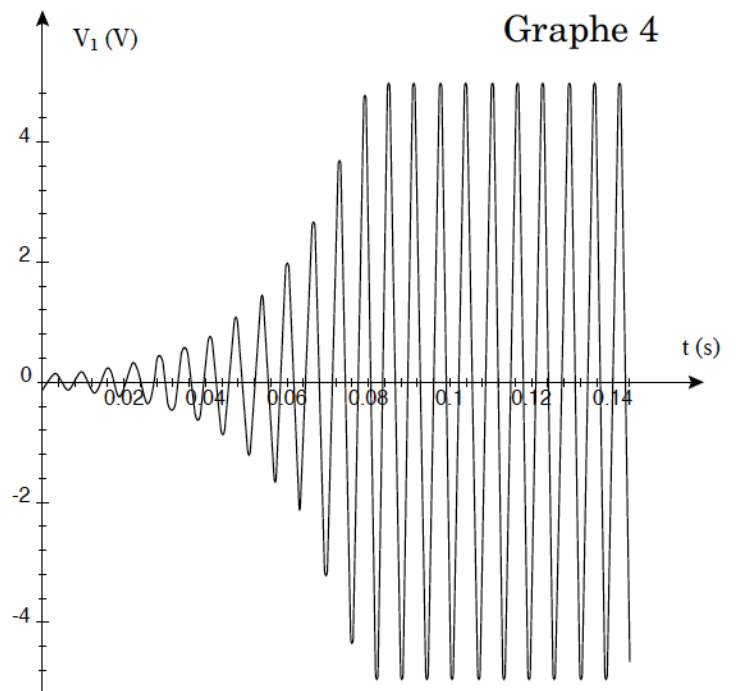
II.C.3) Montrer que la tension V_1 et sa dérivée dV_1/dt sont nécessairement des fonctions continues du temps.

II.C.4) Quelle valeur minimale G_0 doit-on donner au gain G pour faire fonctionner l'oscillateur ? Pourquoi ? Dans toute la suite de ce problème, on supposera évidemment $G > G_0$.

II.D - Première simulation :

on donne à G la valeur $G_1 = 3,1$ et on observe la tension V_1 représentée sur le graphe 4.

II.D.1) En vous aidant des résultats établis lors de la partie I (Preliminaire), commenter de manière précise et claire la forme du graphe. On distingue en particulier deux régimes successifs : un régime transitoire où l'amplitude des oscillations augmente et un régime établi où l'amplitude des oscillations reste constante ; expliquer pourquoi il en est ainsi.



II.D.2) Tracer, en conservant approximativement comme échelle des temps celle du graphe 4, l'allure de la tension V_2 en fonction du temps t .

II.D.3) On se place en régime établi. Mesurer la période des oscillations, en déduire la valeur numérique de la pulsation correspondante et comparer celle-ci à la valeur numérique de ω_0 . Commenter brièvement.

II.E - Seconde simulation : on donne à G la valeur $G_2 = 10$ et on observe la tension V_1 représentée sur le graphe 5.

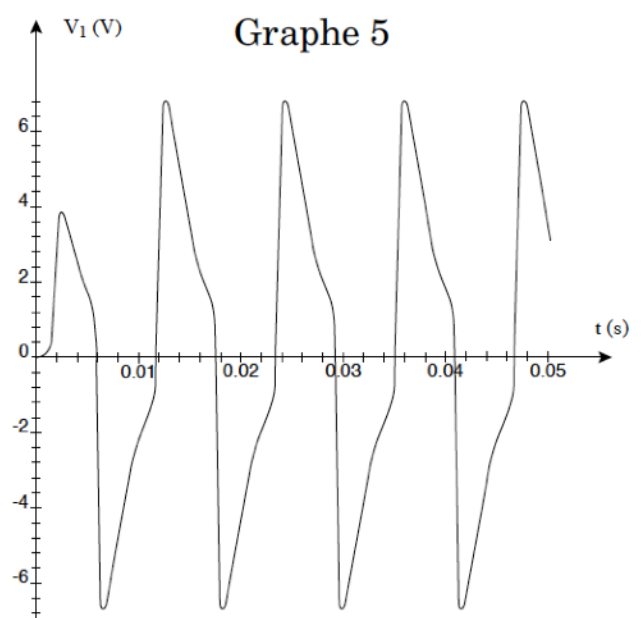
II.E.1) En vous aidant encore des résultats établis lors de la partie I, commenter de manière précise et claire la forme du graphe. Le régime transitoire existe-t-il toujours ?

II.E.2) Tracer, en conservant approximativement comme échelle des temps celle du graphe 5, l'allure de la tension V_2 en fonction du temps t .

II.E.3) Mesurer la période des oscillations en régime établi ; est-elle très différente de celle mesurée en II.D. Pourquoi ?

II.E.4) Retrouver, à partir d'une mesure adéquate sur le graphe, l'ordre de grandeur de la valeur numérique de G_2 .

II.F - Est-il possible avec le montage proposé de régler l'amplitude des oscillations ? Pourquoi ?

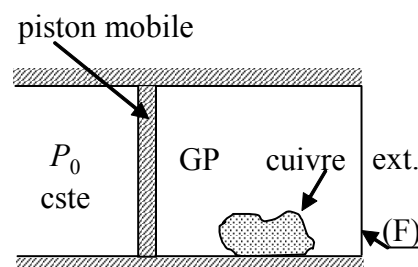


EXERCICE 2 : CALORIMÉTRIE ADIABATIQUE

Cas C - Les capacités thermiques sont connues : détermination de variations de fonctions d'état

Le système étudié, constitué de n moles d'air assimilé à un gaz parfait et d'une masse m de cuivre solide, est contenu dans un cylindre schématisé ci-dessous ; on précise que :

- le piston est mobile sans frottement, les autres parois sont fixes ;
- les éléments hachurés sont athermanes (*i.e.* imperméables aux transferts thermiques), tandis que la paroi (F) permet ces transferts.



données : - coefficient de Laplace du gaz : $\gamma = 7/5$; $R = 8,314 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$; $n = 1 \text{ mol}$;
 - capacité thermique massique du cuivre : $c = 385 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$; $m = 269 \text{ g}$;
 - P_0 est constante ; les valeurs de γ et de c sont ici indépendantes de la température ;

C.2.1) Comment définit-on les capacités thermiques C_V et C_P d'un système thermodynamique ? Simplifier ces expressions dans le cas du gaz parfait et établir dans ce cas les expressions des capacités molaires $C_{V,M}$ et $C_{P,M}$ en fonction du coefficient γ et de la constante R des gaz parfaits.

C.2.2) La température extérieure étant restée très longtemps égale à T_0 , le fond (F) du cylindre est mis en contact avec une source (ou thermostat) à la température T_1 ; on laisse le système atteindre l'équilibre. Le volume V occupé par le gaz subit une diminution relative de 5 % à partir de la valeur initiale V_0 . En déduire la température Celsius finale si $\theta_0 = 27^\circ\text{C}$.

C.2.3) En fonction des températures et des données, exprimer la variation d'enthalpie du système lors de la transformation décrite ci-dessus, sous la forme $\Delta H = C' \cdot \Delta T$. Quelles propriétés essentielles de l'enthalpie utilise-t-on pour établir cette expression ?

C.2.4) En déduire l'expression du transfert thermique Q algébriquement reçu par le système à travers (F). Faire l'application numérique et interpréter son signe.

C.2.5) Exprimer et calculer la variation d'énergie interne ΔU du système.
 Interpréter la différence entre ΔU et ΔH dans le cadre du premier principe.

C.2.6) On rappelle des expressions usuelles de la fonction d'état entropie S :

- $S_{\text{GP}}(T, V) = n.C_{V,M} \cdot \ln(T) + n.R \cdot \ln(V) + \text{cste}$ ou $S_{\text{GP}}(T, P) = n.C_{P,M} \cdot \ln(T) - n.R \cdot \ln(P) + \text{cste}$;
- $S_{\text{phase condensée}}(T) = C \cdot \ln(T) + \text{cste}$ pour une phase condensée de capacité thermique C .

En fonction des températures et de C' , exprimer l'entropie créée lors de la transformation.

Faire l'application numérique et conclure.

Cas A - Détermination d'une capacité thermique massique par calorimétrie (thermométrie)

On donne la capacité thermique (ou calorifique) massique de l'eau : $c_{\text{eau}} = 4,18 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{g}^{-1}$.

On désire mesurer la capacité thermique massique du verre par une expérience de calorimétrie à pression constante.

II-A-1-a) Quelle est la fonction d'état à utiliser dans ce cas ?

II-A-1-b) On place $n = 40$ petites billes de verre identiques dans un four maintenant une température $t_1 = 80^\circ\text{C}$. Chaque petite bille a un diamètre $\delta = 1 \text{ cm}$. La densité du verre est $d = 2,5$. On plonge ces petites billes dans un calorimètre de masse équivalente en eau $m_{\text{eq}} = 20 \text{ g}$ dans lequel on a placé initialement une masse $M = 100 \text{ g}$ d'eau à $t_2 = 20^\circ\text{C}$. On néglige toute fuite thermique. La température du mélange à l'équilibre est $t_{\text{eq}} = 25^\circ\text{C}$. En déduire l'expression littérale et la valeur numérique de la capacité thermique massique du verre, que l'on notera c_{verre} . On rappelle que la masse volumique de l'eau est $\rho_{\text{eau}} = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

On veut montrer à partir du second principe que la transformation réalisée ci-dessus est irréversible.

II-A-1-c) Relier, en justifiant, la variation élémentaire d'entropie dS à la variation de température dT d'une phase condensée idéale de capacité thermique C .

II-A-1-d) Donner l'expression littérale et la valeur numérique de la variation d'entropie du système {billes, calorimètre, eau} pour la transformation précédente. Conclure quant à la réversibilité de la transformation.

EXERCICE 3 : ISOLATION THERMIQUE DES BÂTIMENTS

Documents et données numériques.

DOCUMENT 1 : Le plan Home Star et les économies d'énergie.

La crise pétrolière de 1973 a amené les pouvoirs publics à des politiques volontaristes en matière d'énergie. La construction des logements obéit depuis lors à des règles d'isolation thermiques. Ces règles sont de plus en plus contraignantes au fil des décennies mais réalisables grâce à des avancées technologiques majeures et ont permis de limiter la facture énergétique française.

Celle-ci représente toutefois encore en 2017 de 2,5 et 3% du *PIB* et 40 % de cette charge est due au chauffage des bâtiments. La France importe en effet la quasi-totalité de l'énergie fossile dont elle a besoin.

La rénovation des bâtiments anciens est donc un enjeu fondamental des prochaines décennies.

La consommation d'énergie pour le chauffage et la production d'eau chaude sanitaire des logements est en moyenne de :

- $100 \text{ kWh} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{an}^{-1}$ pour ceux construits après 2000.
- $200 \text{ kWh} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{an}^{-1}$ pour ceux construits entre 1975 et 2000, soit le quart du parc immobilier.
- $375 \text{ kWh} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{an}^{-1}$ pour les bâtiments d'avant 1975, qui représentent les deux tiers du parc immobilier.

Ces dernières années, la problématique du réchauffement climatique a amené les gouvernements à accélérer la transition énergétique afin d'améliorer le bilan carbone de la France et diversifier ses sources d'énergie. La France développe en particulier la part des énergies dites renouvelables dans son bouquet énergétique.

De même, les Etats Unis, premier consommateur au monde d'énergie fossile, ont lancé en 2010 le **plan Home star**, plan d'isolation thermique des bâtiments, défendu par le président Obama en personne.

DOCUMENT 2 : Isolation thermique de bâtiments.

On trouve dans une notice pour l'isolation thermique des bâtiments, les valeurs suivantes de conductances thermiques **pour une surface unité de matériau** :

Eléments du bâtiment	Conductance thermique pour un m^2 de surface en USI N.B : Il est appelé coefficient U_w de performance. Il inclut toutes les déperditions (conductif et conducto-convectif)
Fenêtre simple vitrage	$U_w = 6,0$
Fenêtre double vitrage	$U_w = 3,0$
Mur plein d'épaisseur 30cm	$U_w = 2,0$

Éléments du bâtiment	Conductance thermique pour un m^2 de surface en USI N.B : Il est appelé coefficient U de performance. Il inclut toutes les déperditions (conductif et conducto-convectif)
Mur creux d'épaisseur 30cm	$U_w = 1,5$
Polystyrène d'épaisseur 2cm	$U_w = 0,5$

Document 3 : Conductivités thermiques en USI

Matériau	Conductivité thermique en USI
Cuivre	400
Verre à vitre	1,0
Air sec	0,03
Laine de verre	0,04

On prendra pour les applications numériques :

- Prix du kWh en Euros en 2018 : 0,15 Euros. On rappelle que le kWh est l'énergie produite pendant une heure par une puissance de $1kW$.
- On prendra pour les calculs 5,5 mois = 4000 heures, une année $\approx 3 \cdot 10^7 s$
- On donne $3,14 \cdot 10^6$ heures ≈ 360 ans
- Diffusivité thermique du cuivre $D_{Cuivre} = 120 \cdot 10^{-6}$ USI et $\frac{1}{D_{Cuivre}} \approx 8330$ USI
- $\frac{8330}{60} \approx 139$
- $\sqrt{6} \approx 2,4$

Le problème comporte trois parties **largement indépendantes**. Dans une première partie, on s'intéresse à l'isolation thermique et au concept de bâtiments dits à énergie positive. La seconde partie abordera le chauffage d'un appartement. Enfin, la troisième partie étudiera une PAC air /eau soit une énergie renouvelable et avec un bon bilan carbone.

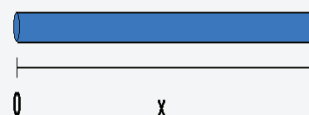
Première partie : Etude de l'isolation thermique d'un appartement (40% du barème)

On considère une barre métallique en cuivre de longueur L dont la surface latérale est isolée thermiquement.

Sa masse volumique est notée ρ et sa chaleur massique à pression constante est notée C_m .

On rappelle que l'unité de C_m est le $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$. On note A l'aire de sa section droite. Enfin, on note λ sa conductivité thermique du cuivre. Le métal de la barre vérifie la loi phénoménologique de Fourier.

En $x = 0$ est placé un thermostat de température $T(x = 0) = T_1$ et en $x = L$ un thermostat de température $T(x = L) = T_2$



Question 1 : Qu'appelle-t-on thermostat ou source de chaleur ?

Question 2 : Donner un exemple de système thermodynamique assimilable à un thermostat.

Question 3 : Quelle est en théorie la capacité thermique d'un thermostat idéal ?

Question 4 : Rappeler la loi de Fourier de la conduction au sein d'un matériau homogène.

Question 5 : En faisant un bilan local d'enthalpie entre x et $x + dx$:

a) Etablir l'équation de la chaleur qu'on mettra sous la forme : $\frac{\partial T}{\partial t} = D \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$

avec $T(x, t)$ la température locale de la tranche mésoscopique entre x et $x + dx$ à une date t .

b) Donner l'expression de D en fonction de λ, ρ et C_m .

Question 6 : Quelle est, en utilisant une équation aux dimensions de l'équation aux dérivées partielles, l'unité de D ?

Question 7 : On admet que le temps caractéristique pour atteindre le régime permanent s'écrit :

$$\tau = \frac{L^a}{D^b}$$

a) Déterminer la valeur du coefficient a et du coefficient b par analyse dimensionnelle.

b) Commenter physiquement la pertinence du résultat et l'expression de D en fonction de λ, ρ et C_m .

c) Calculer ce temps pour une barre de cuivre où $L = 1m$. Commenter le résultat.

Question 8 : Etablir la solution de l'équation de la chaleur en régime permanent stationnaire c'est à dire le profil de température $T(x)$ et en faire le graphe.

Question 9 : On note ϕ le courant ou flux thermique. Il représente la puissance qui traverse une section droite de la barre.

a) Montrer qu'en convention récepteur pour la différence de température, on a :

$$T_1 - T_2 = R_{Th} \phi$$

b) Donner l'expression de R_{Th} en fonction de λ, A et L .

R_{Th} est appelée *résistance thermique* et son inverse $G_{Th} = \frac{1}{R_{Th}}$ est appelée *conductance thermique*.

c) Donner en français la signification physique de la conductance thermique après avoir précisé son unité.

Question 10 : Utilisation des documents 2 et 3

Commenter physiquement les documents 2 et 3. On donnera deux commentaires physiques en français par document.

Question 11 : En faisant un schéma, expliquer ce qu'est le double vitrage. Quel est l'intérêt d'une couche d'air dans le double vitrage ? Justifier soigneusement vos réponses en utilisant les documents fournis.

Question 12 : « Déperdition » à travers les fenêtres

On se place dans cette partie en hiver et en Alsace. Le différentiel moyen de température entre l'intérieur de la maison et l'extérieur est supposé de manière simplifiée égal à une valeur moyenne $\Delta T = 10K$ pendant une durée $\Delta t = 5,5 \text{ mois} \approx 4000 \text{ heures}$ et de $0K$ (Coût nul) le reste de l'année. On présentera les résultats sous forme d'un tableau à reproduire sur la copie.

- a) Calculer le courant ou flux thermique Φ traversant un mètre carré de fenêtre simple vitrage puis un mètre carré de fenêtre double vitrage.
b) En déduire l'énergie E consommée en kWh pour un mètre carré de fenêtre pendant l'année et le coût correspondant en Euros.

	$\Phi (W)$	$E (kWh)$ Sur l'année	Coût annuel (€)
Simple vitrage			
Double vitrage			

Question 13 : « Déperdition » à travers les murs non isolés puis isolés

On présentera les résultats sous forme d'un tableau à reproduire sur la copie.

- a) Calculer le courant ou flux thermique traversant dans les mêmes conditions un mètre carré de mur plein de 30 cm d'épaisseur
b) En déduire l'énergie consommée en kWh et le coût annuel par mètre carré de mur.
c) Calculer littéralement puis numériquement en Euro l'économie réalisée si l'on isole totalement le mètre carré de mur d'un seul côté avec une couche de polystyrène de 2 cm . Commenter.

	$\Phi (kW)$	$E (kWh)$ Sur l'année	Coût annuel (€)
Mur (surface unité)			
Mur isolé (surface unité)			

Question 14 : Dans le cadre d'appartements dits « à énergie positive », on positionne de grandes fenêtres au sud, de petites fenêtres au Nord. Enfin, on plante des arbres à feuilles caduques au niveau de la face Sud. On se place toujours en Alsace.

- a) Proposer une explication.
b) A-t-on intérêt à avoir des volets en métal ou en bois ? Justifier votre réponse.

Deuxième partie : *Chauffage d'un appartement (20% du barème)*

Question 15 : On considère désormais un appartement standard de surface au sol 100 mètres carrés modélisé par une seule pièce de hauteur sous plafond de 2,5 mètres.

Calculer le volume et la masse d'air sec contenue dans la pièce.

Donnée : La masse volumique de l'air de l'appartement est prise égal à $1,2 \text{ kg}$ par mètre cube et supposée constante au cours des transformations thermodynamiques.

Question 16 : La chaleur massique de l'air sec à pression constante est de :

$$C_{pm} = 1 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

Les transformations thermodynamiques de l'air seront supposées isobares.

- a) Calculer la capacité thermique C de l'air sec de l'appartement.
- b) En supposant l'appartement idéalement isolé et donc sans aucune déperdition, calculer la durée de chauffage avec des convecteurs électriques de puissance totale 5 kW pour amener l'air sec de l'appartement de 10°C à 20°C .
- c) Commenter physiquement le résultat.

Question 17 : L'appartement comprend quatre fenêtres de 2,5 mètres carrés chacune.

- a) Calculer la conductance thermique d'une fenêtre avec les données précédentes pour un simple et un double vitrage.
- b) En tant que résistances thermiques, les quatre fenêtres sont-elles en série ou en parallèle ? Justifier votre réponse.
- c) En déduire la conductance thermique des 4 fenêtres puis la puissance ou courant thermique qui les traverse pour un simple puis pour un double vitrage dans les conditions de la question 12.
- d) En supposant que cette puissance correspond à 20% de la puissance transférée de l'appartement vers l'extérieur, déterminer en régime permanent la puissance totale P_0 nécessaire des convecteurs électriques en hiver pour un différentiel de température de 10°C avec simple puis avec double vitrage. Est-ce en accord avec les données du document 1 ?

Question 18 : Si l'on augmente la température de la pièce de 1°C , toutes choses égales par ailleurs, quel est le coût supplémentaire relatif (en %) du chauffage ?

En France, Le coût de l'électricité est peu élevé du fait de la production nucléaire. 75 % de l'électricité est produite en France par des centrales nucléaires. La France a le deuxième parc de centrales après les Etats Unis.

Toutefois, les investissements importants dans le nucléaire (sécurité et maintenance des centrales) et l'épuisement du « combustible » à l'échelle de quelques dizaines d'années amènent à développer des sources d'énergie renouvelable. La France a développé à son maximum l'énergie hydroélectrique et les barrages au fil de l'eau.

L'énergie géothermique est encore sous exploitée.