

Approches documentaires : CORRIGÉ**A-Blaise Pascal : interprétations d'expériences de statique des fluides**

ou comment Pascal a abandonné le principe de l'horreur du vide pour interpréter la pression atmosphérique comme une conséquence de la pesanteur de l'air.

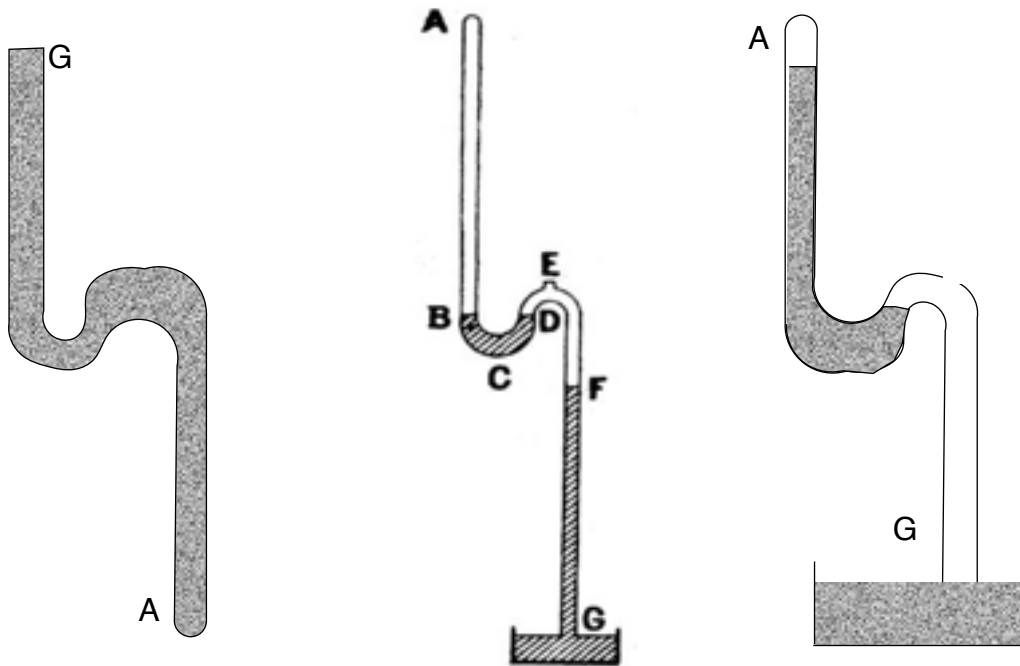
Document support : article de 1949 de la revue d'histoire des sciences par Charles BRUNOLD à l'occasion du tricentenaire de « la grande expérience des liqueurs »

1- Quel type d'expérience mettait en défaut l'horreur du vide ?

L'horreur du vide suppose que tout espace vide doit nécessairement se remplir spontanément de matière (gaz ou liquide)

L'expérience de Torricelli consistant à retourner un tube rempli de « vif argent » de 4 pieds montre qu'il existe un vide au sommet du tube que le mercure ne peut remplir. Elle met donc en défaut la version « absolue » de l'horreur du vide puisqu'il n'est pas complètement comblé.

On retrouve cette observation avec l'eau et la limite des dix mètres observée par le jardinier florentin

2- Résumer l'expérience du « vide dans le vide ». (plusieurs dessins successifs (type BD) seraient pertinents)

On remplit le tube en S avec son renflement de réserve BD. On le retourne sur la cuve (E étant fermé) : le mercure se répartit sur une colonne de 76 cm de G à F (cette colonne compensant exactement la pression atmosphérique sur la surface libre). Au dessus (F à D) s'est formé un vide. Il est séparé de la zone AB par une réserve de mercure BD les pressions étant nulles en B et en D : on a donc bien du « vide dans le vide ». AB est également vide d'air. On ouvre l'orifice E : l'air s'y engouffre à la pression atmosphérique et repousse donc la colonne de mercure FG pour l'éliminer (en augmentant bien sûr le niveau de mercure dans la cuve à surface libre). Cet air pousse également en D le mercure de la réserve BD qui n'oppose aucune pression du côté du vide B : le niveau monte alors de 76 cm dans la colonne supérieure.

3- Cette expérience montre-t-elle que la pression est due à la pesanteur de l'air ? Que prouverait-t-elle si on la réalisait à des altitudes différentes ?

Non. Cette expérience montre que l'air pénètre avec une pression susceptible de compenser ou d'entraîner des dénivellations de colonne de mercure de 76 cm.

A des altitudes différentes, on verrait que les colonnes de mercure susceptibles d'être déplacées ont des dénivellations différentes. En particulier elles sont de plus en plus faibles lorsque l'on monte en altitude.

4- Le jardin du couvent des minimes de Clermont-Ferrand est à l'altitude de 358 m et le sommet du Puy de dôme à 1464 m. Quelle masse volumique moyenne de l'air déduiriez-vous dans l'hypothèse incompressible (valeurs de la page 229) ? (on rappelle que 76,0 cm de mercure correspondent à $1,013 \cdot 10^5$ Pa). Quel rapport entre les masses volumiques de l'air et du mercure (valeurs de la page 229) ?

D'autres mesures des relevés du puy de dôme (diminution d'une ligne pour 13 toises) donnent un facteur 11000 entre ces masses volumiques. Quelle masse volumique trouve-t-on alors pour l'air ?

L'application de la relation fondamentale de la statique des fluides aux fluides supposés incompressibles stipule la proportionnalité de la variation de pression à la masse volumique du fluide et à la dénivellation.

On lit en page 229 du document des hauteurs de 71,2 cm pour l'altitude 358 m et 62,7 cm pour le sommet à 1464 m.

L'écart de pression se traduit en pascals : $71,2 - 62,7 = 8,5$ cm de Hg correspondant à $(8,5/76) \cdot 1,013 \cdot 10^5 = 11330$ Pa

La relation étant : $\Delta P = \mu_{\text{air}} \cdot g \cdot \Delta z$ on déduit $\mu_{\text{air incompressible}} = 11330 / (9,81 \cdot (1106)) = 1,04 \text{ kg/m}^3$ ou $1,04 \text{ g/l}$

On est assez éloigné de la valeur de $1,29 \text{ g/l}$ à cause de la précision des données et du modèle incompressible utilisé.

Le rapport entre les masses volumiques du mercure liquide et de l'air se retrouve immédiatement dans le rapport des colonnes de mercure et d'air pour le même écart de pression : $1106/0,085 = 13012$

Les mesures plus précises donnant un rapport de 11000 au lieu de 13000 et la masse volumique du mercure étant de $\mu_{\text{Hg}} = 101300 / (9,81 \cdot (0,76)) = 13600 \text{ kg/m}^3$ donnera une masse volumique de l'air : $\mu_{\text{air}} = 13600 / 11000 = 1,24 \text{ kg/m}^3$

S'agissant d'une mesure sur une variation limitée d'altitude, cette valeur est la moyenne de celle de l'air à cette altitude à 13 toises près.

5- Quelle expérience invite à l'analogie pour une pression atmosphérique due à une colonne d'air ? Quelle différence importante entre les deux types de fluide ? Pourquoi les méthodes de calcul intégral de Leibniz et Newton ont-elles été nécessaires à Huyghens pour une expression convenable du nivellement barométrique ?

L'expérience invitant à l'analogie entre pesanteur de colonne d'air et de colonne d'eau est celle du petit sac de mercure qui subit une pression liée à la colonne d'eau qui le surplombe.

La différence importante est la compressibilité de l'air contrairement à l'eau qui induira que la pesanteur d'une colonne d'air n'est pas une fonction affine de la hauteur de colonne d'air contrairement à l'eau.

Les méthodes de calcul intégral seront justement nécessaires pour obtenir la relation entre pression d'air et altitude dans le cas d'un fluide compressible (nivellement barométrique). Il s'agit de passer de la connaissance de la relation entre une variation infinitésimale d'altitude et la variation infinitésimale de pression associée par la masse volumique de l'air à cette altitude (dépendant de la pression) : $dp = -\mu(z(p)) \cdot dz$

La résolution de cours dans le modèle d'une masse volumique proportionnelle à la pression (Gaz Parfait isotherme) correspond bien à une intégration des termes : $dp/p = -K \cdot dz$

6- Cette colonne d'air au-dessus de nos têtes ne nous paraît pas si lourde pourtant. Pourquoi ? Pourquoi déchausse-t-on accidentellement les bottes dans la vase ? Quelle force minimale devrait-t-on développer pour décoller un pied du sol si on portait des chaussures « ventouse » ?

Dans le modèle rappelé précédemment, la colonne d'air au dessus de notre tête a une hauteur infinie mais une masse et donc une pesanteur finie. Ce poids est calculable facilement puisqu'il correspond à une pression de 101300 pascals sur la projection horizontale de section de ... notre tête et nos épaules ? Si on fait une estimation de l'ordre de grandeur de ce calcul (non pertinent !) on obtient $101300 \cdot (20 \cdot 50) \cdot 10^{-4} \approx 10000 \text{ N}$!! soit une tonne d'air environ ! Naturellement l'utilisation de la projection horizontale n'est pas justifiée, notre corps subit cette pression dans toutes les directions et sa résultante se limite à la poussée d'Archimède de l'air (très faible !) sur lui. En d'autres termes, dans une projection verticale des forces, il y a autant (même un poil plus) de forces de pression poussant vers le haut si notre corps est baigné d'air atmosphérique.

Dans le cas des bottes dans la vase, on chasse une partie de l'air « inférieur » qui exerce d'autant moins de poussée vers le haut que l'on en a chassé : c'est un effet « ventouse ». Une chaussure possédant une surface d'environ $(10 \cdot 30) \text{ cm}^2$ la force (verticale descendante) à contrer est d'environ $0,03 \cdot 101300 \approx 3000 \text{ N}$!

B- Écoulements fluides laminaires et turbulent : rôle du nombre de Reynolds

Document support : extrait(s) de deux synthèses décrites comme « approches documentaires » des ouvrages « Physique PT PT* » de Christophe More et David Augier de la collection Tec&Doc (éditions Lavoisier) et « PT PT* Physique » de la collection Prépas Sciences (éditions Ellipses)

1- Décrire ce qu'est une couche limite. Qu'est-ce que la recirculation ? Quelles sont ses conséquences ?

Une couche limite est une zone de gradient de grandeur au voisinage d'une interface. Il peut s'agir de gradient de température, de potentiel, de concentration.. En mécanique des fluides, il s'agit de gradient de vitesse. En effet, la vitesse tangentielle relative d'un fluide réel est nulle à l'interface et elle évolue pour atteindre l'ordre de grandeur de sa valeur de vitesse relative (à l'infini de l'obstacle) sur une épaisseur très faible. Cette épaisseur est variable lorsque l'on suit l'écoulement le long de l'obstacle.

On parle de recirculation lorsque la vitesse change de signe lorsque l'on s'éloigne de l'obstacle perpendiculairement à celui-ci : des couches de fluides se déplacent dans des sens opposés et la friction associée à ces zones à fort cisaillement (fort rotationnel) génère rapidement des turbulences dans la couche limite. La couche limite se décolle et délimite ce que l'on nomme sillage.

2- Une couche limite peut-elle être irrotationnelle ? laminaire ? turbulente ?

Une couche limite présentant un gradient de vitesse perpendiculairement à celle-ci, elle est nécessairement rotationnelle. Elle peut être laminaire tant que les couches de fluides ne se « mélangent pas ». Elle peut devenir turbulente (même en dehors du sillage) à condition que le nombre de Reynolds soit particulièrement élevé.

3- On vous propose une interprétation du nombre de Reynolds comme un **temps de diffusion** de quantité de mouvement (transport microscopique lié à la viscosité et au gradient de vitesse) sur une longueur L divisé par un **temps de convection** (la particule mésoscopique se déplace avec sa quantité de mouvement) sur la même longueur L.

a-Rappeler une équation de diffusion du cours pour confirmer la proposition : $\tau_{\text{diffusion}} \propto \frac{L^2}{D}$

équation de diffusion thermique : $\frac{\partial T}{\partial t} = D \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$ en monodimensionnel

b- expliquer pourquoi « les effets visqueux dominant » aux très faibles nombre de Reynolds. Quelle appellation réserve-t-on à ces écoulements ?

Les effets « dominants » sont ceux qui s'établissent le plus rapidement et gouvernent donc une zone d'écoulement. Ainsi la viscosité dominera si le temps de diffusion (de la quantité de mouvement portée par les particules microscopiques migrant entre les couches de fluide) est nettement plus court que le temps de convection (temps de déplacement d'ensemble de la quantité de mouvement portée par les particules mésoscopiques) : soit pour les nombres de Reynolds faibles.

Si le nombre est inférieur à la centaine, on a une zone d'écoulement laminaire.

Si le nombre de Reynolds est très faible (<1), on parle d'écoulements linéaires ou rampants.

c- Même si le coefficient de trainée C_x n'a pas encore été exactement défini en cours, quelle relation entre C_x et Re observez vous sur la figure 6 :

- pour des $Re < 10$?

On observe une droite de pente -1 avec des échelles logarithmiques : il s'agit donc d'écoulements pour lesquels le coefficient de trainée est inversement proportionnel au nombre de Reynolds

-pour des $1000 < Re < 100000$?

On observe une droite horizontale (avec des échelles logarithmiques) : il s'agit donc d'écoulements pour lesquels le coefficient de trainée est indépendant du nombre de Reynolds

d- Quel type d'écoulement supposez-vous autour d'un parachute ?

On imagine des turbulences et certainement pas des couches d'air « lisses » glissant sur le parachute

La viscosité dynamique de l'air est de l'ordre de $2 \cdot 10^{-5}$ USI. Estimer l'ordre de grandeur du nombre de Reynolds de cet écoulement en proposant des ordres de grandeur convenables pour les différentes grandeurs intervenant. Conclure.

Ordre de grandeur de la vitesse de chute en descente : 5 m/s (1m/s à l'atterrissage)

Diamètre du parachute : 5 m

$Re = 1,3 \cdot 5 / (2 \cdot 10^{-5}) \approx 150000$

Très largement turbulent

e- La portée d'une balle de golf est nettement supérieure à la portée d'une balle lisse de même rayon réalisée dans le même matériau. Expliquez pourquoi. Quel est l'ordre de grandeur minimal de Re correspondant ?

Les alvéoles incurvées sur la surface permettent une transition laminaire-turbulente au sein de la couche limite et un recollement de celle-ci sur la surface de manière à diminuer le sillage derrière la balle.

Il s'agit de la crise de résistance « provoquée » qui apparaît donc pour un nombre de Reynolds inférieur à 200000.

Ordre de grandeur minimal : 100000.