

## DS 2 : Oscillateurs - Géothermie - Détente de vapeur- Sulfites

### Exercice 1 : Oscillateurs électroniques analogiques

#### C.I.2. Application du circuit comparateur : oscillateur de relaxation

Le comparateur étudié précédemment est maintenant associé à un circuit RC selon le schéma de la Figure F7.

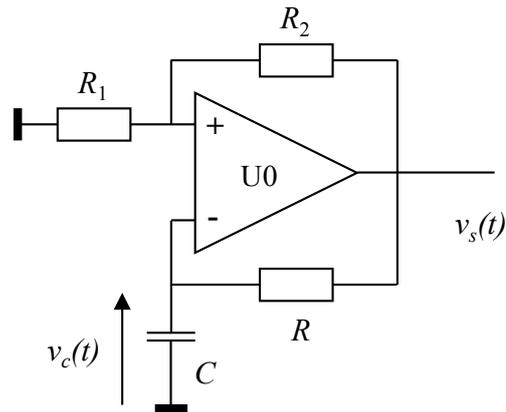


Figure F7. Schéma de l'oscillateur.

À la mise sous-tension on observe assez rapidement un régime périodique avec une succession de phases de croissance puis de décroissance de  $v_c$ . La figure F8 ci-dessous donne les enregistrements à l'oscilloscope de  $v_s(t)$  (voie C1) et de  $v_c(t)$  (voie C2) en fonction du temps.

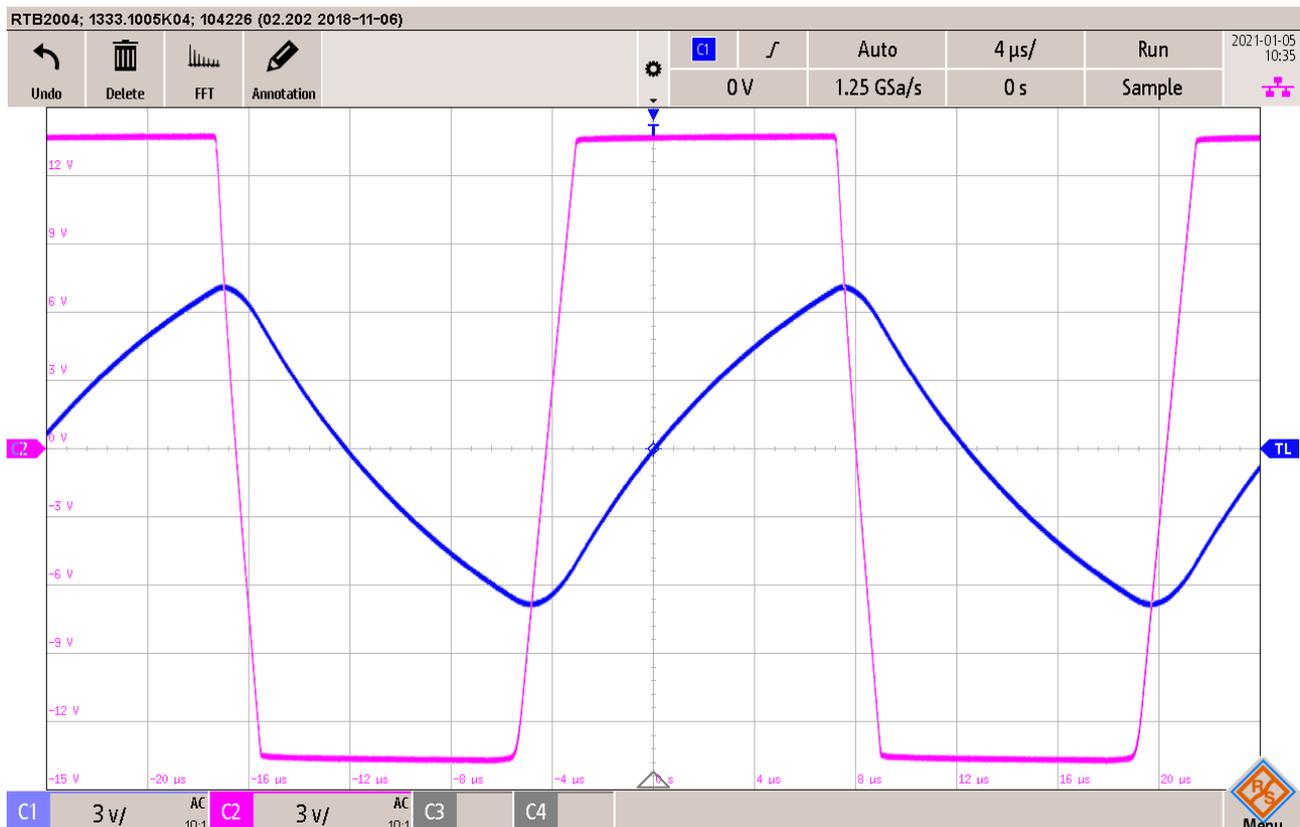


Figure F8. Enregistrement des signaux fournis par l'oscillateur de relaxation. La base de temps est de  $4 \mu\text{s}/\text{div}$  et l'amplification est de  $3 \text{ V}/\text{div}$  pour les deux voies de mesure.

⇒ **Étude de la phase de croissance.**

**Q36.** On suppose qu'à l'instant  $t=0$  le condensateur est déchargé et que la tension de sortie de l'amplificateur U0 vaut  $+V_{sat}$ . Établir l'équation différentielle régissant la tension  $v_c(t)$ .

**Q37.** En déduire l'équation horaire de  $v_c(t)$  et l'instant  $t_1$  de fin de cette phase.

⇒ **Étude la phase de décroissance.**

**Q38.** Expliquer pourquoi  $v_c$  se met à décroître.

**Q39.** Établir l'équation différentielle de  $v_c$  dans cette phase.

**Q40.** En déduire l'équation horaire de  $v_c(t)$ , et l'instant  $t_2$  de fin de cette phase.

**Q41.** Déterminer, d'après la durée de la deuxième phase, l'expression littérale de la période de  $v_c$ .

**Q42.** Déduire de l'enregistrement de la Figure F8 les valeurs numériques approchées des quantités suivantes :  $V_{sat}$  ; le rapport  $R_2 / R_1$  et le produit  $RC$ . Pour le calcul numérique du logarithme népérien on pourra considérer les nombres entre 2,5 et 3 comme voisins de 2,72.

⇒ **Limites de fonctionnement de l'oscillateur**

**Q43.** Quelles caractéristiques de l'amplificateur peuvent entraîner une possible limitation de la fréquence de cet oscillateur ? Donner un ordre de grandeur de ces limitations.

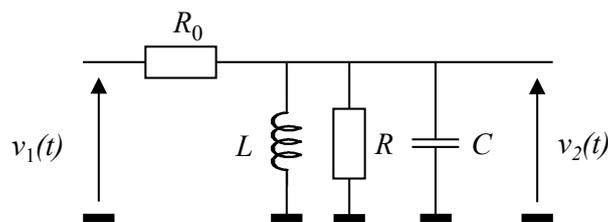
**Q44.** Ces limitations sont-elles visibles sur la Figure F8 ?

## C.II. Oscillateur quasi sinusoïdal

Cet oscillateur sera construit autour d'un filtre et d'un montage amplificateur. Ces deux blocs fonctionnels sont tout d'abord étudiés séparément.

### C.II.1. Étude du filtre

Sur la Figure F9 on donne le schéma d'un filtre. On note  $\underline{H}_F(\omega)$  sa fonction de transfert.



**Figure F9.** Schéma du filtre.

**Q45.** Déterminer l'expression de  $\underline{H}_F(\omega)$  et la mettre sous la forme  $\underline{H}_F = \frac{H_0}{1 + jQ_F \left[ x - \frac{1}{x} \right]}$  avec

$$x = \frac{\omega}{\omega_0}, \quad \omega_0 \text{ étant la pulsation propre du filtre.}$$

Expliciter littéralement  $Q_F$ ,  $H_0$  et la fréquence caractéristique  $f_0$ .

**Q46.** Donner l'expression reliant le facteur de qualité, la fréquence propre et la bande passante à -3 dB.

On choisit  $R_0 = 470 \Omega$ ,  $R = 120 \Omega$ ,  $L = 50 \mu\text{H}$  et  $C = 50 \text{ nF}$  de sorte que :  $H_0 \approx 0,2$ ,  $f_0 \approx 100 \text{ kHz}$  et  $Q_F \approx 3$ .

### C.II.3 Étude des oscillations

On associe maintenant les deux blocs en connectant la sortie du montage amplificateur à l'entrée du filtre, réalisant le système dont le schéma est donné Figure F12.

La sortie de l'amplificateur U1, toujours supposé dans un premier temps comme idéal, est connectée à l'entrée du filtre au travers d'un interrupteur K.

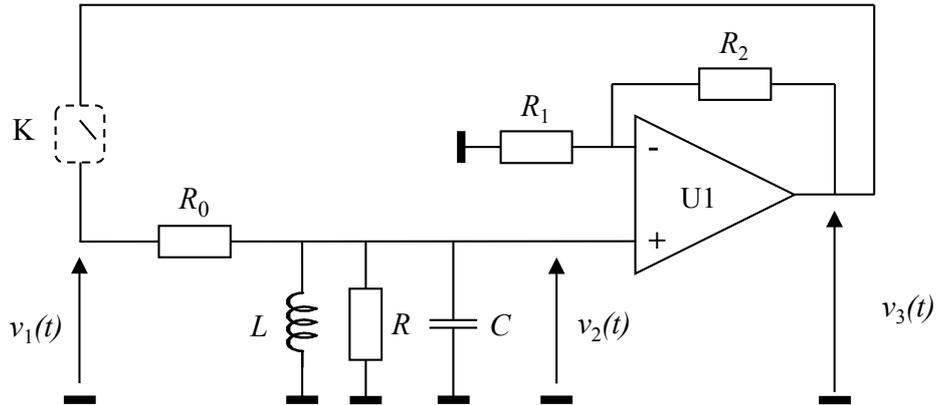


Figure F12. Structure bouclée associant le filtre et l'étage amplificateur.

À l'instant  $t = 0$  on ferme l'interrupteur K, le condensateur C étant déchargé.

**Q51.** Déterminer l'équation différentielle régissant l'évolution de la tension  $v_3(t)$  ; on fera apparaître dans cette équation la pulsation propre, le facteur de qualité et le gain maximal.

On désire obtenir à la fermeture de l'interrupteur des oscillations pseudo-périodiques d'amplitude croissante.

**Q52.** À quelle condition sur  $H_1$  cela sera-t-il possible ?

**Q53.** Que vaut la fréquence d'oscillation pendant la phase de démarrage ?

**Q54.** À quelles conditions la fréquence des oscillations peut-elle être considérée comme égale à la fréquence propre du filtre ?

**Q55.** En considérant d'une part l'étude précédente, et d'autre part le fait que le circuit U1 n'est pas idéal expliquer pourquoi il est préférable que le gain de l'étage amplificateur ne soit pas trop grand.

### Exercice 2 : Géothermie domestique

#### 1. Études Préliminaires sur les ondes thermiques

Quelques données pour le sol:

$\lambda = 0,5 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$  conductivité thermique du sol  
 $\rho = 1500 \text{ kg.m}^{-3}$  masse volumique du sol  
 $c = 1000 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$  capacité thermique massique du sol

$$\ln(5) = 1,6$$

$$\sqrt{(1/0,3)} = 1,8$$

$$\ln(0,03) = -3,5$$

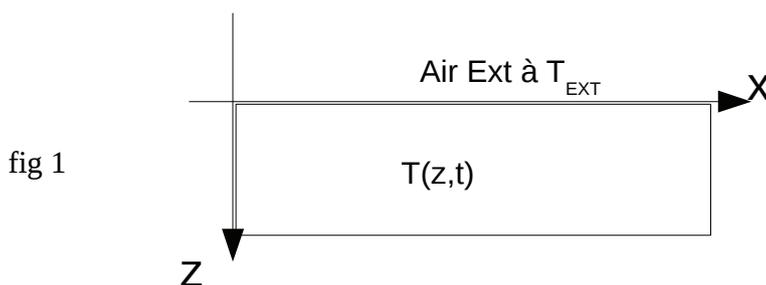


fig 1

1.1. En faisant un bilan sur une tranche, démontrer l'équation de diffusion thermique dans le sol ( $z > 0$ ) vérifiée par la température  $T(z,t)$  pour un flux thermique vertical:  $\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$  (fig1)

1.2. La température du sol est excitée par des variations périodiques de la température de l'air extérieur. On modélise la température au niveau de la surface par  $T(0,t) = T_0 + a \cdot \cos(\omega t + \varphi)$ . « a » représente l'amplitude de la variation de température à la surface du sol. On pourrait prendre les pulsation  $\omega_A = 2\pi \text{ rad/an} \sim 2 \cdot 10^{-7} \text{ rad/s}$  et  $\omega_j = 2\pi \text{ rad/jour} \sim 7 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$ .

A quels phénomènes correspondent-elles ?

1.3. La variation de température se transmet de proche en proche. On prend une solution de la forme  $T(z,t) = T_0 + \alpha \cdot e^{-\frac{z}{\delta}} \cos(\omega \cdot t + \varphi - \frac{z}{\delta})$ . Montrer que  $\delta = \sqrt{\frac{2\lambda}{\rho c \omega}}$

1.4. Que représente physiquement  $\delta$  ?

1.6. Calculer  $\delta$  pour  $\omega_j$  et  $\omega_A$ . Commenter.

1.7. Donner en fonction de  $\delta$  la profondeur pour que l'amplitude de la variation soit divisée par un facteur 5. Faire l'application numérique pour une pulsation de  $\omega_A = 2,0 \cdot 10^{-7} \text{ rad.s}^{-1}$ .

## 2. Dimensionnement d'un puits canadien

Dans cette partie on veut rénover un logement en y installant un puits canadien (ou puits provençal). Le logement fait une surface de  $100 \text{ m}^2$  sous une hauteur moyenne de  $2 \text{ m}$ . Dans le logement à rénover, la ventilation se fait par l'apport d'air extérieur grâce aux ouvertures en haut des fenêtres et par l'expulsion de l'air intérieur par une ventilation mécanique contrôlée (V.M.C) (fig 2). On bouche les ouvertures pour les remplacer par un dispositif de puits canadien: l'air extérieur aspiré circule dans le sol avant d'entrer dans le logement (fig 3). On considère que le débit volumique  $D_v$  dans la V.M.C et le puits est constant et identique (pas de perte de charge), les rayons  $R$  des sections sont également identiques.

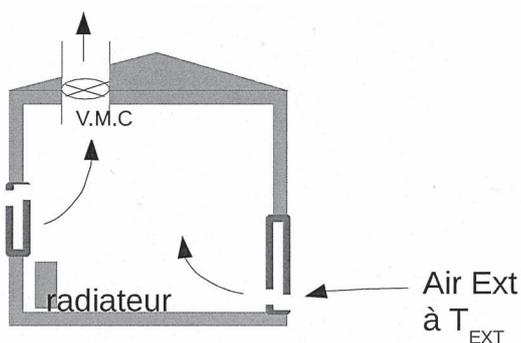


fig 2

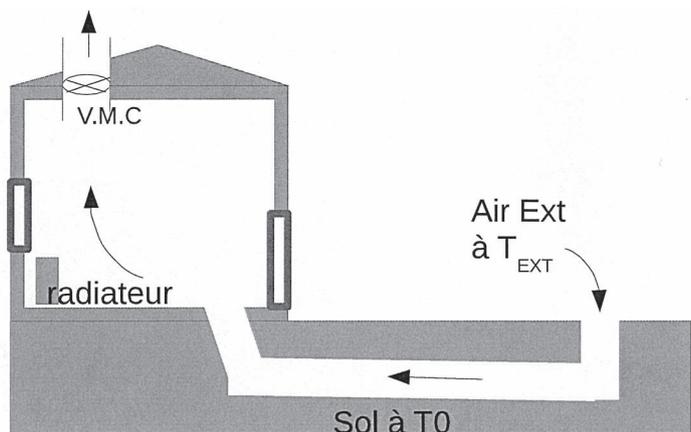


fig 3

On peut fixer les grandeurs  $R$ ,  $L$  (la longueur du puits) et  $D_v$  indépendamment les unes des autres en dimensionnant l'installation lors de la conception. On évitera alors d'utiliser  $v$  la vitesse de l'air pulsé que l'on peut exprimer en fonction de ces grandeurs. L'objectif est de trouver la longueur, la profondeur et la section que doit avoir le puits.

Les lois physiques utilisées dans cette partie font intervenir des différences de températures: **toutes les températures notées T ou  $\theta$  sont exprimées en degré Celsius.**

**h**: coefficient modélisant le transfert thermique de surface conducto-convectif entre le sol de température  $T_0$  et l'air de température T en écoulement par la **loi de Newton** qui donne au signe près le flux surfacique d'échange:  $\phi = h(T - T_0)$  en  $W.m^{-2}$

On modélise **h** par l'**expression** ci-contre.  $h = 1,18 \cdot \frac{D_v^{0,8}}{R^{1,8}} SI$  (SI pour Systeme International)

$$D_v = 50 \text{ m}^3.h^{-1}$$

$$R = 50 \text{ mm}$$

$$\rho = 1,275 \text{ kg.m}^{-3} \text{ masse volumique de l'air}$$

$$c_p = 1000 \text{ J.kg}^{-1}.K^{-1} \text{ capacité thermique massique de l'air à pression constante.}$$

$$T_0 = 12^\circ C \text{ température du sol.}$$

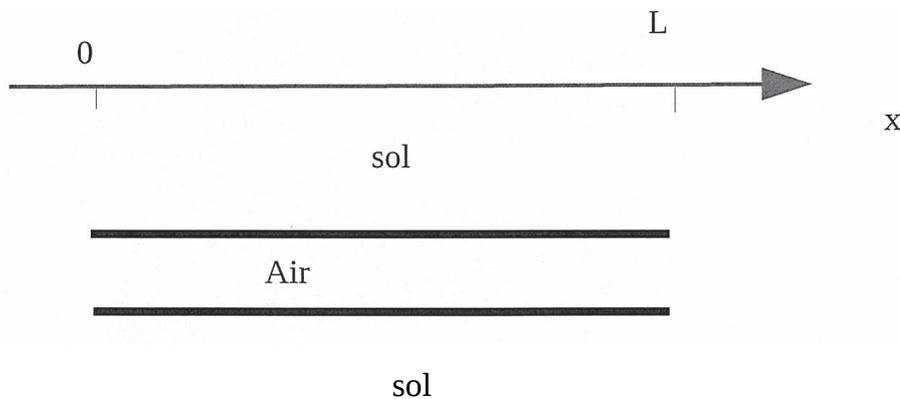
$$T_{EXT} = -4^\circ C \text{ température de l'air extérieur}$$

$$T_L = 19^\circ C \text{ température du logement}$$

2.1. Pourquoi doit-on renouveler l'air du logement ? Quel en est l'inconvénient ? Quelle est la durée nécessaire pour que l'air se renouvelle entièrement dans le logement ? A quoi sert le puits canadien ?

2.2. On veut maintenant dimensionner la longueur et le rayon du tuyau nécessaires au puits. Quelle température maximale peut on espérer à la sortie du puits s'il est suffisamment long ? Estimer alors la puissance gagnée P par rapport à un apport direct d'air extérieur dans la maison. Commenter.

Le tuyau est orienté par un axe x dans le sens de l'écoulement.



La température le long du tuyau souterrain est notée  $T(x)$ . On pose  $\theta(x) = T(x) - T_0$

On prend un modèle simplifié pour la circulation de l'air dans le sol:

- Le régime est permanent
- Pas de perte de charge, la pression P est constante.
- La masse volumique de l'air est également supposée constante et uniforme.

2.3. En considérant une tranche d'air  $x, x+dx$ , établir l'équation différentielle en  $\theta$

et montrer que:  $\theta(x) = \theta_i e^{-K \cdot x}$  avec  $K = \frac{2\pi hR}{\rho D_v c_p}$

2.4. Pour dimensionner la longueur, on veut atteindre une température de sortie  $T_{FINALE}$  au moins égale à 96 % de la température Celsius maximale. On donne  $K=0,15 \text{ unité SI}$  Calculer cette longueur L.

2.5. Que peut on dire de l'effet du débit sur la longueur nécessaire à l'augmentation maximale de température ? On justifiera avec soin à l'aide des différents processus physiques mis en jeu.

2.6. Que peut on dire de l'effet du diamètre du tuyau sur la longueur nécessaire à l'augmentation maximale de température ? On justifiera avec soin à l'aide des différents processus physiques mis en jeu.

On choisit finalement un diamètre qui évite une perte de charge et on ne dimensionne donc pas totalement la section de la conduite en fonction de la contrainte thermique.

### Exercice 3 : Détente de vapeur d'eau dans une « machine à vapeur »

Dans un cycle de machine à vapeur, la phase motrice est une détente de la vapeur d'eau dans un cylindre fermé par un piston mobile.

Cette détente est suffisamment rapide pour que les transferts thermiques n'aient pas le temps d'être quantitatifs. Pour simplifier, on la suppose également réversible (ce qui suppose les frottements négligeables).

On a représenté la transformation dans le diagramme (P,V) ci-contre:

$T_1 = 485\text{K}$ , la pression de vapeur saturante correspondante est  $P_1 = 20\text{bars}$

$T_2 = 373\text{K}$ , la pression de vapeur saturante correspondante est  $P_2 = 1\text{bar}$

Pb: Déterminer le titre en vapeur  $x_{v2}$  de l'état F.

1) En utilisant la table thermodynamique ci-dessous:

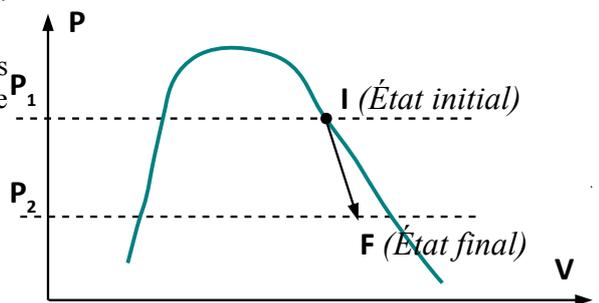
	P en (bar)	$v_L$ en $\text{m}^3\text{kg}^{-1}$	$h_L$ en $\text{kJ.kg}^{-1}$	$s_L$ en $\text{kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$	$v_v$ en $\text{m}^3\text{kg}^{-1}$	$h_v$ en $\text{kJ.kg}^{-1}$	$s_v$ en $\text{kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$
$T_1 = 485 \text{ K}$	20	$1,18.10^{-3}$	909	2,45	0,0998	2801	6,35
$T_2 = 373 \text{ K}$	1	$1,04.10^{-3}$	418	1,30	1,70	2676	7,36

2) En utilisant uniquement les renseignements suivants:

Enthalpies de vaporisation  $L(T_1) = 1892 \text{ kJ.kg}^{-1}$ ;  $L(T_2) = 2258 \text{ kJ.kg}^{-1}$ .

Capacité thermique massique de l'eau:  $C = 4,18 \text{ kJ.kg}^{-1}\text{K}^{-1}$ .

Données: La variation d'entropie d'un liquide de masse m, de chaleur massique c, passant d'une température  $T_1$  à une température  $T_2$  est:  $\Delta S = mc \ln \frac{T_2}{T_1}$



### Exercice 4 : Des ions sulfites en solution ?

#### PARTIE A : équilibres acide-base

Les courbes de distribution des différentes formes acido-basiques du diacide sulfureux  $\text{H}_2\text{SO}_3$  sont représentées figure 1.

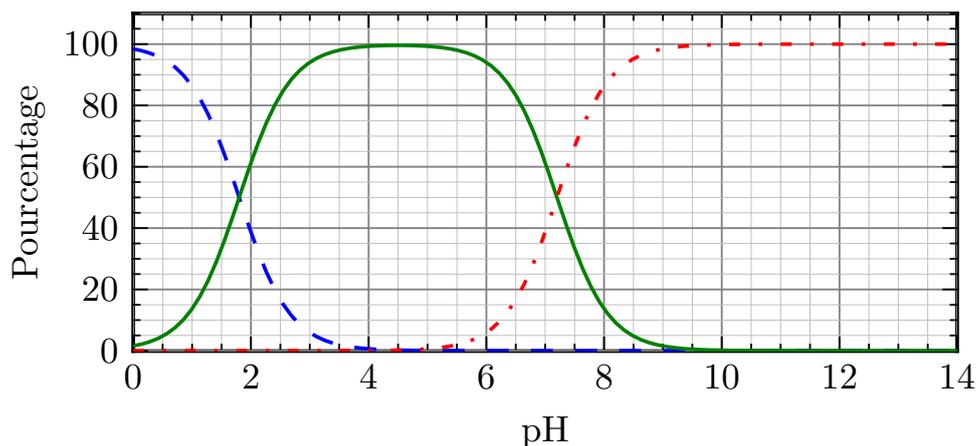


Figure 1 – Diagramme de distribution de l'acide sulfureux.

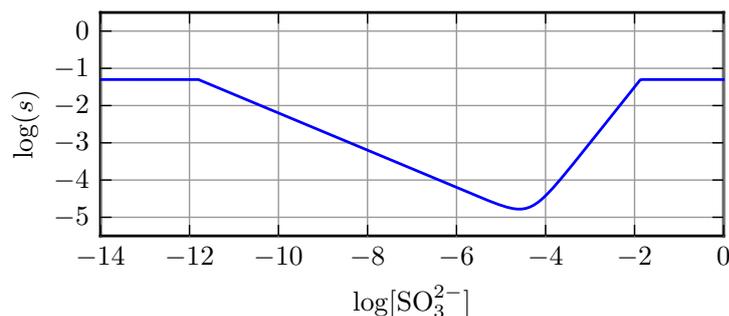
- 1 - Attribuer les courbes aux différentes formes acido-basiques en justifiant.
- 2 - Déterminer les  $pK_a$  des couples successifs du diacide sulfureux.
- 3 - Construire le diagramme de prédominance associé.
- 4 - On considère une solution de  $pH = 2.5$  telle que la concentration totale en espèces sulfurées soit égale à  $c_0 = 2,0 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ . Déterminer les concentrations des différentes formes par lecture des courbes de distribution.

### **PARTIE B : solubilité des sulfites en présence d'ions $Ag^+$**

En solution, les ions argent  $Ag^+$  donnent avec les ions sulfite  $SO_3^{2-}$  un précipité blanc de sulfite d'argent  $Ag_2SO_3(s)$  de produit de solubilité  $pK_s = 13,8$ . En présence d'un excès d'ions sulfite, ce précipité se redissout par formation de l'ion  $Ag(SO_3)_2^{3-}$ . On néglige les propriétés acido-basiques de l'ion sulfite  $SO_3^{2-}$ .

- 1 - Écrire l'équation de dissolution du précipité  $Ag_2SO_3(s)$  en ses ions constitutifs  $Ag^+$  et  $SO_3^{2-}$ . Exprimer sa constante d'équilibre.
- 2 - Écrire l'équation de réaction associée à la redissolution du précipité  $Ag_2SO_3(s)$  en ion  $Ag(SO_3)_2^{3-}$  en présence d'un excès d'ions sulfite. Exprimer la constante d'équilibre associée  $K'$ , valant numériquement  $K' = 10^{3,6}$ .

On note  $s = \frac{1}{2} ([Ag^+] + [Ag(SO_3)_2^{3-}])$  la solubilité du sulfite d'argent en solution. On représente figure 1 son évolution obtenue pour une solution contenant une concentration totale en argent  $c = 1 \cdot 10^{-1} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$  en fonction de  $\log([SO_3^{2-}]/c^\circ)$ .



**Figure 1 – Solubilité du sulfite d'argent.**

- 3 - Interpréter qualitativement la courbe obtenue. On raisonnera en considérant qu'on ajoute progressivement une solution contenant les ions sulfite à une solution contenant initialement uniquement les ions  $Ag^+$  à la concentration  $c$ .

On dispose de deux flacons contenant

- ▷ pour l'un, une solution  $A$  de sulfite de sodium ( $2Na^+ + SO_3^{2-}$ ) de concentration  $0,1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$  ;
  - ▷ pour l'autre, une solution  $B$  de nitrate d'argent ( $Ag^+ + NO_3^-$ ) à la même concentration  $0,1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ .
- À  $10 \text{ mL}$  de solution  $B$  on ajoute quelques gouttes de solution  $A$ . La quantité d'ions sulfite ajoutée est estimée à  $1 \cdot 10^{-7} \text{ mol}$ . Il apparaît un trouble blanc dans la solution.

- 4 - Montrer à l'aide du critère de précipitation que le précipité de sulfite d'argent se forme. Calculer sans tenir compte de la redissolution la quantité de matière de précipité formé et la concentration à l'équilibre des ions  $Ag^+$  et  $SO_3^{2-}$ .

- 5 - On veut pour finir montrer que la redissolution est bien négligeable dans la transformation précédente<sup>1</sup>. Calculer la concentration en ion  $Ag(SO_3)_2^{3-}$  dans la solution. Commenter la valeur trouvée.

---

**FIN DE L'ÉPREUVE**

---