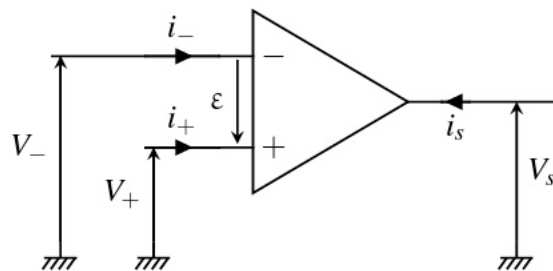


CORRIGE DM 2

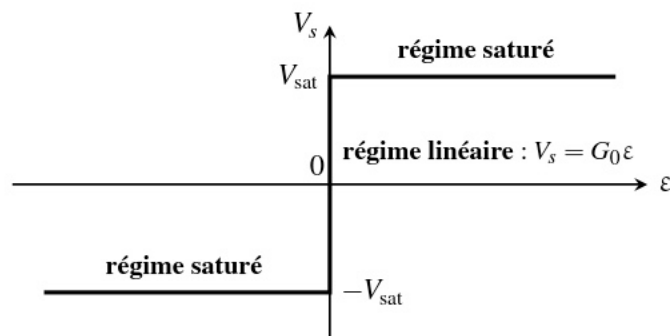
C. Oscillateurs électroniques

Q28. On représente ci-dessous un ALI de manière schématique :



Les propriétés d'un ALI idéal sont les suivantes :

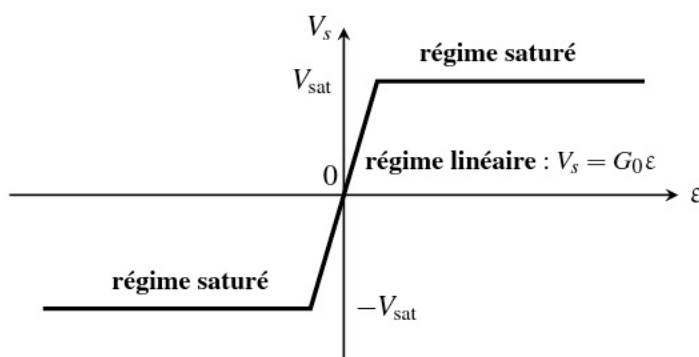
- la caractéristique de transfert statique a l'allure ci-dessous. En régime linéaire, le **gain statique** G_0 **est infini** donc la tension différentielle est nulle : $\epsilon = 0$. Lorsque $|V_s|$ atteint $V_{\text{sat}} \simeq 15 \text{ V}$, il y a **saturation en tension**.



- Lorsque $|i_s|$ atteint $i_{\text{sat}} = 40 \text{ mA}$ (modèle TL081), il y a **saturation en courant**.
- La résistance d'entrée est infinie donc **les courants de polarisation sont nuls** : $i_+ = i_- = 0$.
- La résistance de sortie est nulle donc **la tension de sortie V_s est indépendante du courant de sortie i_s** .
- La vitesse de balayage maximale (slew rate) est infinie.
- La bande passante est infinie.

Pour un ALI réel de type standard :

- la caractéristique de transfert statique a l'allure ci-dessous. Le gain statique est fini mais élevé ($G_0 \gg 1$).



- l'ALI a un comportement de type passe-bas du premier ordre. Sa fonction de transfert **en boucle ouverte** s'écrit :

$$\underline{H} = \frac{V_s}{\underline{\varepsilon}} = \frac{G_0}{1 + j \frac{f}{f_0}}$$

- Dans un montage avec rétroaction, le gain maximal et la bande passante peuvent varier mais le produit gain/bande passante (GBP pour *Gain Bandwidth Product*) est constant.
- La vitesse de balayage $|dV_s/dt|$ est limitée.
- La résistance d'entrée est finie.

Q29. Les valeurs numériques correspondent au modèle TL081 :

- gain statique : $G_0 = 2 \cdot 10^5$.
- Produit gain/bande passante : $\text{GBP} = 4 \text{ MHz}$.
- slew rate : $16 \text{ V}/\mu\text{s}$.
- résistance d'entrée : $R_e = 10^{12} \Omega$.

C.I. Oscillateur de relaxation

C.I.1 Comparateur à hystérésis

Q30. Le montage contient une boucle de rétroaction positive donc il est instable. **L'ALI fonctionne en régime saturé.**

Q31. Les résistances R_1 et R_2 sont associées en série (puisque $i_+ = 0$) donc on peut appliquer la loi du pont diviseur de tension :

$$V^{(+)} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_s$$

Q32. En régime saturé, $V_s = \pm V_{\text{sat}}$ donc on peut affirmer que :

$$|V^{(+)}| = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{\text{sat}} < V_{\text{sat}} < 15 \text{ V}$$

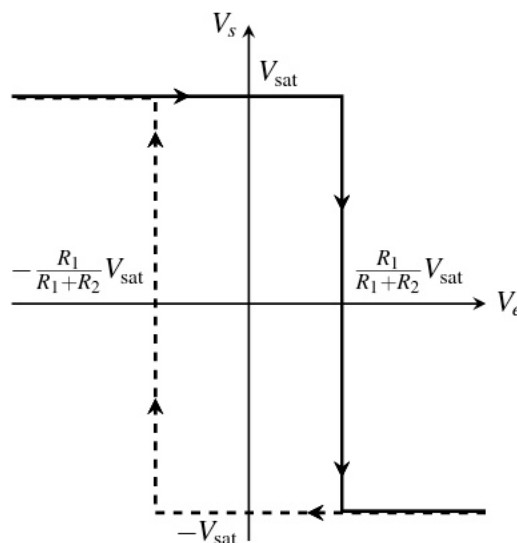
Sachant qu'au départ, $V_e = -15 \text{ V}$:

$$\varepsilon = V^{(+)} - V_e > 0 \implies \begin{cases} V_s = V_{\text{sat}} \\ V^{(+)} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{\text{sat}} \end{cases}$$

Avant que V_e n'atteigne $+15 \text{ V}$, la tension différentielle s'annule puis devient négative donc il y a basculement de la tension de sortie ; elle devient égale à $-V_{\text{sat}}$. Cela se produit lorsque :

$$V_e = V^{(+)} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{\text{sat}} = 6,3 \text{ V}$$

On trace ci-après (voir en page suivante) la courbe donnant V_s en fonction de V_e (en trait plein) :



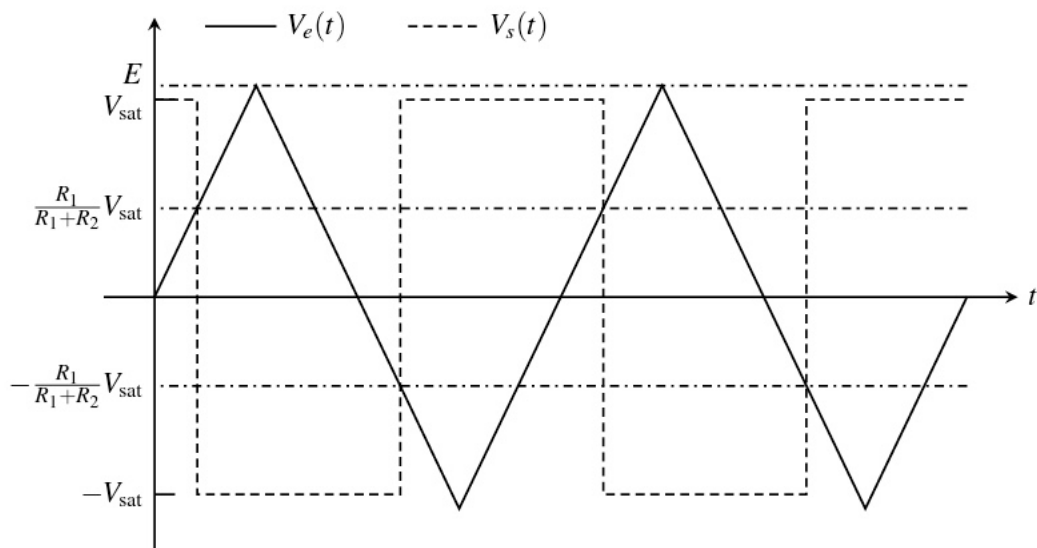
Q33. On vient de voir que lorsque $V_e = +15\text{ V}$, $V_s = -V_{\text{sat}}$ et $V^{(+)} = -\frac{R_1}{R_1+R_2}V_{\text{sat}}$. Avant que V_e n'atteigne -15 V , la tension différentielle s'annule puis devient positive et il y a un nouveau basculement de la tension de sortie ; elle redevient égale à V_{sat} . Cela se produit lorsque :

$$V_e = V^{(+)} = -\frac{R_1}{R_1+R_2}V_{\text{sat}} = -6,3\text{ V}$$

On a représenté les variations de V_s avec V_e en tirets sur le schéma de la page précédente.

Q34. Ce circuit compare la tension V_e à une tension de référence. Toutefois, contrairement à un comparateur simple, la tension de référence ne dépend pas seulement des propriétés du circuit (R_1 , R_2 , V_{sat}). Elle dépend également **de son état antérieur**, ce qui conduit à l'apparition d'un **cycle d'hystérésis** sur le diagramme (V_s , V_e). C'est pour cela que l'on donne au circuit le nom de comparateur à hystérésis.

Q35. La tension $V_s(t)$ a l'allure ci-dessous :



C.I.2 Application du circuit comparateur : oscillateur de relaxation

Q36. Comme $i_- = 0$, le condensateur et la résistance R sont branchés en série. Par la suite, on notera i l'intensité dans la branche du condensateur, en convention récepteur. D'après la loi d'additivité des tensions :

$$v_s = V_{\text{sat}} = v_c + Ri = v_c + RC \frac{dv_c}{dt} \iff \boxed{\frac{dv_c}{dt} + \frac{v_c}{RC} = \frac{V_{\text{sat}}}{RC}}$$

Q37. La solution générale de cette équation différentielle est :

$$v_c(t) = V_{\text{sat}} + Ae^{-t/RC}$$

La condition initiale $v_c(0) = 0$ impose que $A = -V_{\text{sat}}$ donc $v_c(t) = V_{\text{sat}} \left(1 - e^{-t/RC}\right)$.

La phase de croissance se termine lorsque v_c dépasse la tension de basculement $\frac{R_1}{R_1+R_2} V_{\text{sat}}$, à la date t_1 telle que :

$$V_{\text{sat}} \left(1 - e^{-t_1/RC}\right) = \frac{R_1}{R_1+R_2} V_{\text{sat}} \iff t_1 = RC \ln \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)$$

Q38. Une fois que l'ALI bascule, la tension v_s devient égale à $-V_{\text{sat}}$. Le condensateur impose la continuité de la tension à ses bornes donc $v_c(t_1^+) = v_c(t_1^-) = \frac{R_1}{R_1+R_2} V_{\text{sat}}$. On écrit la loi d'additivité des tensions à la date t_1^+ :

$$-V_{\text{sat}} = \frac{R_1}{R_1+R_2} V_{\text{sat}} + RC \frac{dv_c}{dt}(t_1^+) \iff \frac{dv_c}{dt}(t_1^+) = - \left(1 + \frac{R_1}{R_1+R_2}\right) \frac{V_{\text{sat}}}{RC} < 0$$

À partir de $t = t_1^+$, la tension $v_c(t)$ se met à décroître.

Q39. Par analogie avec le calcul de la question 36, on montre qu'après le basculement de l'ALI, l'équation différentielle devient :

$$\frac{dv_c}{dt} + \frac{v_c}{RC} = -\frac{V_{\text{sat}}}{RC}$$

Q40. La solution générale de cette équation différentielle est :

$$v_c(t) = -V_{\text{sat}} + A' e^{-t/RC}$$

La condition initiale $v_c(t_1^+) = \frac{R_1}{R_1+R_2} V_{\text{sat}}$ impose que $A' = \frac{2R_1+R_2}{R_1+R_2} V_{\text{sat}} e^{t_1/RC}$ donc :

$$v_c(t) = V_{\text{sat}} \left(-1 + \frac{2R_1+R_2}{R_1+R_2} e^{-(t-t_1)/RC}\right)$$

La phase de décroissance se termine lorsque v_c atteint la tension de basculement $-\frac{R_1}{R_1+R_2} V_{\text{sat}}$, à la date t_2 telle que :

$$V_{\text{sat}} \left(-1 + \frac{2R_1+R_2}{R_1+R_2} e^{-(t_2-t_1)/RC}\right) = -\frac{R_1}{R_1+R_2} V_{\text{sat}} \iff t_2 = t_1 + RC \ln \left(1 + \frac{2R_1}{R_2}\right)$$

Q41. Par symétrie, les phases de croissance et de décroissance (complètes) ont la même durée donc la période de v_c est égale à :

$$T = 2(t_2 - t_1) = 2RC \ln \left(1 + \frac{2R_1}{R_2}\right)$$

Q42. La tension $v_s(t)$ oscille entre $\pm V_{\text{sat}}$. On lit sur l'enregistrement $V_{\text{sat}} = 13,5 \text{ V}$.

La tension $v_c(t)$ oscille entre $\pm \frac{R_1}{R_1+R_2} V_{\text{sat}}$. On mesure sur l'enregistrement l'amplitude $V_{c,m}$ de ces oscillations :

$$V_{c,m} = 7 \text{ V} \implies \frac{R_2}{R_1} = \frac{V_{\text{sat}}}{V_{c,m}} - 1 = 1$$

On mesure enfin la période des oscillations : $T = 24 \mu\text{s}$. D'après les valeurs numériques précédentes :

$$\ln\left(1 + \frac{2R_1}{R_2}\right) = \ln 3 \simeq \ln(2,72) = 1 \implies RC \simeq \frac{T}{2} = 12 \mu\text{s}$$

Commentaires

Il faut prendre ces valeurs avec précaution car, contrairement au modèle étudié, la tension $v_s(t)$ n'est pas parfaitement rectangulaire en raison du comportement de l'ALI qui s'écarte du modèle idéal.

Q43. La fréquence de cet oscillateur peut être limitée par :

- **le slew rate** de l'amplificateur. On estime le temps de montée de la tension $v_s(t)$ pour un slew rate égal à $16 \text{ V}/\mu\text{s}$ et une tension de saturation $V_{\text{sat}} = 14 \text{ V}$:

$$t_{\text{montée}} = \frac{28}{16} \sim 2 \mu\text{s}$$

La période des oscillations est au moins égale à $2t_{\text{montée}} \sim 4 \mu\text{s}$ donc la fréquence limitée à $f \lesssim 3 \cdot 10^5 \text{ Hz}$.

- **la résistance de sortie** de l'amplificateur. Si la résistance R devient trop proche de R_s (de l'ordre de $10^2 \Omega$ pour un TL081) alors l'influence du courant de sortie sur la tension $v_s(t)$ devient sensible. Dans la limite $R \ll R_s$, $v_s(t)$ oscille avec un temps caractéristique de l'ordre de $R_s C$, donc la fréquence est limitée par $\frac{1}{R_s C}$. Avec une capacité $C = 10 \text{ nF}$, on trouve $f \lesssim 10^6 \text{ Hz}$.

Cet effet est moins contraignant que celui du slew rate.

Q44. Le slew rate est nettement visible sur le graphe de $v_s(t)$. Les temps de montée et de descente sont loin d'être négligeables devant la période des oscillations. En revanche, l'effet de la résistance de sortie est presque imperceptible. Si l'on observe attentivement les « paliers » de $v_s(t)$, on constate qu'ils ne sont pas tout à fait horizontaux. Ces observations confirment que c'est le slew rate qui est le principal responsable de la limitation en fréquence de l'oscillateur.

Commentaires

L'oscillateur à relaxation étudié dans cette sous-partie porte le nom de **multivibrateur astable**.

C.II. Oscillateur quasi sinusoïdal

C.II.1 Étude du filtre

Q45. On écrit l'admittance équivalente des trois dipôles en dérivation :

$$\frac{1}{\underline{Z}_{eq}} = \underline{Y}_{eq} = \frac{1}{R} + \frac{1}{jL\omega} + jC\omega$$

puis on applique la loi du pont diviseur de tension :

$$\underline{H}_F = \frac{\underline{Z}_{eq}}{R_0 + \underline{Z}_{eq}} = \frac{1}{1 + R_0 \underline{Y}_{eq}} = \frac{1}{1 + \frac{R_0}{R} + \frac{R_0}{jL\omega} + jR_0 C \omega}$$

Après factorisation, on aboutit à l'expression suivante :

$$\underline{H}_F = \frac{\frac{R}{R+R_0}}{1 + j \frac{R_0 R}{R+R_0} \left(C\omega - \frac{1}{L\omega} \right)}$$

Par identification avec la forme canonique attendue :

$$\boxed{H_0 = \frac{R}{R+R_0}} \quad \text{et} \quad \begin{cases} \frac{Q_F}{\omega_0} = \frac{R_0 R C}{R+R_0} \\ Q_F \omega_0 = \frac{R_0 R}{L(R+R_0)} \end{cases} \quad \Longleftrightarrow \quad \begin{cases} \boxed{f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}} \\ \boxed{Q_F = \frac{R_0 R}{R+R_0} \sqrt{\frac{C}{L}}} \end{cases}$$

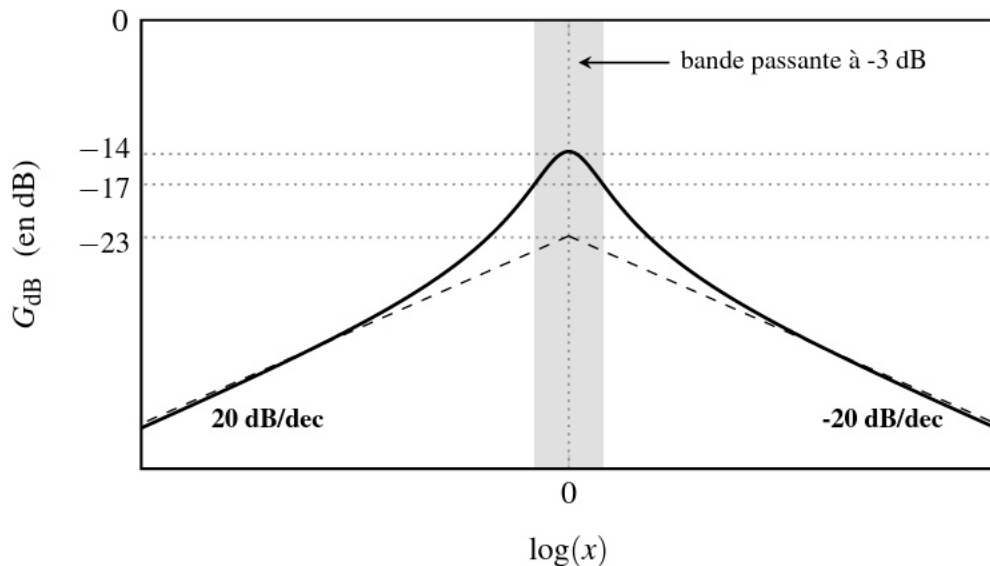
Q46. La bande passante à -3 dB vaut :

$$\boxed{\Delta f = \frac{f_0}{Q_F}}$$

Commentaires

L'énoncé demande de donner l'expression donc aucune démonstration n'est attendue à cette question.

- Q47.** Ce filtre est un passe-bande du deuxième ordre. Son gain maximal en décibels vaut $G_{\text{dB max}} = 20 \log H_0 \simeq -14 \text{ dB}$. Les asymptotes en basses et hautes fréquences, de pentes respectives $+20 \text{ dB/dec}$ et -20 dB/dec , se coupent en $\log x = 0$. Elles ont pour ordonnée à l'origine $20 \log(H_0/Q_F) \simeq -23 \text{ dB}$. On trace l'allure ci-dessous.



C.II.2 Étude de l'amplificateur

- Q48.** On étudie d'abord la structure 1. Il y a une boucle de rétroaction négative donc, en faisant l'hypothèse que $|v_s(t)| < V_{\text{sat}}$, **U1 fonctionne en régime linéaire**. On a alors $V^{(-)} = V^{(+)} = 0$ car l'entrée non-inverseuse est connectée à la masse.

Puisque $i_- = 0$, les résistances R_1 et R_2 sont parcourues par le même courant $i_e(t)$. On écrit la loi d'Ohm pour ces deux résistances :

$$i_e(t) = \frac{v_e(t)}{R_1} = -\frac{v_s(t)}{R_2} \Rightarrow \boxed{\underline{A_1} = \frac{v_s}{v_e} = -\frac{R_2}{R_1}}$$

On étudie maintenant la structure 2. L'ALI fonctionne également en régime linéaire et $V^{(-)} = V^{(+)} = v_e(t)$. Les résistances R_1 et R_2 sont en série et on applique la loi du pont diviseur de tension :

$$v_e(t) = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_s(t) \Rightarrow \boxed{\underline{A_2} = \frac{v_s}{v_e} = 1 + \frac{R_2}{R_1}}$$

Commentaires

Le montage 1 est un **amplificateur inverseur** et le montage 2 un **amplificateur non-inverseur**.

Q49. On a vu à la question précédente que pour la structure 1 :

$$i_e(t) = \frac{v_e(t)}{R_1} \Rightarrow \boxed{Z_{e1} = R_1}$$

L'entrée de la structure 2 est directement connectée à l'entrée non-inverseuse de l'ALI, supposé idéal, donc $\boxed{Z_{e2} = +\infty}$.

L'amplificateur doit être branché en aval du filtre passe-bande. Si l'impédance de sortie du filtre n'est pas négligeable devant l'impédance d'entrée de l'amplificateur alors le courant de sortie du filtre a un effet sensible sur sa fonction de transfert et l'expression de $\underline{H}_F$ obtenue à la question 45 n'est plus valable. *A priori*, la structure 2 est un meilleur choix car elle impose **un courant de sortie nul pour le filtre**, donc elle garantit que sa fonction de transfert est bien égale à $\underline{H}_F$.

Q50. Avec la structure 2, la fonction de transfert globale du montage vaut :

$$\underline{H}_{FA} = \underline{H}_F \underline{A}_2 = \frac{H_0 \underline{A}_2}{1 + jQ_F \left[x - \frac{1}{x} \right]}$$

Par identification :

$$\boxed{H_1 = H_0 \underline{A}_2 = \frac{R}{R + R_0} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right)} \quad \text{et} \quad \boxed{Q = Q_F = \frac{RR_0}{R + R_0} \sqrt{\frac{C}{L}}}$$

C.II.3 Étude des oscillations

Q51. Lorsque l'interrupteur est fermé, $v_3(t) = v_1(t)$ et la fonction de transfert globale est unitaire :

$$\begin{aligned} \underline{H}_{FA} v_3 = v_3 &\iff H_1 v_3 = \left[1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right] v_3 \\ &\iff \left(1 - H_1 + \frac{Q}{\omega_0} j\omega + \frac{Q\omega_0}{j\omega} \right) v_3 = 0 \end{aligned}$$

On peut réécrire cette dernière relation sous la forme :

$$\left((j\omega)^2 + \frac{(1 - H_1)\omega_0}{Q} j\omega + \omega_0^2 \right) v_3 = 0$$

En repassant en réels, on obtient l'équation différentielle suivante :

$$\boxed{\frac{d^2 v_3}{dt^2} + \frac{(1 - H_1)\omega_0}{Q} \frac{dv_3}{dt} + \omega_0^2 v_3 = 0}$$

Commentaires

Il était bien entendu possible d'établir l'équation différentielle en restant en réels, mais il est plus efficace de passer en complexes puisque l'on a déjà établi l'expression de la fonction de transfert globale.

Q52. On exprime le discriminant de l'équation caractéristique :

$$\Delta = \frac{(1 - H_1)^2 \omega_0^2}{Q^2} - 4\omega_0^2$$

On se trouve en régime pseudopériodique si les racines de l'équation caractéristique sont complexes, donc si :

$$\Delta < 0 \iff \frac{(1 - H_1)^2 \omega_0^2}{Q^2} < 4\omega_0^2 \iff |1 - H_1| < 2Q$$

On souhaite que l'amplitude des oscillations soit croissante, ce qui impose que $1 - H_1 < 0 \iff H_1 > 1$. Finalement, la condition s'exprime sous la forme de l'encadrement ci-dessous :

$$\boxed{1 < H_1 < 2Q + 1}$$

Q53. Pendant la phase de démarrage, la pseudo-pulsation des oscillations vaut :

$$\omega = \frac{\sqrt{-\Delta}}{2} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{(1 - H_1)^2}{4Q^2}} \implies \boxed{f = f_0 \sqrt{1 - \frac{(1 - H_1)^2}{4Q^2}}}$$

Q54. La fréquence est quasiment égale à la fréquence propre si :

$$\frac{(1 - H_1)^2}{4Q^2} \ll 1 \implies \boxed{1 < H_1 \ll 2Q + 1}$$

Une telle condition ne peut être réalisée que si le facteur de qualité est élevé : $\boxed{Q \gg 1}$.

Q55. Si le gain de l'étage amplificateur est trop élevé alors la condition $H_1 \ll 2Q + 1$ devient difficile à réaliser. On peut même se trouver dans le cas $H_1 \geq 2Q + 1$ et alors on n'est plus en régime pseudopériodique, la tension $v_3(t)$ croît sans osciller.

D'autre part, plus le gain de l'amplificateur est élevé et plus sa bande passante est étroite. Si la fréquence des oscillations est supérieure ou du même ordre de grandeur que la fréquence de coupure alors il faut tenir compte du caractère passe-bas de l'ALI dans la fonction de transfert globale.

C.II.4 Oscillateur réel et modélisation de dipôle

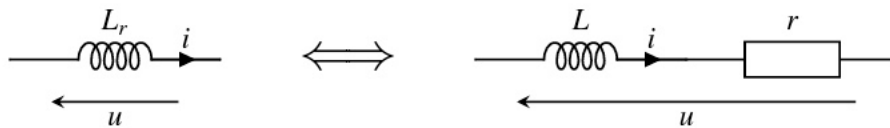
C.II.4.1 Schéma réel de l'oscillateur

Q56. Par rapport au schéma de la figure F12 on remarque que dans le filtre, l'association RLC en dérivation a été remplacée par une bobine réelle L_r en dérivation avec un condensateur réel C_r .

Q57. L'effet de la **résistance interne** d'une bobine se manifeste par l'apparition d'une tension qui s'ajoute à la tension induite :

$$u_{\text{bobine réelle}} = L \frac{di}{dt} + ri$$

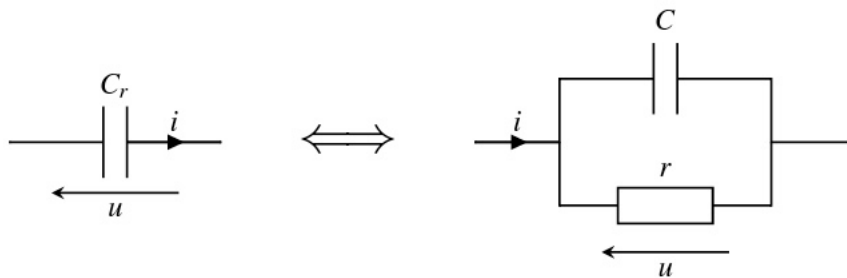
D'un point de vue électrique, une bobine réelle se comporte comme l'association en série d'une bobine idéale et d'une résistance.



L'effet de la **résistance de fuite** d'un condensateur réel se manifeste par le fait qu'une très faible partie du courant qui alimente le condensateur parvient à circuler à travers l'isolant :

$$i_{\text{condensateur réel}} = C \frac{du}{dt} + \frac{u}{r}$$

D'un point de vue électrique, on peut modéliser un condensateur réel comme l'association en dérivation d'un condensateur idéal et d'une résistance.



Les schémas des figures F12 et F13 sont équivalents à condition de supposer que **la bobine est idéale et le condensateur réel**.

C.II.4.2 Réalisation d'une inductance

Q58. La résistance de la bobine est égale à $R = \frac{\ell}{\sigma s}$ où ℓ est la longueur totale du fil conducteur et s est la section du fil.

Le rayon d'une spire est égal à $r_B = \sqrt{S_B/\pi}$. Puisque la bobine est constituée de N_B spires, la longueur totale du fil vaut :

$$L = 2\pi r_B N_B = 2\pi N_B \sqrt{\frac{S_B}{\pi}}$$

La section du fil conducteur vaut $s = \pi d_{Cu}^2/4$. On en déduit l'expression de la résistance :

$$R = \frac{8N_B}{\sigma d_{Cu}^2} \sqrt{\frac{S_B}{\pi}}$$

Commentaires

Il ne faut surtout pas confondre la section s du fil conducteur avec la section S_B d'une spire, ni la longueur totale ℓ du fil avec la longueur l_B de la bobine !

Q59. On peut voir deux spires consécutives comme deux conducteurs électriques séparés par un isolant. De ce point de vue, elle forment effectivement un condensateur.

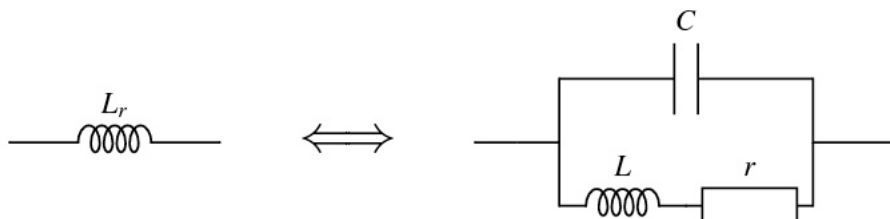
Q60. Les condensateurs {Sp1-Sp2} et {Sp2-Sp3} ont « l'armature » Sp2 en commun. Tout se passe comme si ces deux condensateurs étaient associés **en série**. En généralisant, on peut assimiler la bobine à une association série de $N_{sp} - 1$ condensateurs identiques de capacité C_i . La capacité équivalente de la bobine vaut alors :

$$C_{eq} = \frac{C_i}{N_{sp} - 1}$$

Commentaires

On rappelle que quand on associe deux condensateurs en dérivation, les capacités s'ajoutent ($C_{eq} = C_1 + C_2$) tandis que quand ils sont branchés en série, ce sont les inverses des capacités qui s'ajoutent ($1/C_{eq} = 1/C_1 + 1/C_2$).

Q61. Dans une bobine, il faut superposer le courant de fuite au courant qui circule dans le conducteur. On tient compte de la présence de cette capacité parasite avec un schéma équivalent du type :



Q62. L'impédance de cette bobine réelle vaut $\underline{Z} = \frac{1}{jC\omega + \frac{1}{r+jL\omega}}$.

Si l'on ne tient pas compte de la capacité parasite, $\underline{Z} = r + jL\omega$ et l'impédance de la bobine augmente avec la fréquence jusqu'à diverger dans la limite $\omega \rightarrow \infty$ de sorte que celle-ci se comporte quasiment comme un **interrupteur ouvert** en très hautes fréquences. La présence de la capacité parasite a pour effet de faire chuter l'impédance pour des fréquences supérieures à $f_p \sim 1/(2\pi\sqrt{LC})$. Au lieu de se comporter comme un interrupteur ouvert, elle se comporte quasiment comme un court-circuit lorsque $f \gg f_p$. En résumé :

- la capacité parasite a un effet négligeable pour des fréquences très inférieures à $f_p \sim \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$.
- Autour de f_p , l'impédance (en module) passe par une valeur maximale. Branchée dans un circuit, cette bobine peut donc produire des effets de **résonance** ou d'**anti-résonance** à une fréquence proche de f_p .
- Pour des fréquences supérieures à f_p , la capacité parasite fait chuter l'impédance de la bobine qui se comporte comme un court-circuit dans la limite $f \rightarrow \infty$.

C.II.5 Stabilité de l'oscillateur

C.II.5.1 Oscillateur quasi-sinusoïdal

Q63. D'après les résultats obtenus dans les sous-parties précédentes :

$$\boxed{V_2 = H_F V_1} \quad , \quad \boxed{V_3 = A_2 V_2} \quad \text{et} \quad \boxed{V_1 = V_3}$$

S'il y a effectivement oscillation alors :

$$V_3 = H_F A_2 V_3 \iff \boxed{H_F A_2 = 1}$$

Q64. D'après le résultat précédent :

$$\text{Arg}[H_F(\omega)A_2(\omega)] = \text{Arg}[H_F(\omega)] + \text{Arg}[A_2(\omega)] = 0$$

On a montré précédemment que $A_2 = 1 + R_2/R_1$ est un réel positif donc $\text{Arg}[A_2(\omega)] = 0$.
Par conséquent :

$$\boxed{\text{Arg}[H_F(\omega)] = 0}$$

La condition d'oscillation impose que H_F **soit un réel positif**. D'après l'expression obtenue à la question 45, **la pulsation des oscillations est égale à ω_0** .

C.II.5.2 Stabilité à court terme

Q65. Sous l'effet de cette fluctuation de phase, la condition d'oscillation devient :

$$\text{Arg}[H_F(\omega)A_2(\omega)] = \text{Arg}[H_F(\omega)] + \delta\psi = 0 \iff \boxed{\text{Arg}[H_F(\omega)] = -\delta\psi}$$

Q66. On calcule l'argument de $\underline{H}_F$ en effectuant un développement au premier ordre en $\delta\omega/\omega_0$:

$$\begin{aligned}\text{Arg}[\underline{H}_F(\omega)] &= -\arctan\left[Q_F\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right] \\ &= -\arctan\left[Q_F\left(1 + \frac{\delta\omega}{\omega_0} - \frac{1}{1 + \delta\omega/\omega_0}\right)\right] \\ &\simeq -\arctan\left[2Q_F\frac{\delta\omega}{\omega_0}\right] \\ &\simeq -2Q_F\frac{\delta\omega}{\omega_0}\end{aligned}$$

La condition d'oscillation conduit alors à :

$$2Q_F\frac{\delta\omega}{\omega_0} = \delta\psi \iff \boxed{\delta\omega = \frac{\omega_0}{2Q_F}\delta\psi}$$

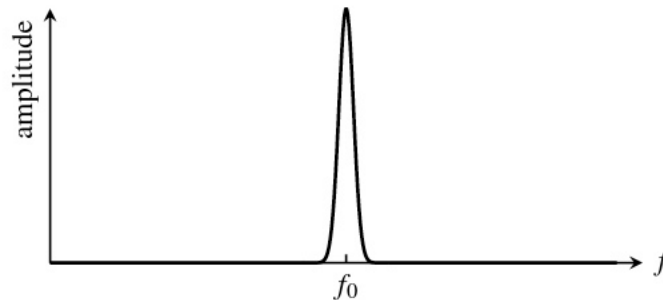
On détermine numériquement la fluctuation de fréquence :

$$\delta f = \frac{f_0}{2Q_F}\delta\psi = \frac{10^5}{6} \times \frac{\pi}{180} \simeq \frac{10^5}{360} \implies \boxed{\delta f = 3 \cdot 10^2 \text{ Hz}}$$

Commentaires

L'unité SI d'une phase est le radian. Pour obtenir une valeur de δf en Hz, il est obligatoire de convertir la valeur de $\delta\psi$ qui est donnée en degré dans l'énoncé.

Q67. Si la fluctuation de phase varie au cours du temps alors les différentes tensions dans le circuit sont **modulées en fréquence**. Tant que l'amplitude des fluctuations de fréquence reste faible, le spectre du signal de l'oscillateur a l'allure suivante :



Commentaires

L'allure de ce spectre est caractéristique de ce que l'on appelle un **bruit de phase**.

Q68. On a montré que la fluctuation en fréquence est inversement proportionnelle au facteur de qualité du filtre. Pour améliorer la qualité de l'oscillateur, **il faut travailler avec un filtre de facteur de qualité élevé.**