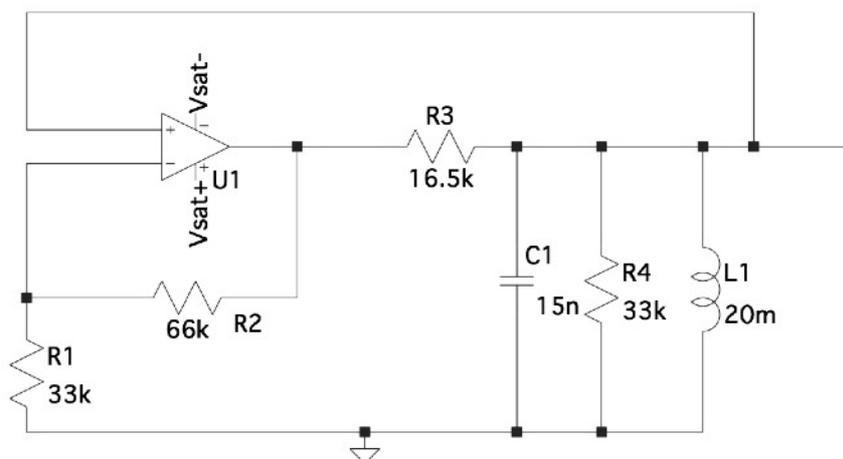


DS 2 : Oscillateurs électroniques
Conduction de chaleur dans une barre radioactive
Calorifugation de canalisation d'eau chaude
Dissolution de carbonate de calcium

EXERCICE 1 : TIPE 2016-2017 (DÉTECTEUR SONORE DE MÉTAUX DE CAMILLE H.)

En 2016-2017, deux étudiants ont travaillé sur des détecteurs de métaux basés sur des principes très différents. Camille a adopté un modèle utilisant deux oscillateurs jumeaux : le bobinage de l'un d'entre eux était placé hors présence métallique et le second à proximité d'une plaque carrée de métal conducteur. La présence du métal modifie le champ magnétique créé par le bobinage et donc par mutuelle inductance, l'« auto-inductance » L équivalente (qui n'est plus à proprement parler une auto-inductance).

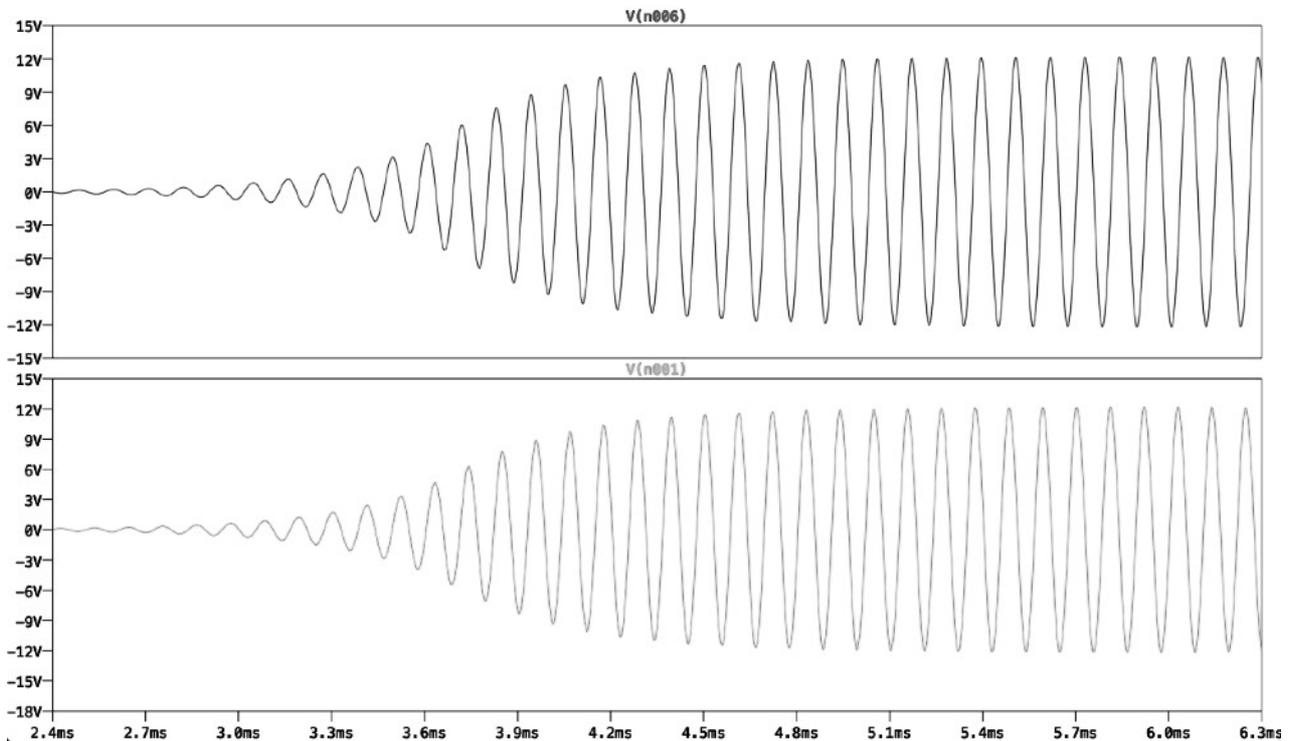
Le montage utilisé a été proposé à un logiciel de simulation numérique de composants analogiques (LTSpice™ : version gratuite disponible sur le WEB). Un montage oscillateur est constitué des éléments dont les valeurs numériques figurent sur le schéma ci-dessous :



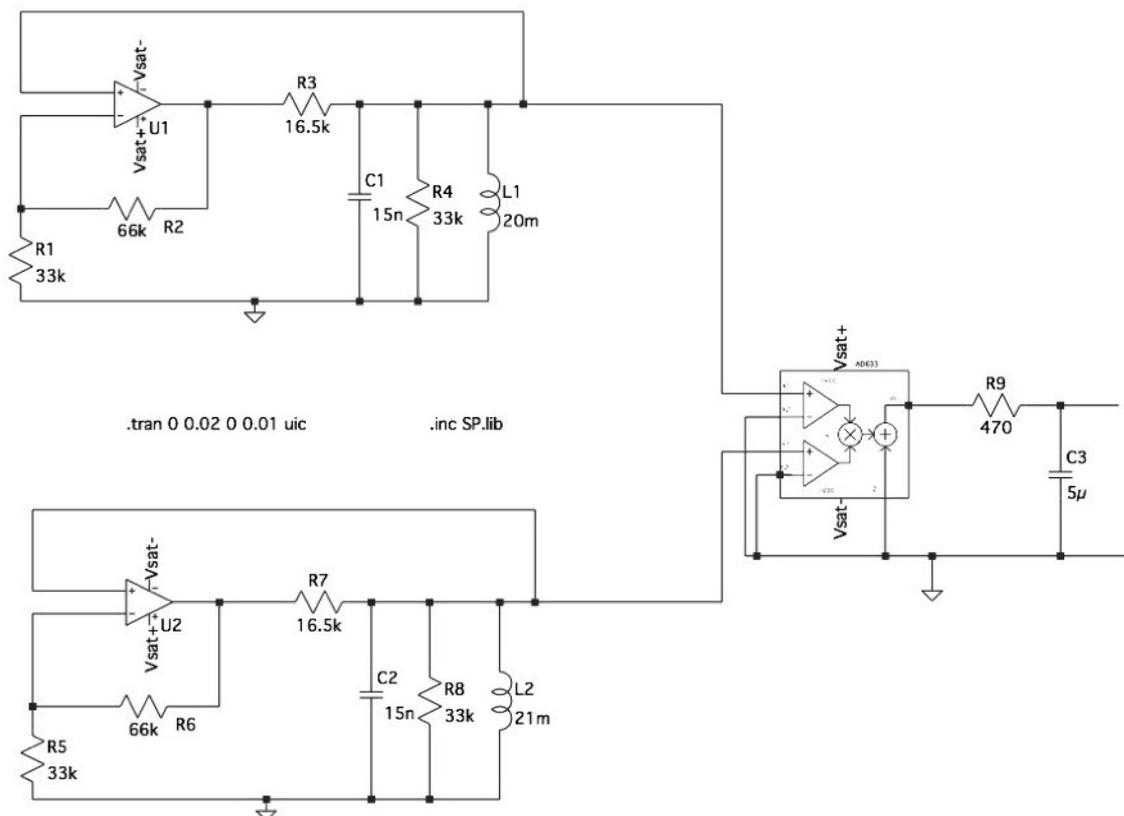
m pour milli
n pour nano
k pour kilo

1. Nommer le montage entourant directement l'ALI et justifier que le quadripôle en cascade dans la boucle de rétroaction est bien un filtre passe-bande du second ordre.
2. Quelle est la valeur maximale de l'impédance du bloc $R_4 L_1 C_1$ parallèle ? Que vaut alors la pulsation du signal sinusoïdal ? Que vaut alors le gain du filtre ? (Applications littérales puis numériques)
3. Déterminer le gain de l'amplificateur à ALI.
4. Rappeler la forme générique de la condition limite d'oscillations de BARKHAUSEN. Comparer au gain de boucle de ce montage. Analyser l'allure du signal observé en sortie de l'ALI (**présenté sur le document ANNEXE**) (durée du transitoire, importance du temps en saturation(s)) et conclure sur la périodicité réellement observée.

5. Pour la simulation, on a fixé une inductance de 21 mH dans le second montage oscillateur et les chronogrammes sont disponibles page suivante. Mesurer au mieux la fréquence des oscillations de l'oscillateur de $L=20$ mH et comparer à celle d'un quasi-sinusoïdal.

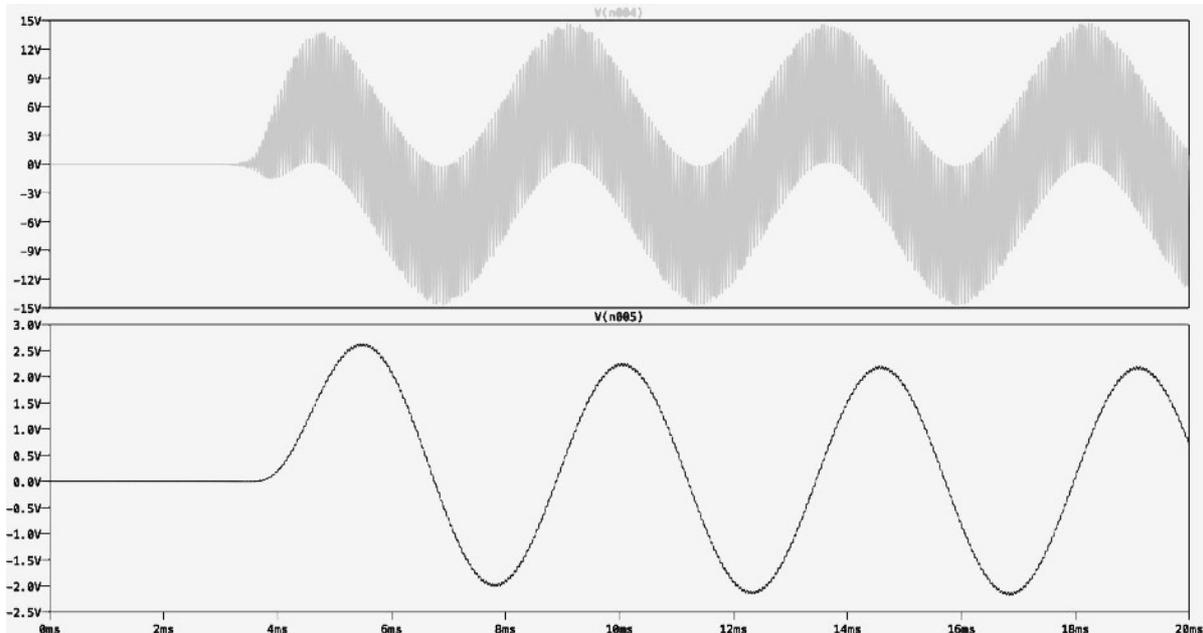


6. Le comportement en Hautes Fréquences de l'ALI s'écarte du modèle idéal. Quelles sont les ordres de grandeur de ces « défauts » ? Risquaient-ils d'intervenir ici ?
7. Le reste du circuit est constitué d'un multiplieur analogique ADJ633 et d'un filtre RC comme ci-dessous de telle façon qu'en sortie du multiplieur on ait la tension : $u_1(t).u_2(t)/10V$



Si $u_1(t)$ est sinusoïdal permanent de fréquence f_1 et $u_2(t)$ est sinusoïdal permanent de fréquence f_2 .
 Quelles sont les fréquences que contient le signal sortant du multiplieur ? Que dire de leurs amplitudes relatives ? S'agit-il d'un opérateur linéaire ?

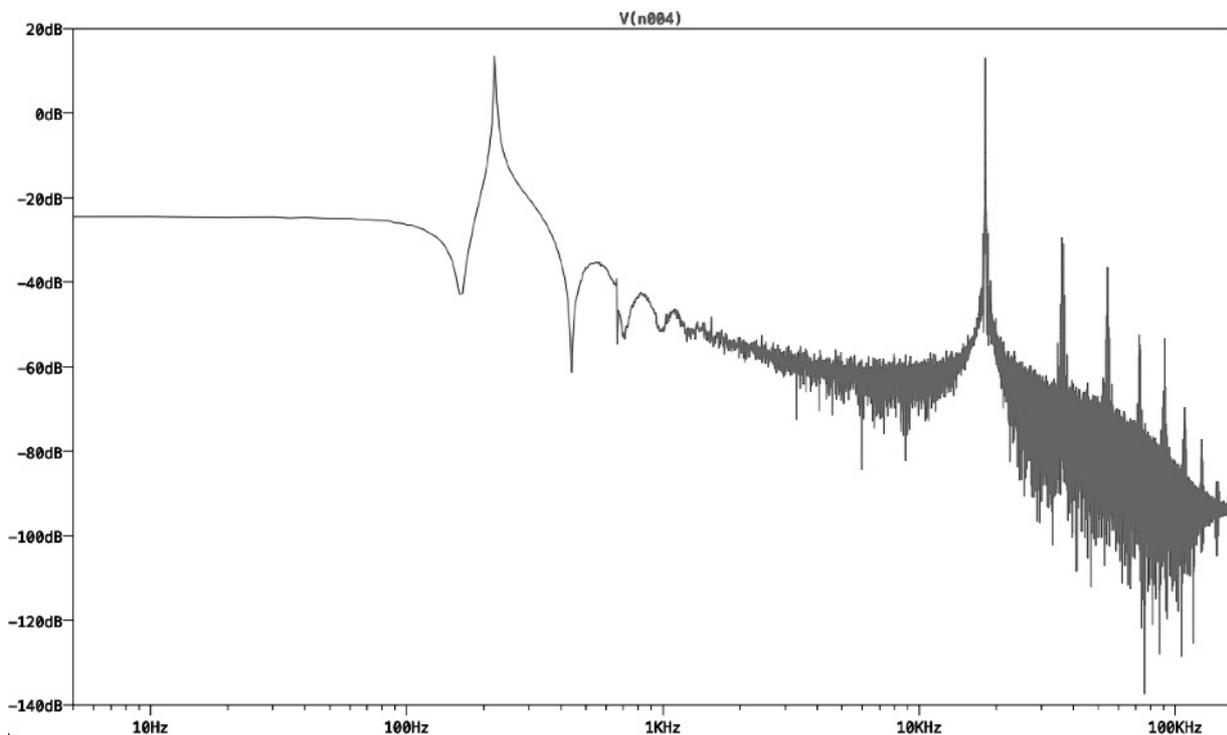
8. Les signaux en sortie du multiplieur et aux bornes du condensateur C_3 ont été simulés et voici leurs chronogrammes d'établissement du régime permanent.



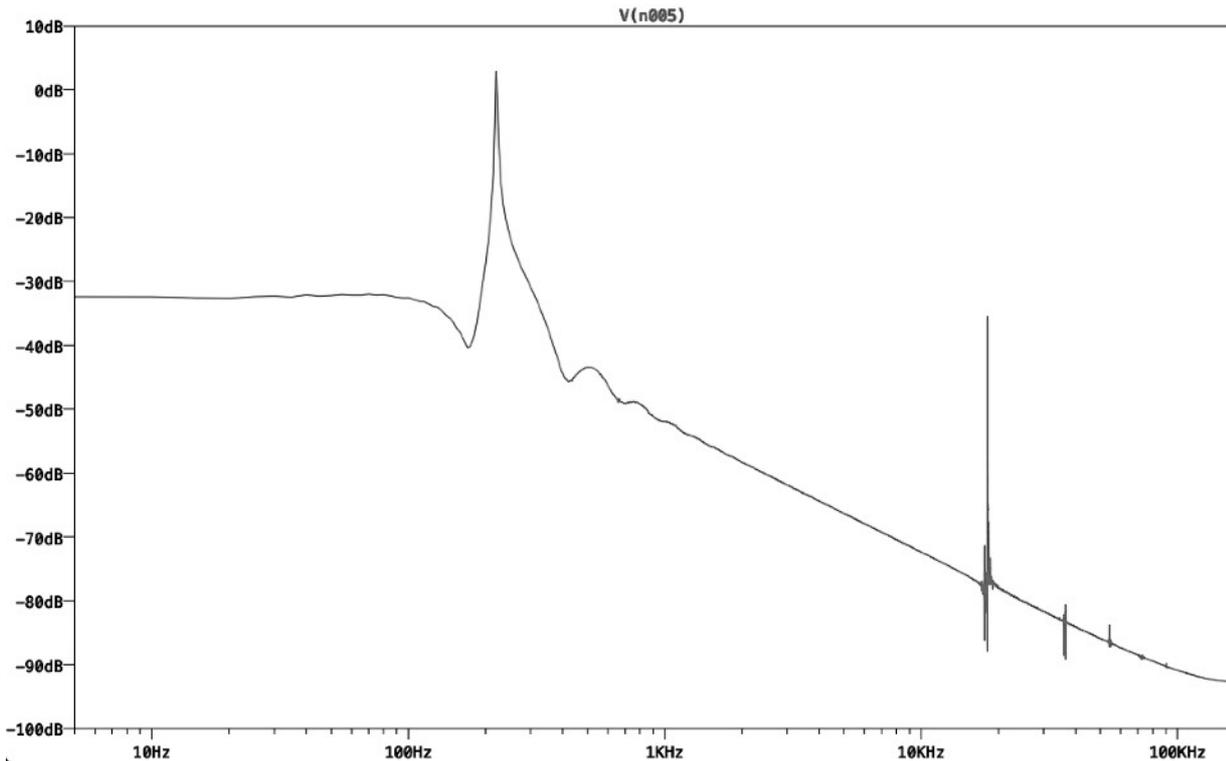
Expliquer l'allure des deux signaux. Evaluer la période puis la fréquence du signal aux bornes du condensateur. Commenter l'application numérique s'agissant de produire un signal sonore supportable.

9. Considérant faible un écart de 1mH d'inductance pour une valeur de 20mH, estimer simplement la fréquence différentielle théorique et confirmer la cohérence avec la mesure précédente.

10. La FFT du signal en sortie du multiplieur a l'allure suivante. Commenter la hauteur relative des pics et repérer les fréquences associées.

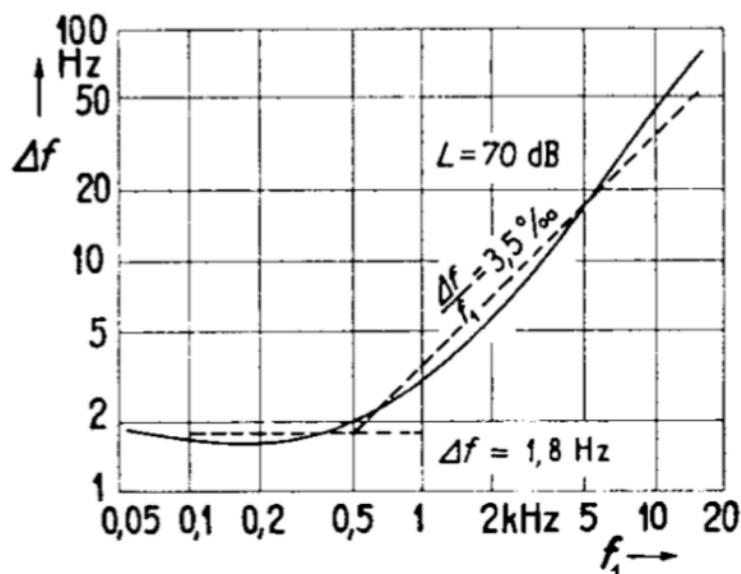


11. Le signal aux bornes du condensateur de sortie a pour FFT :



Que vaut l'écart de gain en dB entre les deux pics principaux ? A quel rapport de gain linéaire cette valeur correspond-elle environ ? Conclure.

12. Pour des sons d'environ 70 dB, l'oreille humaine a une résolution fréquentielle quasi-uniforme de 1,8 Hz aux basses fréquences (entre 100 et 500Hz) puis d'environ 0,35% de fréquence relative (entre 500Hz et 10 kHz). Quelle variation relative d'auto-inductance peut-on espérer déceler avec ce détecteur sonore ?



Annexe trigonométrique :

$$U_1 \cdot \cos(2\pi f_1 t + \varphi_1) \cdot U_2 \cdot \cos(2\pi f_2 t + \varphi_2) = \frac{U_1 \cdot U_2}{2} \cdot \cos(2\pi(f_1 + f_2)t + \varphi_1 + \varphi_2) + \cos(2\pi(f_1 - f_2)t + \varphi_1 - \varphi_2)$$

EXERCICE 2 : CONDUCTION THERMIQUE DANS UNE BARRE DE MATÉRIAU RADIOACTIF

Conduction thermique

Un barreau cylindrique, noté (\mathcal{B}) , homogène, d'axe $x'x$, de masse volumique ρ , de longueur L et de section d'aire S , présente une conductivité thermique λ constante. Sa paroi latérale est parfaitement calorifugée par un isolant de capacité thermique négligeable. Les extrémités de (\mathcal{B}) sont maintenues, grâce à deux sources, à des températures T_1 ($x = 0$) et T_2 ($x = L$) constantes. Le matériau est le siège d'une conduction thermique (ou diffusion de chaleur) unidimensionnelle (variable x) et unidirectionnelle (transport axial d'énergie, parallèlement au vecteur \vec{e}_x). Le régime est permanent et stationnaire : la température T à l'intérieur du barreau ne dépend que de l'abscisse x . Soit $\Phi_{th} = \iint_S \vec{j}_{th} \cdot \vec{dS}$, le flux (ou puissance) thermique (unité : W) qui traverse une section d'aire S . Le vecteur associé à ce flux est le vecteur densité de courant thermique \vec{j}_{th} , lié à la température T par la loi de Fourier qui s'écrit ici :

$$\vec{j}_{th}(x) = -\lambda \frac{dT(x)}{dx} \vec{e}_x = j_{th}(x) \vec{e}_x.$$

Rappel d'un outil mathématique : $f(x+dx) - f(x) = \left(\frac{df(x)}{dx} \right) dx$.

1. Les températures des sections terminales sont différentes : T_1 ($x = 0$) > T_2 ($x = L$). Aucune énergie thermique n'est créée dans le matériau (absence de réaction nucléaire, absence d'effet Joule, etc.).
 - a) Rappeler le sens de la diffusion thermique à l'intérieur du barreau.
 - b) Sans terme de création, le flux thermique Φ se conserve de section en section. Proposer un bilan de puissance thermique (entrée et sortie), en raisonnant sur une tranche élémentaire de matériau d'épaisseur dx , comprise entre les abscisses x et $x+dx$ (figure **B.1**).

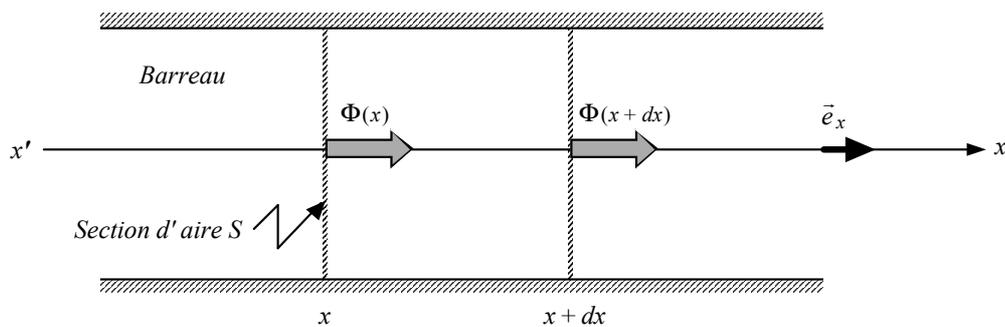


Figure **B.1**

- c) En déduire l'équation différentielle (du second ordre) vérifiée par $T(x)$.
 - d) Etablir la fonction de distribution $T(x)$ des températures à l'intérieur du barreau.
 - e) Tracer l'allure de la courbe représentative de la fonction $T(x)$, pour $0 \leq x \leq L$.
 - f) Par analogie avec la loi d'Ohm $V_A - V_B = R_{el} I$, la résistance thermique R_{th} peut être définie par $T_1 - T_2 = R_{th} \Phi$. Exprimer R_{th} en fonction des données de l'énoncé.
2. Le barreau contient maintenant une substance radioactive qui libère, uniformément dans tout le matériau conducteur, une puissance thermique volumique p_v (unité : $W m^{-3}$). Le régime est permanent et stationnaire.

- a) Exprimer la puissance thermique dP , engendrée par radioactivité dans la tranche élémentaire d'épaisseur dx , en fonction des grandeurs p_v , S et dx .
- b) Effectuer, sur cette tranche élémentaire, un bilan de puissance thermique (entrée, création et sortie) (figure B.2).

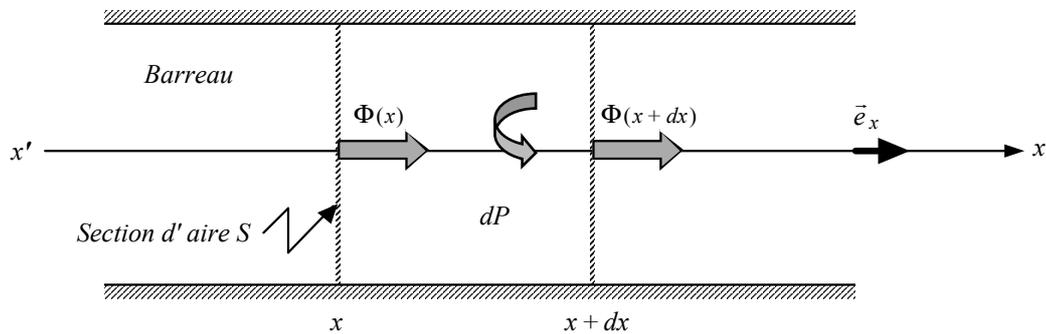


Figure B.2

- c) En déduire l'équation différentielle (du second ordre) vérifiée par $T(x)$.
- d) Etablir la fonction de distribution $T(x)$ des températures à l'intérieur du barreau.
- e) Les températures des sections terminales sont maintenues identiques : $T_1 = T_2 = T_o$.
 - e.1 Déterminer la valeur x_m de x pour laquelle $T(x_m) = T_m$ est maximale.
 - e.2 Tracer l'allure de la courbe représentative de la fonction $T(x)$, pour $0 \leq x \leq L$.
 - e.3 Préciser le(s) sens de la diffusion thermique à l'intérieur du barreau.
 - e.4 Application numérique : $L = 2,00 \text{ m}$; $\lambda = 2,50 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$;
 $p_v = 5,00 \times 10^1 \text{ W m}^{-3}$; $T_o = 300 \text{ K}$.
 Calculer la température T_m .

3. L'élément radioactif responsable de la création de chaleur dans le barreau est l'uranium (^{235}U), de masse molaire $M(U)$ et de titre massique (ou pourcentage massique) w dans le matériau. Ce radioisotope libère, à l'intérieur de (\mathcal{B}), la quantité de chaleur q à chaque désintégration d'un noyau. La variation dN du nombre total $N(t)$ de noyaux instables dans le barreau, pendant la durée élémentaire dt , s'écrit : $dN = -k N(t) dt$, avec k constante (positive) de réaction radioactive.
 - a) Rappeler le signe de l'élément différentiel dN .
 - b) Ecrire la relation simple qui existe entre l'activité radioactive $A(t)$ (nombre total, positif, de désintégrations par seconde) du barreau et la dérivée dN/dt .
 - c) En déduire l'expression de $A(t)$ en fonction de k et $N(t)$.
 - d) Déterminer le nombre N_v d'atomes d'uranium présents dans l'unité de volume (1 m^3) de matière dont est constitué le barreau, en fonction de w , ρ , $M(U)$ et N_A (nombre d'Avogadro).
 - e) Ecrire l'expression qui lie les grandeurs p_v , k , N_v et q .
 - f) Application numérique : $\rho = 1,80 \times 10^4 \text{ kg m}^{-3}$; $\lambda = 2,50 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$; $L = 2,00 \text{ m}$;
 $w = 0,750 (= 75 \%)$; $M(U) = 2,35 \times 10^{-1} \text{ kg mol}^{-1}$;
 $k = 3,50 \times 10^{-17} \text{ s}^{-1}$; $p_v = 5,00 \times 10^1 \text{ W m}^{-3}$; $T_o = 300 \text{ K}$;
 $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.
 Calculer la chaleur q .

EXERCICE 3 : CONDUCTANCE THERMIQUE LINÉIQUE D'UNE CANALISATION D'EAU

En réalité le transport d'eau chaude se fait par des aqueducs de surface (figure 4) qui sont de longs tuyaux cylindriques creux d'axes horizontaux selon la direction de vecteur unitaire \vec{e}_x .

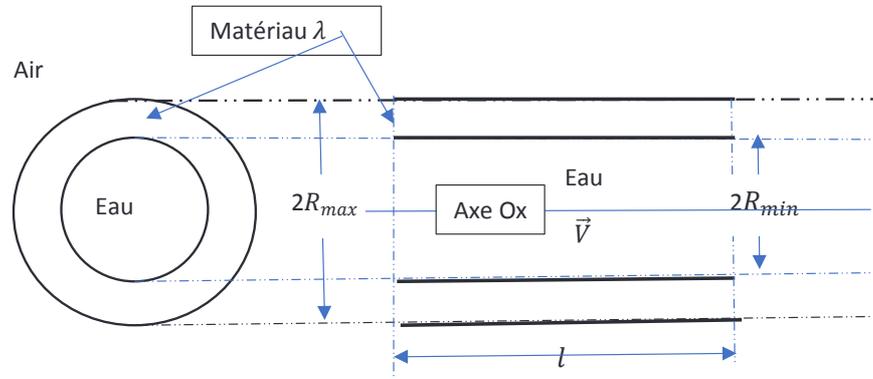


Figure 4 vue de dessus et vue de profil du tuyau

Ils sont réalisés dans un matériau de conductivité thermique λ et occupent l'espace $l > x > 0$; $R_{max} > r > R_{min}$ en coordonnées cylindriques.

On fait par la suite l'hypothèse d'un flux radial à l'intérieur du tuyau ce qui signifie que la température ne dépend que de r dans l'espace $R_{max} > r > R_{min}$. La densité volumique de courant thermique radial est alors égal à $\vec{J}_{Q(r)} = -\lambda \left(\frac{dT(r)}{dr} \right) \vec{e}_r$

On peut établir que cette puissance thermique vaut

$$\phi = \frac{2\pi\lambda l}{\ln\left(\frac{R_{max}}{R_{min}}\right)} (T_{R_{max}} - T_{R_{min}})$$

formule dans laquelle $T_{R_{max}}$

est la température de surface du matériau en $r = R_{max}$ et $T_{R_{min}}$ est la température de surface du matériau en $r = R_{min}$.

- 11) En déduire la résistance \mathcal{R} associée à la diffusion thermique pour une longueur l de tuyau. Faire l'application numérique pour 1 m de tuyau avec les valeurs $R_{max} = 40$ cm ; $R_{min} = 30$ cm ; $\lambda = 1$ W · m⁻¹ · K⁻¹. On donne $\ln\left(\frac{4}{3}\right) \sim 0,3$.

L'eau chaude est en mouvement de translation par rapport au tuyau donc il y a un phénomène de conducto-convection en $r = R_{min}^-$ avec un coefficient de Newton $h = 50$ W · m⁻² · K⁻¹. Il y a aussi un phénomène de conducto-convection en $r = R_{max}^+$ avec $h' = 10$ W · m⁻² · K⁻¹.

- 12) Tracer l'allure du profil de température $T(r)$ entre R_{min}^- et R_{max}^+ .
 13) Que valent les deux résistances associées à la conducto-convection ?
 14) Quel est le schéma électrique équivalent ? Quelle est la conductance G_{lin} thermique par unité de longueur de tuyau ?
 15) Application numérique : déterminer l'ordre de grandeur de G_{lin} .

En coordonnées cylindriques (r, θ, z) le vecteur gradient s'écrit :

$$\vec{\text{grad}}f(r, \theta, z) = \frac{\partial f}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{\partial f}{\partial z} \vec{e}_z$$

Le phénomène de conducto-convection (entre un solide de température de surface T et un fluide de température T_{ext} avec lequel il est en contact) obéit à la loi de Newton : la puissance thermique surfacique échangée est donnée par $P = h(T - T_{ext})$ avec h le coefficient de Newton

EXERCICE 4 : SOLUBILITÉ DU CARBONATE DE CALCIUM

Le carbonate de calcium CaCO_3 est le composé majeur des roches calcaires comme la craie mais également du marbre. C'est le constituant principal des coquilles d'animaux marins, du corail et des escargots. Il est très peu soluble dans l'eau pure mais beaucoup plus soluble dans une eau chargée en dioxyde de carbone.

21. Donner un schéma de Lewis de l'ion carbonate CO_3^{2-} et de l'ion hydrogénocarbonate HCO_3^- .

22. Etablir le diagramme de prédominance des différentes espèces carbonatées : ion carbonate, ion hydrogénocarbonate, acide carbonique.

On donne les constantes d'acidité des couples acido-basiques de l'acide carbonique H_2CO_3 qui est la forme aqueuse du dioxyde de carbone à 298 K : $K_{a1} = 10^{-6,4}$ et $K_{a2} = 10^{-10,3}$

23. Ecrire l'équation de la réaction de dissolution du carbonate de calcium dans l'eau en négligeant les propriétés basiques des ions carbonate. Exprimer alors la solubilité du carbonate de calcium de deux façons différentes. En déduire sa valeur à 298 K. On donne la constante de solubilité du carbonate de calcium à 298 K :

$$K_s = 10^{-8,4}$$

On donne $10^{-0,2} \approx 0,63$

24. La valeur expérimentale est de $2 \cdot 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$. Proposer une explication quant à la valeur différente obtenue dans la question précédente.

25. Montrer qualitativement qu'une diminution de pH entraîne une augmentation de la solubilité du carbonate de calcium dans l'eau.

26. On tient compte maintenant des propriétés basiques de l'ion carbonate. Exprimer la solubilité du carbonate de calcium en fonction des concentrations des ions carbonate et de ses dérivés.

27. En supposant que le pH de l'océan fluctue entre 8,0 et 8,3, écrire l'équation de la réaction de dissolution du carbonate de calcium des coraux en présence de dioxyde de carbone.

Fin de l'épreuve

NOM :

ANNEXE

À rendre avec la copie

