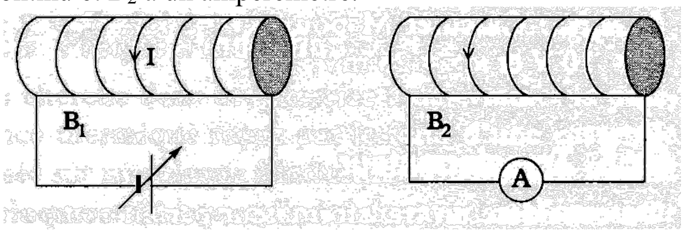
DS1 : Induction et électronique analogique

Exercice 1 : Vrai/Faux

(20 minutes)

Répondre aux questions suivantes par Vrai ou Faux en justifiant.

Les questions 1 à 4 se rapportent à la figure ci-dessous où B_1 et B_2 sont deux solénoïdes. B_1 est relié à un générateur de courant continu et B_2 à un ampèremètre.



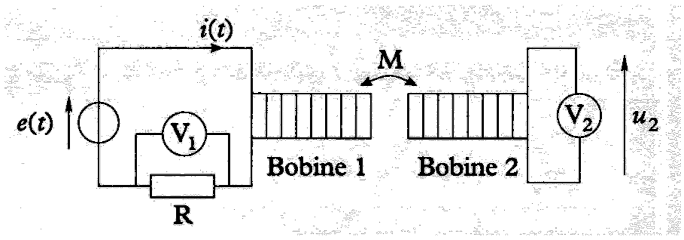
1. Le courant I dans B_1 étant constant, un courant circule dans B_2 dans le sens indiqué sur la figure.
2. Un courant circule dans B_2 dans le sens indiqué lorsque I augmente.
3. Un courant circule dans B_2 dans le sens indiqué lorsqu'on éloigne B_2 de B_1.
4. Un courant circule dans B_2 dans le sens indiqué lorsque B_2 tourne autour de son axe.
5. L'inductance de la bobine augmente quand le courant qui la traverse augmente.
6. Un transformateur parfait comporte 100 spires au primaire et 200 spires au secondaire. La tension aux bornes du primaire est $u_1(t) = u_0 + u_1\cos(\omega t)$. La tension aux bornes du secondaire sera : $u_2(t) = 2u_1\cos(\omega t)$

Exercice 2 : Mesure d'une inductance mutuelle

(40 minutes)

Afin de mesure le coefficient d'inductance mutuelle entre deux bobines, on réalise le montage ci-dessous où la première bobine est reliée en série avec un générateur de tension sinusoïdale de pulsation ω et avec une résistance.

Deux voltmètres permettent de mesurer les tensions aux bornes de la résistance et de la deuxième bobine.



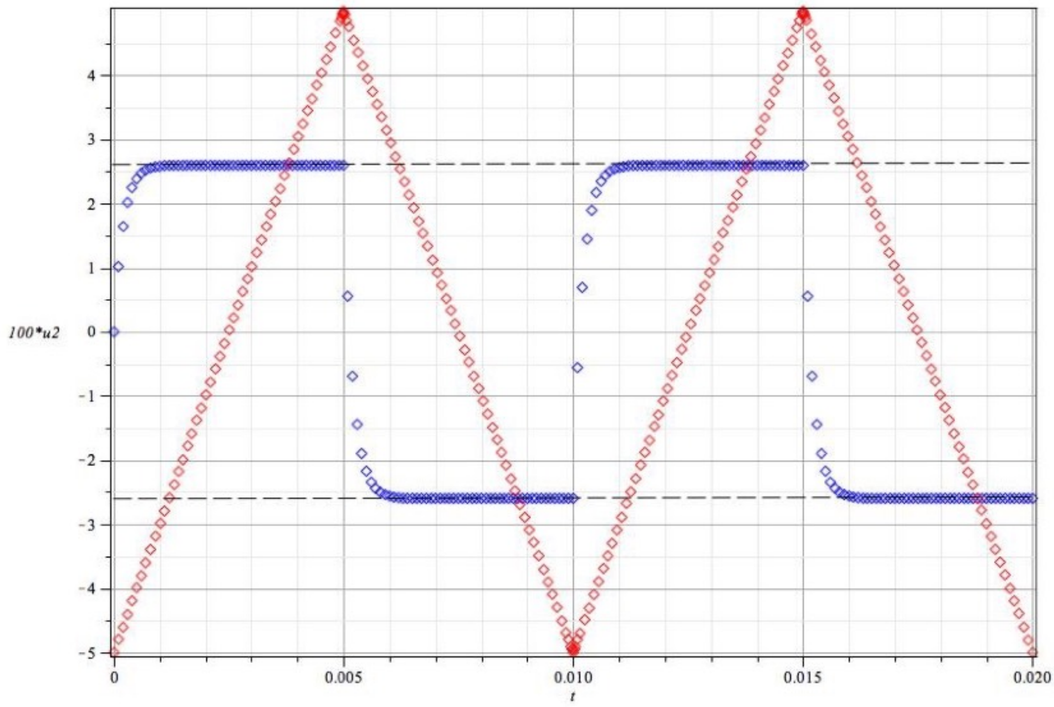
1. Quelle est l'intensité du courant circulant dans la deuxième bobine ?
2. Exprimer la tension $u_2(t)$ aux bornes de la deuxième bobine en fonction de M et de i(t), intensité du courant circulant dans la première bobine.
3. Soit $u_1(t) = Ri(t)$ la tension aux bornes de la résistance. Exprimer $u_2(t)$ en fonction de M, R et $u_1(t)$ et en déduire l'expression de M en fonction de R, ω, U_1 et U_2 où U_1 et U_2 sont les valeurs mesurées par les voltmètres V_1 et V_2.
4. AN : Calculer M avec $U_1 = 3$ V, $\omega = 4\pi.10^4$ rad/s, $R = 100\ \Omega$ et $U_2 = 5$ V.

5. Lors d'une seconde méthode de mesure, on substitue les voltmètres par un oscilloscope numérique : la voie 2 observe toujours la tension aux bornes de la bobine 2 **mais la voie 1 est directement sur le générateur .**
Ce générateur de tension de Thévenin (toujours supposé idéal) génère désormais un signal triangulaire symétrique et une **simulation des signaux** aux voies 1 et 2 [e(t) et $u_2(t)$] a été réalisée (cf page suivante).

a. Ecrire l'équation différentielle reliant $u_2(t)$ à e(t). (L_1=L_2=L=20 mH)

b. Associer les voies aux signaux. Confirmer la valeur de M du 4.

c. Justifier l'allure des tensions « simulées ». Quelles différences risquez-vous d'observer expérimentalement ?



EXERCICE 3 : Impédance motionnelle d'un Haut-parleur électrodynamique (CCP PSI 2006)
(1h15 minutes)

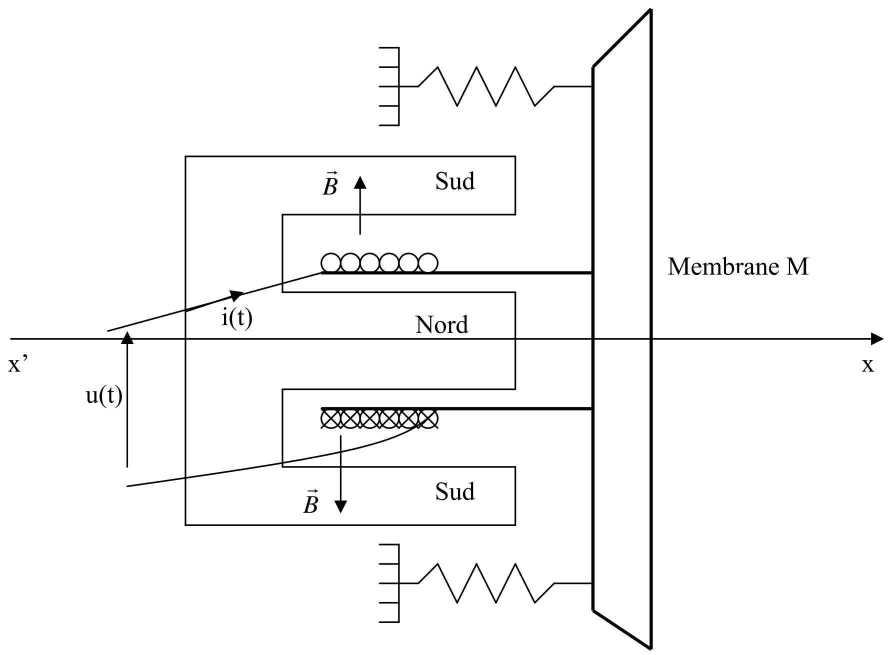
On se propose ici de déterminer un modèle équivalent du haut-parleur électrodynamique en régime sinusoïdal.

Un haut-parleur électrodynamique est un système à symétrie cylindrique et est constitué :

- d'un aimant annulaire, d'axe x'x, créant un champ magnétique $\vec{B} = B\vec{e}_r$ radial et de norme constante dans la région utile de l'entrefer ;

- d'un solénoïde indéformable de même axe x'x, comportant N spires et de rayon ρ, placé dans l'entrefer de l'aimant ;

- d'une membrane M perpendiculaire à l'axe x'x, solidaire du solénoïde et pouvant effectuer de faibles déplacements axiaux autour de sa position d'équilibre x = 0, grâce à un système élastique que l'on modélisera par un ressort unique de raideur k.



Pour cette étude, on ne tiendra compte, ni du poids du dispositif, ni de la réaction du support, car ils se compensent.

On travaillera en coordonnées polaires d'axe x'x, c'est à dire avec les vecteurs : $\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_x$.

Le courant i(t) est compté positif lorsqu'il circule suivant $\vec{e}_\theta$.

La transmission acoustique de la membrane à l'air environnant se traduit par une force de frottement fluide $\vec{F} = -f.\vec{v}$, opposée à la vitesse $\vec{v}$ de la membrane (f > 0), dont la puissance correspond à la puissance sonore émise.

La bobine est assimilable à une inductance pure L, en série avec une résistance R. Elle est alimentée par un amplificateur qui délivre une tension u(t) à ses bornes.

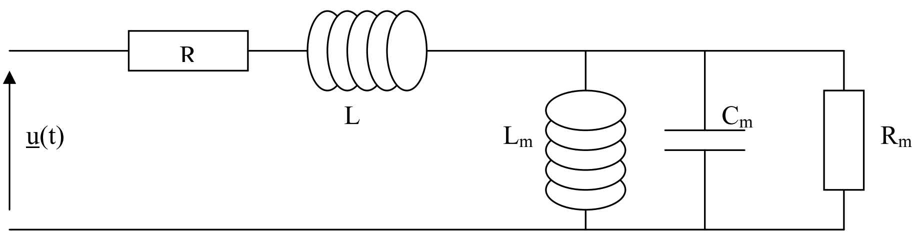
1) Faire le bilan des actions mécaniques appliquées à l'ensemble (bobine + membrane). En déduire l'équation différentielle vérifiée par x(t) qui traduit le comportement mécanique du dispositif (bobine + membrane) de masse m.

2) Ecrire l'équation différentielle vérifiée par le courant i(t) qui traduit le comportement électrique du système.

On admettra que la fem d'induction due à la mobilité de l'équipage s'écrit : $\boxed{e_m = -\frac{d\phi_{ext}}{dt} = +2\pi\rho NB\frac{dx}{dt}}$

3) Dans le cas où, la tension u(t) est sinusoïdale de pulsation ω, toutes les grandeurs physiques sont des fonctions harmoniques du temps. On peut, donc, définir une impédance complexe : $\underline{Z} = \frac{\underline{u}(t)}{\underline{i}(t)}$ où $\underline{u}(t)$ et $\underline{i}(t)$ sont les fonctions complexes associées aux fonctions réelles u(t) et i(t).
Déterminer l'impédance complexe $\underline{Z}$ en fonction de L, R, ω et des éléments mécaniques du dispositif.

4) Montrer qu'on peut adopter comme modèle électrique du haut-parleur le schéma équivalent suivant. On exprimera chacun des éléments L_m, C_m et R_m de l'impédance motionnelle en fonction de B, m, f, N, ρ et k.



EXERCICE 4 : RLC avec modèle de bobine « réelle » et de source de tension « réelle » *(1h45 minutes)*

Un générateur sinusoïdal alimente un circuit RLC constitué d'un condensateur de capacité $C = 0.1\mu F$, d'une bobine réelle d'auto-inductance L et de résistance r inconnues, placés en série avec une résistance $R = 480\ \Omega$. Le générateur est un générateur basse fréquence de résistance interne $R_g = 50\Omega$ délivrant un signal sinusoïdal de pulsation ω et de f.é.m. efficace E, $e(t) = E\sqrt{2}\cos(\omega t)$. À toute grandeur réelle $u(t) = U_m\cos(\omega t + \varphi)$ est associée une grandeur complexe $\underline{u}(t) = U_m\exp(j\omega t + j\varphi) = \underline{U}\exp(j\omega t)$, $j^2 = -1$ et $\underline{U} = U_m\exp(j\varphi)$ est l'amplitude complexe. L'intensité circulant dans le circuit est $i(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t + \psi)$. Le montage est donné ci-dessous.

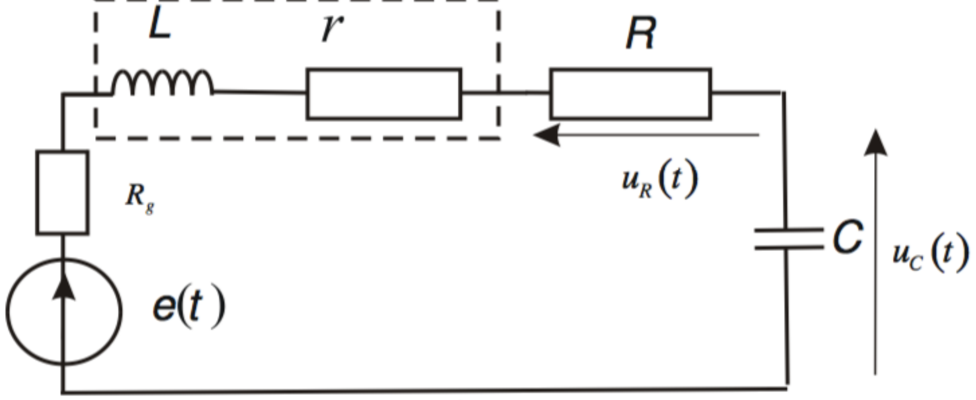


Figure 1

A.1 Donner l'expression complexe de la tension $\underline{e}(t)$ ainsi que celle de $\underline{i}(t)$.

A.2 La tension efficace pour un signal quelconque $f(t)$ est donnée par $f_{eff} = \sqrt{\langle f^2 \rangle}$ où $\langle f^2 \rangle$ désigne la moyenne temporelle de f^2. Si on considère la tension $u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$, montrer qu'on peut écrire $u_{eff} = \alpha |\underline{u}|$ où α est un facteur de proportionnalité sans dimension et $|\underline{u}|$ est le module de $\underline{u}$. Comment peut-on mesurer expérimentalement une tension efficace ?

A.3 Préciser les expressions des impédances complexes de la bobine, du résistor et du condensateur.

A.4 Préciser le comportement limite de ces différents composants à haute et basse fréquence. En déduire qualitativement le comportement de la tension $u_c(t)$ aux bornes du condensateur à haute et basse fréquences.

A.5 Donner l'expression théorique de l'amplitude complexe $\underline{U_c}$ associée à la tension aux bornes du condensateur en fonction des caractéristiques des composants. Mettre $\underline{U_c}$ sous la forme canonique $\underline{U_c} = \dfrac{A}{1 - \left(\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j\dfrac{\omega}{\omega_0 Q}}$ où on exprimera A, ω_0 et Q en fonction des données du problème.

A.6 En déduire la tension efficace aux bornes du condensateur $U_{ce}(\omega)$ en fonction de ω, Q, ω_0 et E.

A.7 Écrire U_{ce} en fonction de $x = \omega / \omega_0, Q$ et E.
Montrer que la tension efficace $U_{ce}(x)$ passe par un extremum en x_r si $Q > Q_{\min}$.
Préciser x_r et $Q_{\min}$.
En déduire la pulsation ω_r de résonance. La comparer à ω_0.

A.8 Exprimer $U_{ce}(\omega = \omega_0)$ en fonction de Q et E.

A.9 Tracer l'allure de $U_{ce}(\omega)$ pour les valeurs de Q = 0,1 Q=1 et Q=10.

A.10 Calculer l'impédance complexe $\underline{Z}$ du circuit**.**
Mettre $\underline{Z}$ sous la forme $\underline{Z} = R_0\left(1 + jQ\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)\right)$.
Préciser R_0 en fonction de R_G, R et r.

A.11 Donner l'expression théorique de l'amplitude complexe $\underline{I}$ associée à l'intensité du courant traversant le circuit en fonction de R_0, ω, Q, ω_0 et $\underline{E}$.

A.12 En déduire que l'intensité efficace $I_e(\omega)$ peut se mettre sous la forme $I_e(\omega) = \dfrac{A'}{\sqrt{1 + B^2\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}$.
Préciser A' et B en fonction de Q, E et R_0.
Était-il nécessaire de faire une autre série de mesure pour avoir la courbe $I_e(\omega)$?

A.13 Montrer que $I_e(\omega)$ présente un extremum pour $\omega = \omega'_r$. Préciser ω'_r et $I_{\max} = I_e(\omega'_r)$.

A.14 On appelle bande passante l'intervalle de pulsation $\Delta\omega = \omega_{\max} - \omega_{\min}$ pour laquelle $I_e(\omega) > I_{\max} / \sqrt{2}$.
Montrer que $\Delta\omega = \omega_0 / Q$.

A.15 On donne ci-dessous les graphes de $I_e(f)$ et $U_{ce}(f)$ où f est la fréquence du générateur. L'échelle de gauche est celle de U_{ce}, celle de droite est celle de $I_e(f)$. Identifier, en justifiant votre choix, les courbes $I_e(f)$ et $U_{ce}(f)$ parmi les courbes (1) et (2).

A.16 Déterminer à partir de ces courbes : la tension efficace du générateur E, la fréquence propre f_0 et le facteur de qualité Q du circuit, les limites de la bande passante et $I_{\max}$.

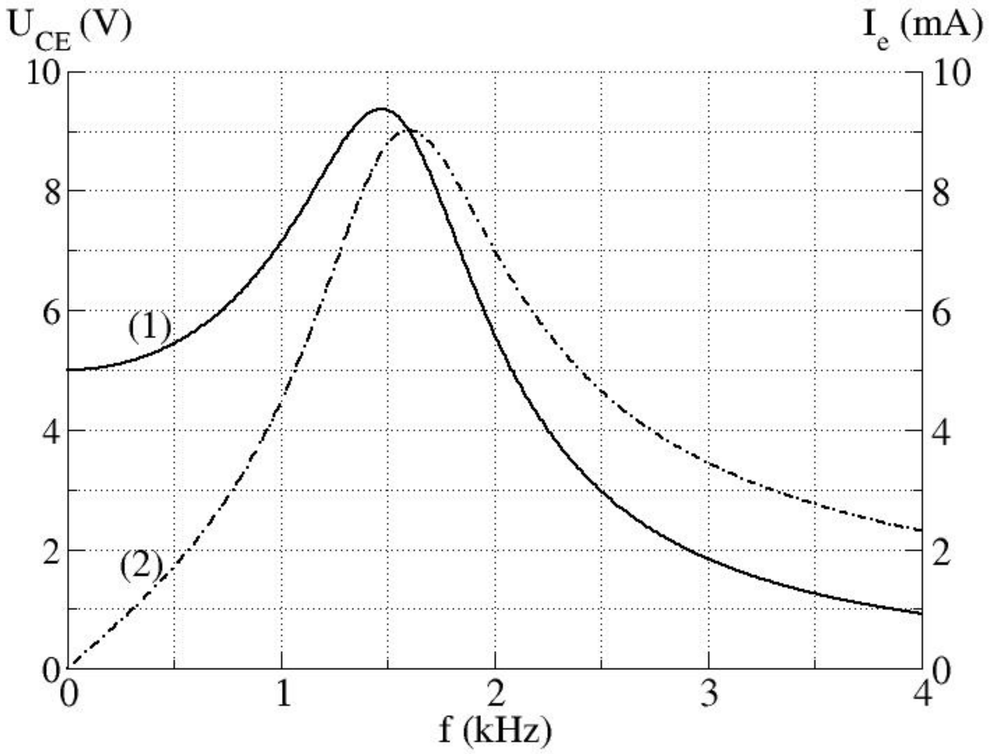


Figure 2

A.17 En déduire les valeurs de r et de L.

Dans les questions qui suivent, on utilise une bobine différente de la précédente caractérisée par les valeurs L' et r'.

A.18 Préciser le déphasage ψ entre $i(t)$ et $e(t)$ ainsi que φ' le déphasage entre $u_c(t)$ et $e(t)$. Préciser $\psi(\omega_0)$ ainsi que $\varphi'(\omega_0)$.

A.19 Comment peut-on accéder expérimentalement à la mesure de *i(t)* avec un oscilloscope ?

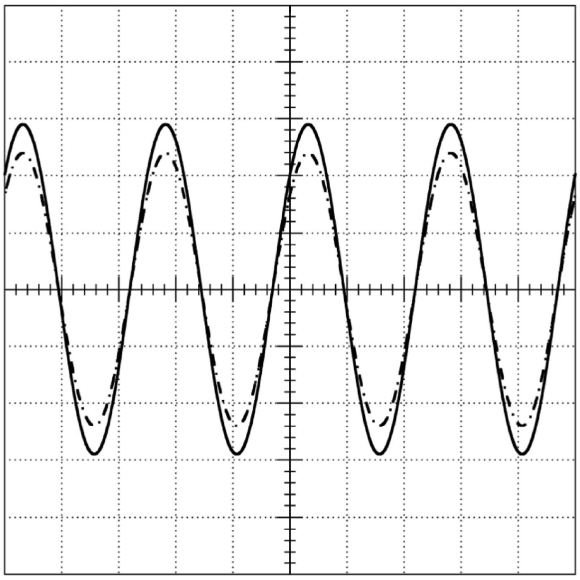
On réalise l'expérience suivante sur le circuit. À l'aide d'un oscilloscope, on mesure la tension $e(t)$ sur la voie X et la tension $U_R(t)$ aux bornes de la résistance R sur la voie Y. On fait varier la fréquence du générateur sinusoïdal et on constate que la voie Y passe par un maximum.

A.20 Interpréter la présence de ce maximum aux bornes de R.

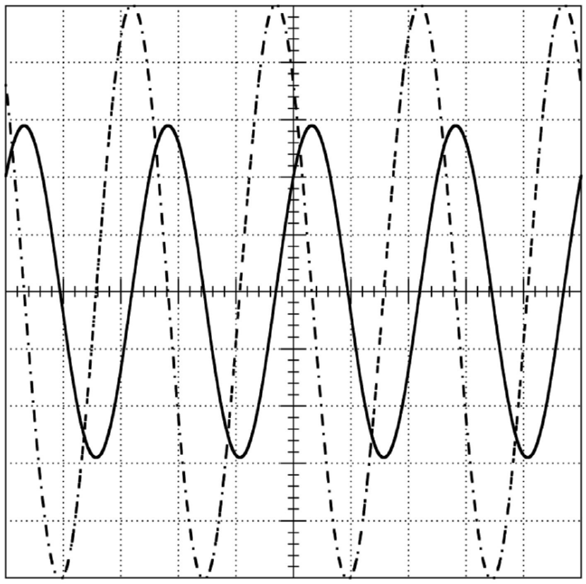
On se place dorénavant à cette fréquence.

On s'arrange maintenant pour mesurer sur la voie Y la tension $u_c(t)$ aux bornes du condensateur C en gardant $e(t)$ sur la voie X.

A.21 Les deux oscillogrammes suivants ont été enregistrés l'un pour la voie Y aux bornes de C, l'autre pour la voie Y aux bornes de R.
Déterminer le déphasage entre la voie X et la voie Y pour chacun des oscillogrammes.
Préciser, en justifiant votre choix, à quel composant correspond chacun des oscillogrammes.



Oscillogramme (a)



Oscillogramme (b)

A.22 En déduire les valeurs L' et r' de la nouvelle bobine.

Étude en régime transitoire

On alimente désormais le circuit **avec une tension continue** E et l'on attend que le régime permanent soit établi.

A.23 Préciser lorsque le régime permanent est atteint les valeurs de i, u_L, u_R et u_C.

Une fois le régime permanent atteint, on remplace l'alimentation par un fil. On étudie donc la décharge d'un condensateur de capacité $C = 0,1\mu\text{F}$ dans une bobine d'auto-inductance L et de résistance interne, r inconnues placées en série avec une résistance R variable.

A.24 Établir l'équation différentielle régissant l'évolution de $u_c(t)$ et la mettre sous la forme canonique :

$$\frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q'}\frac{du_c}{dt} + \omega_0^2 u_c = 0$$

où on exprimera ω_0 et Q', le facteur de qualité du circuit, en fonction des données du problème.

A.25 Rappeler les relations de continuité à l'intérieur d'une bobine et d'un condensateur. En déduire les valeurs $u_c(0)$ et $\frac{du_c}{dt}(0)$.

A.26 Comme le montre le graphe (**figure 3**), on se trouve en régime pseudo périodique. Montrez que ceci n'est possible que si la résistance R est inférieure à une valeur maximale que l'on explicitera en fonction de L, r et de C.

A.27 Montrez que la solution physique s'écrit sous la forme $u_c = e^{-\lambda t}\left(A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t)\right)$. Préciser les expressions de λ et ω en fonction de ω_0 et Q'. Préciser les valeurs des constantes A et B.

A.28 On donne les valeurs des deux premiers maxima pour ($t \neq 0$) :

	S_1	S_2
Tension en V	2,73	0,73
Date en ms	0,65	1,29

Donnez la valeur expérimentale de la pseudo-période T et de la pseudo-pulsation ω.

On pose $\delta = \ln\left(\dfrac{u_1}{u_2}\right)$. Montrer que $\delta = \dfrac{\omega_0 T}{2Q'}$. En déduire l'expression de Q' en fonction de δ .

On donne $\delta = 1,28$ et $\left(\dfrac{\pi}{\delta}\right)^2 \approx 6$. Évaluer Q' et ω_0.

A.29 À quelle condition peut–on assimiler la pseudo-période à la période propre ? Cette approximation est-elle vérifiée dans le cas étudié ?

A.30 Trouvez les valeurs numériques de L et Q'.

Figure 3