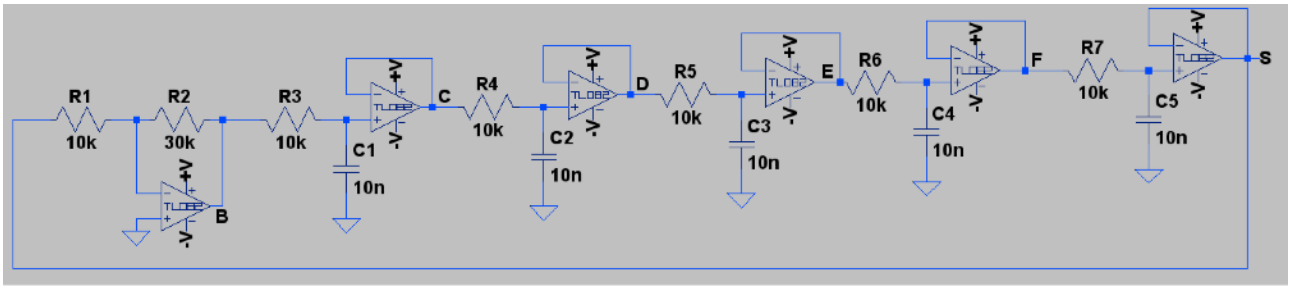
DS 2 : Electronique. Thermodynamique.

Exercice 1 : Réseau Oscillateur à filtres RC en cascade

I. On réalise le circuit « 5RC » suivant :



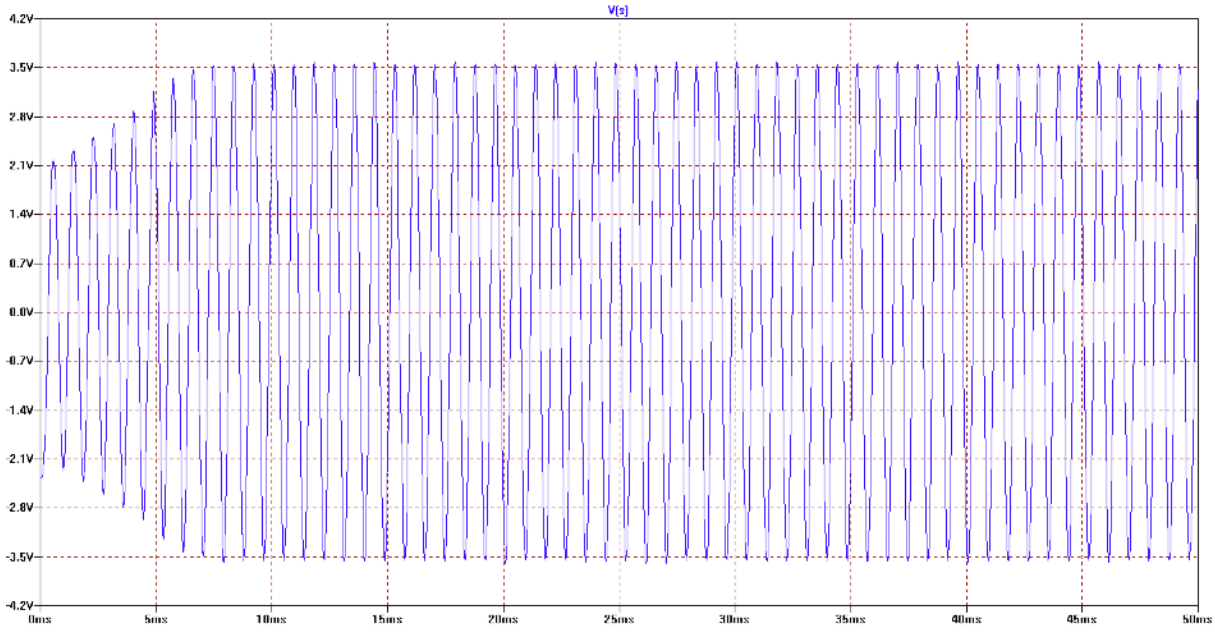
A. Reconnaissance :

1. Précisez la stabilité des montages à ALI successifs
2. Précisez le nom des montages à bases d'ALI rencontrés successivement (sens de lecture usuel)
3. Décomposez le montage en un montage amplificateur bouclé sur un filtre.

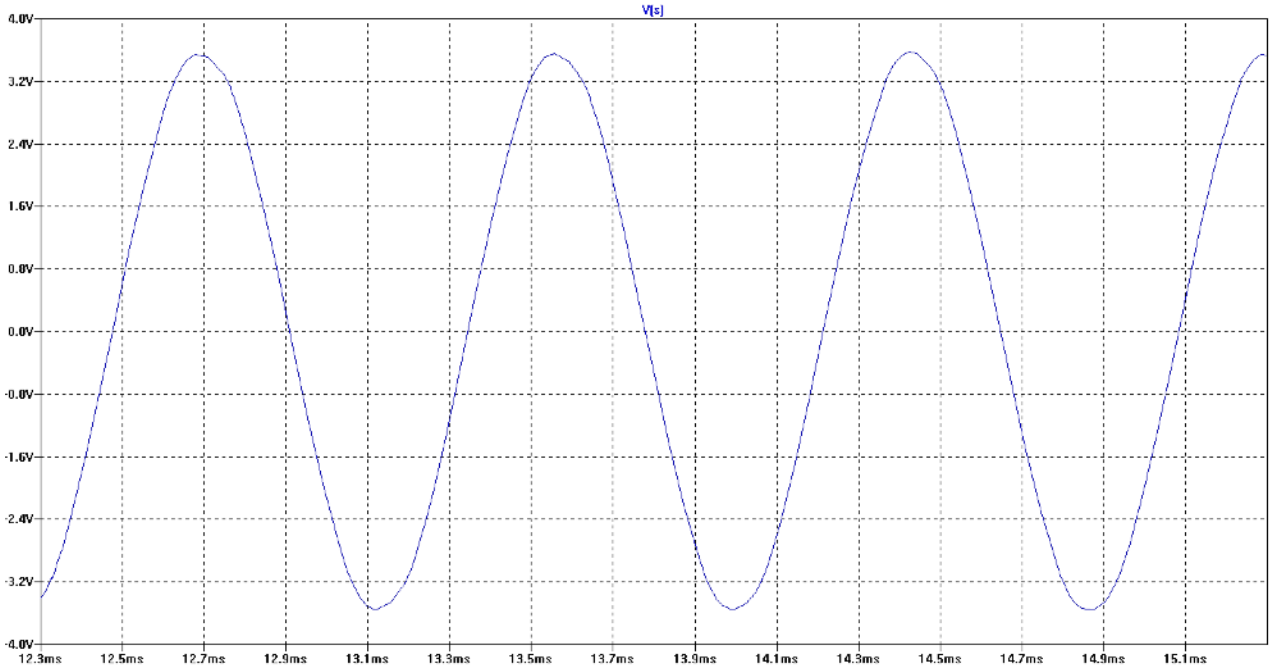
B. Etude du filtre :

1. Quel temps caractéristique associeriez-vous à ce filtre ? Donnez sa valeur numérique avec deux chiffres significatifs.
2. Pourquoi peut-on écrire la fonction de transfert $\underline{H}(x) \equiv \frac{\underline{u_S}}{\underline{u_B}} = \left(\frac{1}{1+jx}\right)^5$? Précisez l'expression de x

C. Simulation : Avec les valeurs de résistances R_1 et R_2 précisées sur le montage, on obtient les oscillations suivantes :



1. Déterminer la fréquence des oscillations grâce au zoom du régime permanent ci-dessous :

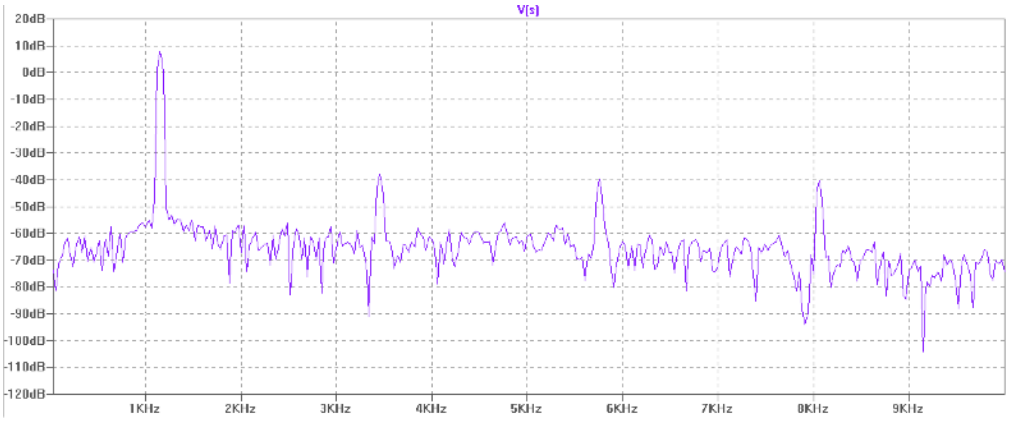


2. En déduire la valeur numérique de x correspondante.

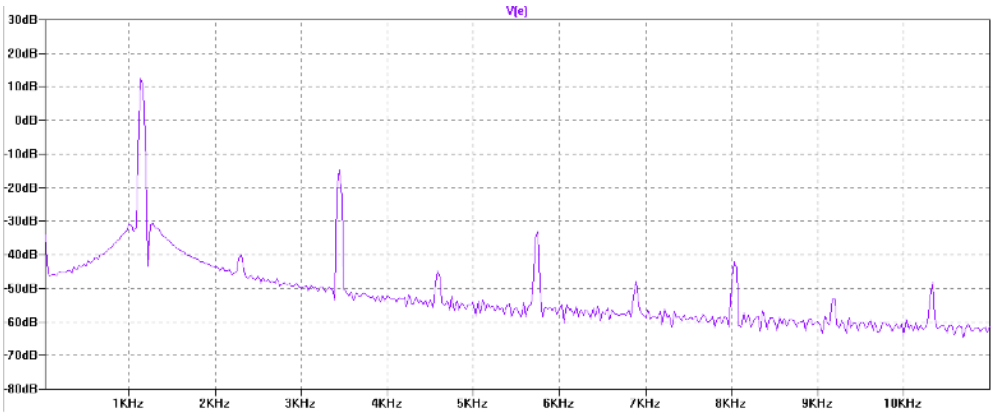
3. On notera $k \equiv \frac{R_2}{R_1}$.

   Déterminer les équations que doivent vérifier x et k en appliquant la relation de BARKHAUSEN **en module (relation attendue entre k et x) et en phase (relation attendue entre x et cos(π/5))**

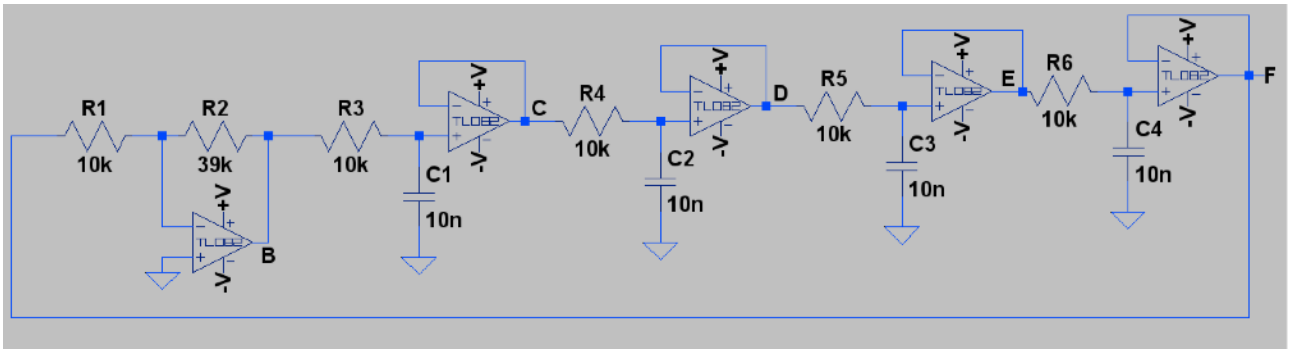
4. Les solutions numériques approchées de BARKHAUSEN sont : x=0.7265 et k=2.88. Commentez les valeurs choisies pour l'expérience simulée plus haut en vous aidant de la FFT :



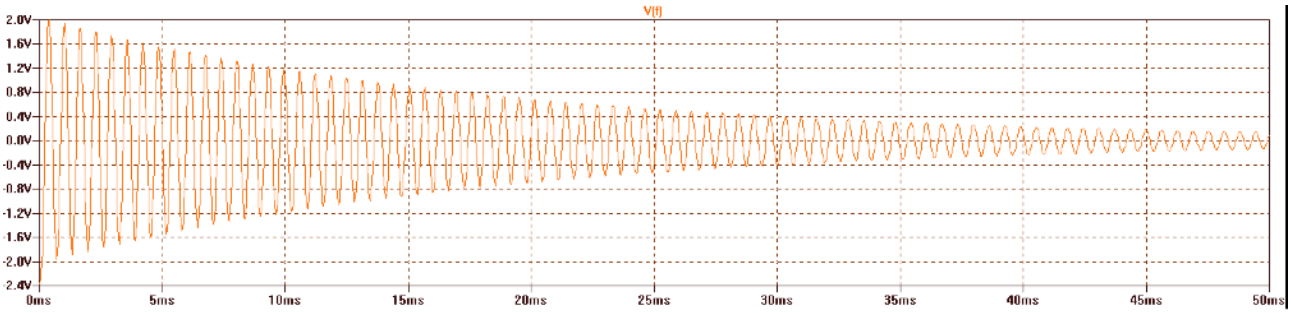
5. On prend alors une résistance R_2 de 100 kΩ. Commentez la nouvelle FFT.



II. On se limite à 4RC en cascade :



1. Avec les valeurs figurant sur le montage, on obtient cette réponse en sortie. Justifiez par la résolution de la condition de BARKHAUSEN **en partie réelle et partie imaginaire**



2. Que choisiriez-vous pour R_2 pour réaliser un oscillateur quasi-sinusoïdal ? Quelle sera la fréquence d'oscillation ? Quelle sera l'amplitude des oscillations en sortie S ?

III. Pourquoi n'est-il pas possible d'obtenir un oscillateur avec seulement deux filtres RC en cascade ?

Exercice 2 : Le coût du chauffage d'un appartement

DOCUMENT 2 : Isolation thermique de bâtiments.

On trouve dans une notice pour l'isolation thermique des bâtiments, les valeurs suivantes de conductances thermiques **pour une surface unité de matériau** :

Eléments du bâtiment	**Conductance thermique pour un m² de surface en USI** **N.B : Il est appelé coefficient U_W de performance. Il inclut toutes les déperditions (conductif et conducto-convectif)**
Fenêtre simple vitrage	$U_W = 6,0$
Fenêtre double vitrage	$U_W = 3,0$
Mur plein d'épaisseur 30 cm	$U_W = 2,0$
Mur creux d'épaisseur 30 cm	$U_W = 1,5$
Polystyrène d'épaisseur 2 cm	$U_W = 0,5$

DOCUMENT 3 : Conductivités thermiques en USI

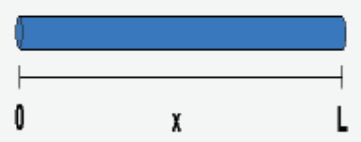
Matériau	**Conductivité thermique en USI**
Cuivre	400
Verre à vitre	1,0
Air sec	0,03
Laine de verre	0,04

On prendra pour les applications numériques :

1. Prix du *kWh* en Euros en 2018 : 0,15 Euros. On rappelle que le *kWh* est **l'énergie** produite pendant une heure par une puissance de 1 *kW*.
2. On prendra pour les calculs 5,5 mois = 4000 heures, une année $\approx 3.10^7$ s
3. On donne $3{,}14.10^6$ heures ≈ 360 ans
4. Diffusivité thermique du cuivre $D_{cuivre} = 120.10^{-6}$ USI et $\frac{1}{D_{cuivre}} \approx 8330\ USI$
5. $\frac{8330}{60} \approx 139$
6. $\sqrt{6} \approx 2{,}4$

Première partie : Etude de l'isolation thermique d'un appartement (40 % du barème)

On considère une barre métallique en cuivre de longueur L dont la surface latérale est isolée thermiquement.



Sa masse volumique est notée ρ et sa chaleur massique à pression constante est notée C_m.
On rappelle que l'unité de C_m est le $J.kg^{-1}.K^{-1}$. On note A l'aire de sa section droite. Enfin, on note λ la conductivité thermique du cuivre. Le métal de la barre vérifie la loi phénoménologique de Fourier.
En $x = 0$ est placé un thermostat de température $T(x = 0) = T_1$ et en $x = L$ un thermostat de température $T(x = L) = T_2$.

Question 1 : Qu'appelle-t-on thermostat ou source de chaleur ?

Question 2 : Donner un exemple de système thermodynamique assimilable à un thermostat.

Question 3 : Quelle est en théorie la capacité thermique d'un thermostat idéal ?

Question 4 : Rappeler la loi de Fourier de la conduction au sein d'un matériau homogène.

Question 5 : En faisant un bilan local d'enthalpie entre x et $x + dx$:

a) Etablir l'équation de la chaleur qu'on mettra sous la forme : $\frac{\partial T}{\partial t} = D\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$

avec $T(x, t)$ la température locale de la tranche mésoscopique entre x et $x + dx$ à une date t.

b) Donner l'expression de D en fonction de λ, ρ et C_m.

Question 6 : Quelle est, en utilisant une équation aux dimensions de l'équation aux dérivées partielles, l'unité de D ?

Question 7 : On admet que le temps caractéristique pour atteindre le régime permanent s'écrit :

$$\tau = \frac{L^a}{D^b}$$

a) Déterminer la valeur du coefficient a et du coefficient b par analyse dimensionnelle.
b) Commenter physiquement la pertinence du résultat et l'expression de D en fonction de λ, ρ et C_m.
c) Calculer ce temps pour une barre de cuivre où $L = 1\ m$. Commenter le résultat.

Question 8 : Etablir la solution de l'équation de la chaleur en régime permanent stationnaire, c'est-à-dire le profil de température $T(x)$ et en faire le graphe.

Question 9 : On note Φ le courant ou flux thermique. Il représente **la puissance** qui traverse une section droite de la barre.
a) Montrer qu'en **convention récepteur** pour la différence de température, on a : $T_1 - T_2 = R_{Th}\,\Phi$.
b) Donner l'expression de R_{Th} en fonction de λ, A et L.

R_{Th} est appelée résistance thermique et son inverse $G_{Th} = \frac{1}{R_{Th}}$ est appelée conductance thermique.

c) Donner **en français** la signification physique de la conductance thermique après avoir précisé son unité.

Question 10 : Utilisation des documents 2 et 3
Commenter physiquement les documents 2 et 3. On donnera deux commentaires physiques **en français** par document.

Question 11 : En faisant un schéma, expliquer ce qu'est le double vitrage. Quel est l'intérêt d'une couche d'air dans le double vitrage ? Justifier soigneusement vos réponses en utilisant les documents fournis.

Question 12 : « Déperdition » à travers les fenêtres
On se place dans cette partie en hiver et en Alsace. Le différentiel moyen de température entre l'intérieur de la maison et l'extérieur est supposé de manière simplifiée égal à une valeur moyenne $\Delta T = 10\ K$ pendant une durée $\Delta t = 5{,}5\ mois \approx 4000\ heures$ et de $0\ K$ (Coût nul) le reste de l'année. On présentera les résultats sous forme d'un tableau **à reproduire sur la copie**.

a) Calculer le courant ou flux thermique Φ traversant **un mètre carré** de fenêtre simple vitrage puis un mètre carré de fenêtre double vitrage.
b) En déduire l'énergie E consommée **en *kWh*** pour **un mètre carré** de fenêtre pendant l'année et le coût correspondant en Euros.

	Φ (W)	E (kWh) sur l'année	Coût annuel (€)
Simple vitrage Double vitrage			

Question 13 : « Déperdition » à travers les murs non isolés puis isolés
On présentera les résultats sous forme d'un tableau **à reproduire sur la copie**.

a) Calculer le courant ou flux thermique traversant **dans les mêmes conditions un mètre carré** de mur plein de 30 *cm* d'épaisseur.
b) En déduire l'énergie consommée **en *kWh*** et le coût annuel par **mètre carré de mur**.
c) Calculer littéralement puis numériquement en Euro l'économie réalisée si l'on isole totalement le mètre carré de mur d'un seul côté avec une couche de polystyrène de 2 *cm*. Commenter.

	Φ (kW)	E (kWh) sur l'année	Coût annuel (€)
Mur (surface unité) Mur isolé (surface unité)			

Question 14 : Dans le cadre d'appartements dits « à énergie positive », on positionne de grandes fenêtres au Sud, de petites fenêtres au Nord. Enfin, on plante des arbres à feuilles caduques au niveau de la face Sud. On se place toujours en Alsace.
a) Proposer une explication.
b) A-t-on intérêt à avoir des volets en métal ou en bois ? Justifier votre réponse.

Deuxième partie : Chauffage d'un appartement (20 % du barème)

Question 15 : On considère désormais un appartement standard de surface au sol 100 mètres carrés modélisé par une seule pièce de hauteur sous plafond de 2,5 mètres.
Calculer le volume et la masse d'air sec contenu dans la pièce.
Donnée : La masse volumique de l'air de l'appartement est prise égale à 1,2 *kg* par mètre cube et supposée constante au cours des transformations thermodynamiques.

Question 16 : La chaleur massique de l'air sec à pression constante est de : $C_{Pm} = 1\ kJ.K^{-1}.kg^{-1}$.
Les transformations thermodynamiques de l'air seront supposées isobares.

a) Calculer la capacité thermique C de l'air sec de l'appartement.
b) En supposant l'appartement idéalement isolé et donc sans aucune déperdition, calculer la durée de chauffage avec des convecteurs électriques de puissance totale 5 kW pour amener l'air sec de l'appartement de 10 °C à 20 °C.
c) Commenter physiquement le résultat.

Question 17 : L'appartement comprend quatre fenêtres de 2,5 mètres carrés chacune.

a) Calculer la conductance thermique d'une fenêtre avec les données précédentes pour un simple et un double vitrage.
b) En tant que résistances thermiques, les quatre fenêtres sont-elles en série ou en parallèle ? Justifier votre réponse.
c) En déduire la conductance thermique des 4 fenêtres puis la puissance ou courant thermique qui les traverse pour un simple puis pour un double vitrage dans les conditions de la question 12.
d) En supposant que cette puissance correspond à 20 % de la puissance transférée de l'appartement vers l'extérieur, déterminer en régime permanent la puissance totale P_0 nécessaire des convecteurs électriques en hiver pour un différentiel de température de 10 °C avec simple puis avec double vitrage.

Exercice 3 : Modèle simplifié d'un geyser

Un geyser est une source d'où jaillit de façon intermittente une quantité considérable d'eau chaude et de vapeur d'eau. Comme le montre schématiquement la figure 6, il est composé d'une chambre souterraine (ou chaudière) remplie d'eau (liquide ou vapeur) dont la base est proche d'une source de chaleur constituée de magma en fusion, d'une longue cheminée en roche dure très solide reliant la base de la chaudière à la surface, et d'un réseau d'infiltration de l'eau de surface qui permet de remplir d'eau la chambre par sa base.

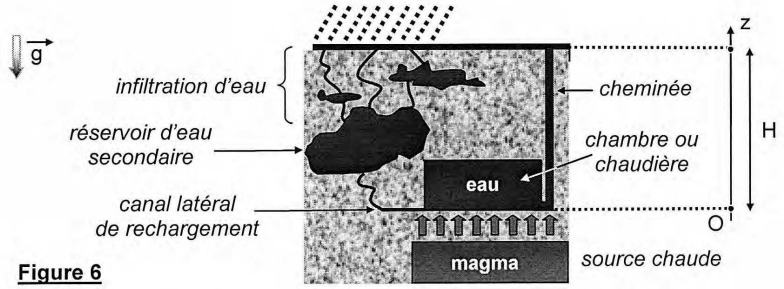


Figure 6

Le geyser décrit le cycle éruptif suivant : (figure 7)

(0) : *À l'état initial, la chambre est remplie d'eau.*

(1) : *L'eau chauffe dans la chambre et les premières bulles de vapeur d'eau apparaissent.*

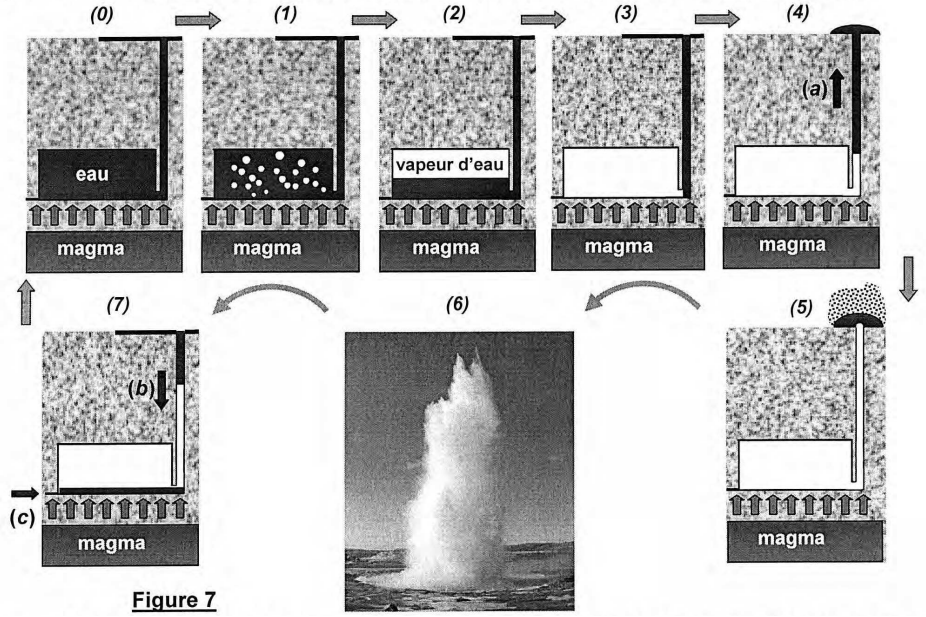


Figure 7

(2) : *Les bulles générées en abondance au cours de l'ébullition de l'eau se mettent à coalescer : elles augmentent leur volume au cours de leur ascension, s'accumulent sur le plafond de la chambre et se fondent en une phase unique de vapeur.*

(3) : *La vapeur d'eau occupe la totalité de la chaudière et la pression dans la chambre est compensée par la pression hydrostatique due à la colonne d'eau de la cheminée et au réseau d'alimentation.*

(4) : *L'augmentation du volume de vapeur d'eau propulse à grande vitesse l'eau de la colonne vers l'extérieur, au travers de la cheminée (a).*

(5) : *L'éruption a lieu par éjection à l'air libre de la colonne d'eau et de la vapeur.*

(6) : *Le panache s'effondre et l'eau sous forme liquide réintègre la chambre sous l'effet de la pesanteur (b) ; les réseaux annexes d'infiltration d'eau (c) en achèvent le remplissage.*

(7) : *Le cycle est terminé en revenant à l'état initial* ***(0)*** *; il reprend par chauffage de la chambre.*

E / Ébullition de l'eau dans la chambre

Diagramme d'état de l'eau

Le diagramme d'état de l'eau pure en coordonnées (P, T) est proposé au verso du document-réponse. Il est constitué de trois courbes se coupant en un point donné, noté t_T et séparant trois domaines.

E1. Comment ce diagramme est-il modifié dans le cas plus général d'un corps pur ? Tracer le diagramme d'état correspondant.
Sur le diagramme d'état de l'eau, préciser les domaines d'existence de l'eau sous forme de glace, d'eau liquide et de vapeur d'eau. Repérer les points remarquables t_T et C_e, et préciser leur signification. Où se situe la courbe d'ébullition (ou de vaporisation) ?

E2. Comparer les phénomènes d'ébullition et de cavitation. Représenter ces transformations sur le diagramme d'état de l'eau.

E3. Placer sur le diagramme, à la pression $P_0 = 1{,}013\ \text{bar}$, les températures d'ébullition et de fusion de l'eau notées respectivement T_0 et T_1. Donner leurs valeurs en degrés Celsius sans vous référer au diagramme. Pourquoi dit-on que « les pommes de terre cuisent mal » dans les refuges de haute montagne ?

Un corps pur à l'équilibre sous deux phases (1) et (2) à la température T est soumis à une pression $P_{éq}$ qui dépend de T et de la nature du corps. La chaleur latente massique du changement d'état $1 \rightarrow 2$ à la température T est donnée en fonction des volumes massiques v_1 et v_2 et de la pente de la courbe d'équilibre $1 \rightleftarrows 2$ par la relation de Clapeyron :

$$\ell_{1\to 2}(T) = T\,(v_2 - v_1)\,\frac{dP_{éq}}{dT}.$$

E4. Définir la chaleur latente massique $\ell_{éb}(T)$ d'ébullition de l'eau et la pression de vapeur saturante $P_{sat}(T)$ de l'eau à la température T.
Appliquer la relation de Clapeyron pour exprimer $\ell_{éb}(T)$ en fonction de T, $P_{sat}(T)$ et des volumes massiques v_e et v_{vap}, respectivement de l'eau liquide et de la vapeur d'eau. Comparer les volumes massiques v_e et v_{vap}, puis simplifier la relation donnant $\ell_{éb}(T)$.

Soit T_0 la température d'ébullition de l'eau à la pression atmosphérique P_0.

E5. En supposant que la vapeur d'eau se comporte comme un gaz parfait et que, pour des températures d'ébullition comprises entre 0 °C et 200 °C, la chaleur latente massique d'ébullition $\ell_{éb}$ de l'eau est indépendante de la température, montrer que la pression de vapeur saturante de l'eau est décrite par la formule de Rankine :

$$\ln\left(\frac{P_{sat}(T)}{P_0}\right) = A - \frac{B}{T}$$, où la température T est exprimée en kelvin ($T(K) = t(°C) + 273$).

Exprimer A et B en fonction de la chaleur latente massique $\ell_{éb}$, de la constante R des gaz parfaits, de la température T_0 et de la masse molaire M_{eau} de l'eau.

Données : $A = 13{,}7$ et $B = 5120\ K$.

H / Évolution de la température dans la chambre en fonction du temps

La masse d'eau présente à l'instant initial (figure 11) dans la chambre (ou réservoir) est m_{eau} et sa capacité thermique massique constante c_{eau}. Les dimensions de la chambre sont supposées suffisamment petites pour considérer que la pression y est uniforme et constante ; cette pression est imposée par la pression hydrostatique P_H en $z = 0$. A l'instant initial, l'eau à la température T_E est en contact avec la roche à la température T_R constante (de l'ordre de 800 °C), car chauffée de façon uniforme par le magma en fusion.

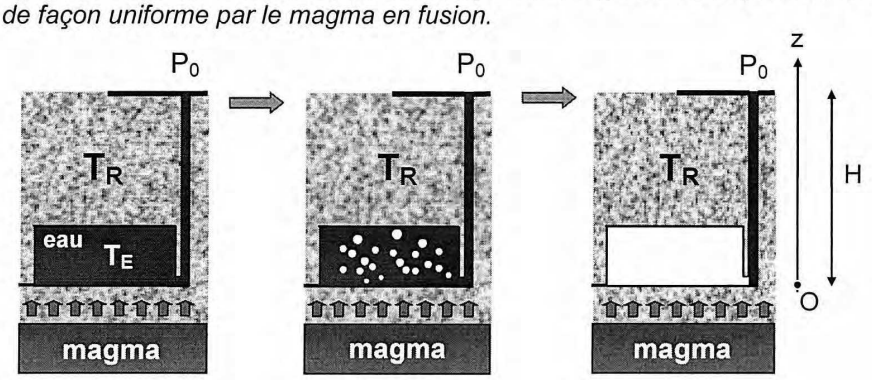


Figure 11

Les échanges thermiques conducto-convectifs entre l'eau et la paroi rocheuse sont caractérisés par un flux thermique surfacique : $\vec{j}_{th} = h(T_R - T)\vec{n}$. T est la température de l'eau, supposée uniforme dans toute la chambre et inférieure à T_R ; h est le coefficient surfacique de transfert conducto-convectif de l'eau à travers l'interface d'échange de surface S_e ; $\vec{n}$ est un vecteur unitaire normal à l'interface et orienté de la paroi rocheuse vers l'eau.

H1. Quelle est l'unité de j_{th} ?

H2. Expliquer pourquoi la température T_R de la roche reste relativement stable.

H3. En appliquant le premier principe de la thermodynamique à l'eau du réservoir, exprimer l'écart de température $T - T_R$ en fonction de S_e, h et d'une constante de temps τ_E à préciser en fonction de m_{eau}, c_{eau}, S_e et h.

H4. Déterminer, en fonction de S_e, m_{eau}, c_{eau}, h, $T_{éb}$ et T_R, le temps t_1 mis par l'eau pour atteindre la température d'ébullition $T_{éb}$?

Une poche de vapeur d'eau se développe dans la chambre alors que la pression qui y règne reste fixée à la pression hydrostatique P_H.

H5. Exprimer le temps t_2 nécessaire pour vaporiser la totalité de l'eau contenue dans la chambre, en fonction de la chaleur latente massique d'ébullition $\ell_{éb}(T_{éb})$ à la température d'ébullition $T_{éb}$, de m_{eau}, S_e, $T_{éb}$, T_R et h.

Après l'éruption, la chambre est rechargée en eau à la température T_E par un canal latéral de rechargement et par la colonne.

Exercice 4 : Fusibles

Ce problème traite du fonctionnement de différents fusibles. Aucune connaissance particulière sur les fusibles n'est demandée.

En 1753, à Saint-Pétersbourg, le professeur Richman et son assistant étudient les premières machines électrostatiques. Le 6 août, ils sont frappés par la foudre alors qu'ils chargent des condensateurs. L'assistant s'en sort pratiquement indemne, tandis que Richman meurt immédiatement : la décharge électrique a traversé son corps. La communauté scientifique est extrêmement choquée. Il apparait alors clairement la nécessité de protéger les systèmes électriques et les personnes les utilisant.

C'est Edward Nairne qui fait part pour la première fois de l'utilisation de fils métalliques (qui deviendront l'élément de base d'un fusible) comme moyen de protection lors de décharges de condensateurs. La protection d'un système électrique par un fusible fait appel à un principe de fonctionnement très simple. En situation de fonctionnement normal, le fusible assure le passage du courant. Lors de l'apparition d'un défaut électrique, créant un courant anormalement élevé, le fusible permet la coupure automatique du circuit électrique : le fil métallique constituant le fusible fond en raison de l'apport d'énergie anormalement important du fait du défaut électrique.

L'idée de la protection des systèmes électriques par fusibles s'est imposée formellement avec le double développement de l'électrification et de l'industrie. Dès les premières tentatives, la structure de base des fusibles actuels a été définie avec les éléments essentiels :

- *deux pièces de connexion permettant de relier le fusible au reste du circuit électrique ;*
- *un fil métallique dont le métal constitutif est choisi avec un point de fusion à basse température (typiquement du plomb ou de l'étain) ;*
- *une cavité qui assure un rôle de protection et qui peut contenir un isolant.*

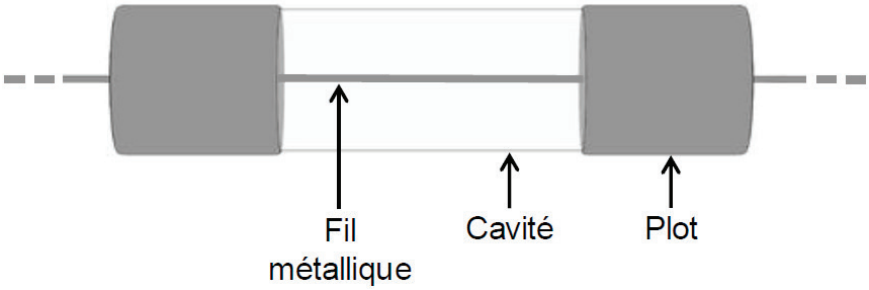


Figure 0 : Schéma de base d'un fusible

Il existe aujourd'hui de nombreux types de fusibles ayant le même principe de fonctionnement et les mêmes éléments de base. On retrouve les fusibles sur les installations domestiques, dans l'industrie (principalement pour l'utilisation avec des charges à fort courant d'appel comme les moteurs) ou pour la protection des semi-conducteurs dans l'ensemble des appareils électroniques.

B / Étude des fusibles en céramique

Un fusible en céramique est constitué d'un fil métallique cylindrique de section S, de longueur L. On donne la masse volumique μ, les conductivités thermique λ et électrique σ, la capacité thermique massique c du fil métallique. On considère que toutes ces grandeurs sont uniformes dans le fil métallique et indépendantes de la température.
Le fil métallique est soudé à ses deux extrémités sur des plots de cuivre massif que l'on considère conducteur électrique et thermique parfait. Le cuivre est maintenu à une température constante T_0. Il s'agit de la température de l'air extérieur au fusible.
Le fil métallique est inséré dans une gaine en silice assurant une isolation latérale thermique et électrique parfaite.
Le fil métallique est parcouru par un courant d'intensité I.

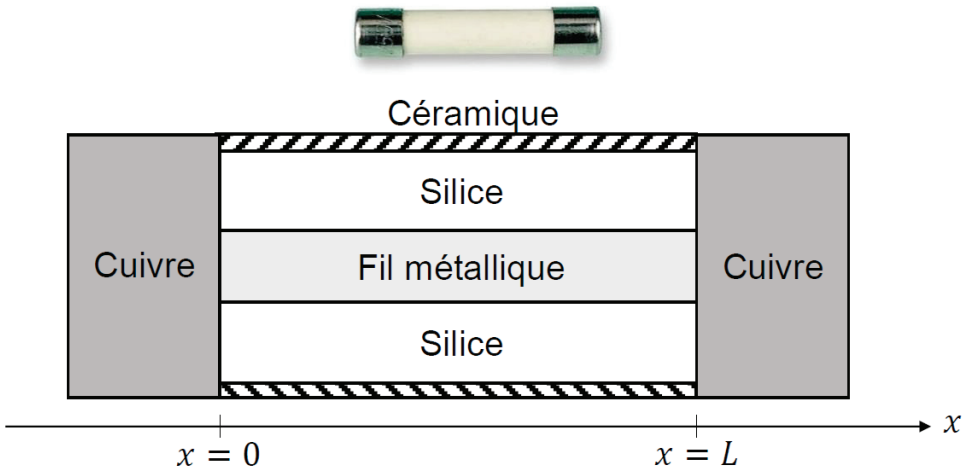


Figure 2 : Fusible en céramique

On considère que la température ne dépend que de la position et du temps $T = T(x,t)$.

B1. Rappeler la loi de Fourier. Préciser sa signification physique ainsi que celle de chacun de ses termes. Donner les unités de chaque terme.

B2. Montrer que l'équation aux dérivées partielles vérifiée par la température peut s'écrire sous la forme

$$\mu c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{I^2}{\sigma S^2} + \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}.$$

B3. Établir le profil de température dans le fil métallique en régime stationnaire. Tracer l'allure de ce profil.

La température de fusion du métal est notée T_f.

B4. Donner la position x_{fusion} du fil métallique où débute la fusion du métal lorsque le courant atteint l'intensité maximale I_{max} supportée par le fusible.

C / Étude des fusibles en verre

Au laboratoire on dispose aussi de fusibles où le fil métallique est entouré d'air. On doit donc tenir compte de la convection entre le fil métallique et l'air environnant.
Les échanges thermiques à l'interface sont modélisés par la loi de Newton. Le flux thermique surfacique cédé à l'air extérieur est $\overrightarrow{j_{conv}} = h(T(x) - T_{air})\vec{u}$ avec h le coefficient de transfert convectif et $\vec{u}$ est un vecteur unitaire suivant la normale extérieure à la surface d'échange.
On considère que $T_{air} = T_0$.
Le coefficient d'échange thermique h décrit les transferts de chaleur entre le fusible et l'air.

Le fil métallique est toujours soudé à ses deux extrémités sur des plots de cuivre massif maintenus à la température T_0.

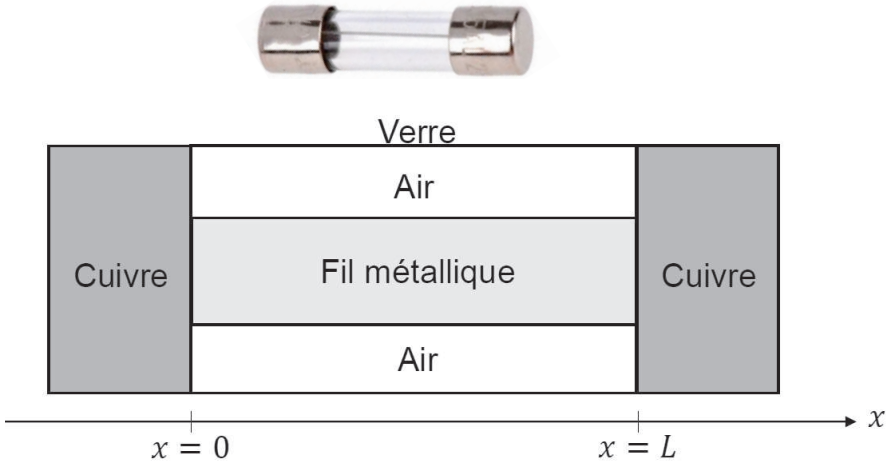


Figure 3 : Fusible en verre

On peut montrer que la température du fil métallique ne dépend que de la position x si Bi le nombre de Biot (sans dimension) est tel que

$$Bi = \frac{hD}{\lambda} \ll 1,$$

avec :

- *D le diamètre du fil métallique ;*
- *h le coefficient de transfert convectif qui est de l'ordre de grandeur de 10 (unités S.I. « de base ») ;*
- *λ la conductivité thermique du fil métallique.*

On supposera cette condition vérifiée dans tout ce qui suit. La température ne dépend que de la position x et du temps t : $T(x,t)$. On se place en régime stationnaire.

On pose $k = \sqrt{\frac{4h}{\lambda D}}$ et $T_1 = \frac{16I^2}{\sigma\lambda k^2 \pi^2 D^4}$.

C3. Montrer que la température vérifie l'équation

$$\frac{\mathrm{d}^2T}{\mathrm{d}x^2} - k^2(T - T_0 - T_1) = 0\,.$$

C4. Résoudre l'équation différentielle en tenant compte des conditions aux limites.

On montre que T peut s'écrire sous la forme : $T(x) = T_0 + T_1\left(1 - \frac{ch\left(k\left(x-\frac{L}{2}\right)\right)}{ch\left(\frac{kL}{2}\right)}\right)$.

C5. Tracer l'allure du profil de température.

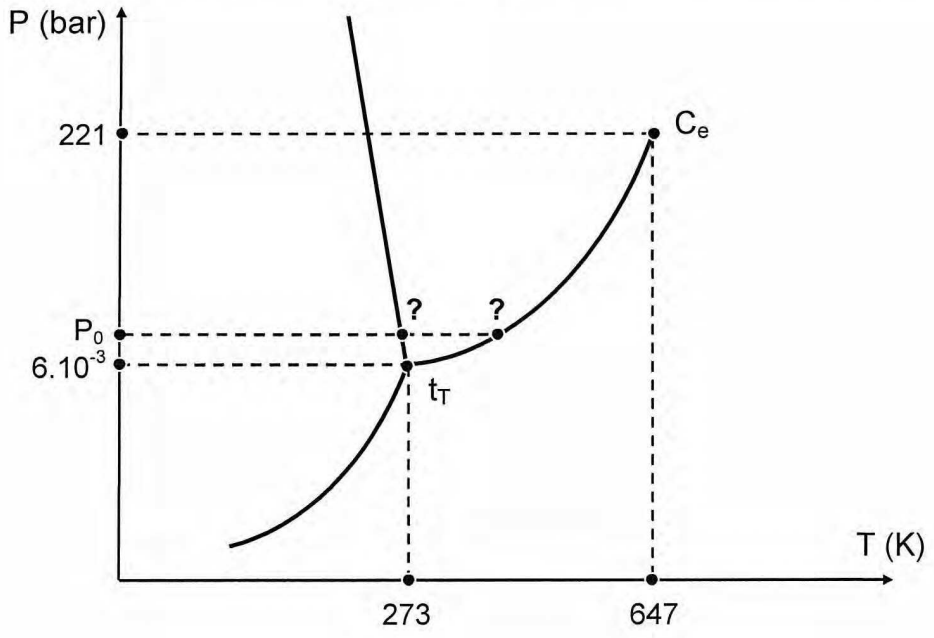
C6. Quel(s) mode(s) de transfert thermique manque(nt)-t-il(s) à cette étude ?

Rappel sur les fonctions hyperboliques :

$$ch(\alpha) = \frac{e^{\alpha} + e^{-\alpha}}{2}$$

$$sh(\alpha) = \frac{e^{\alpha} - e^{-\alpha}}{2}$$

✂ . . . . . .

A rendre avec la copie :

E1. – E2. – E3. **Diagramme d'état schématique de l'eau pure** (*échelle non respectée*)