

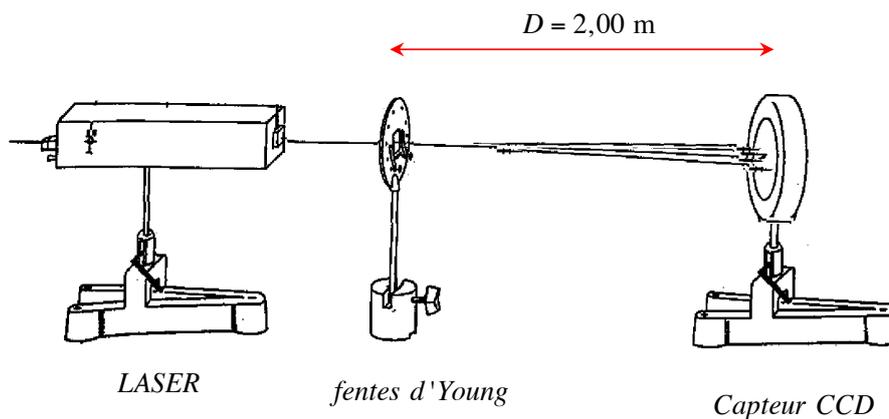
## DS4 : Optique et Chimie

(4h)

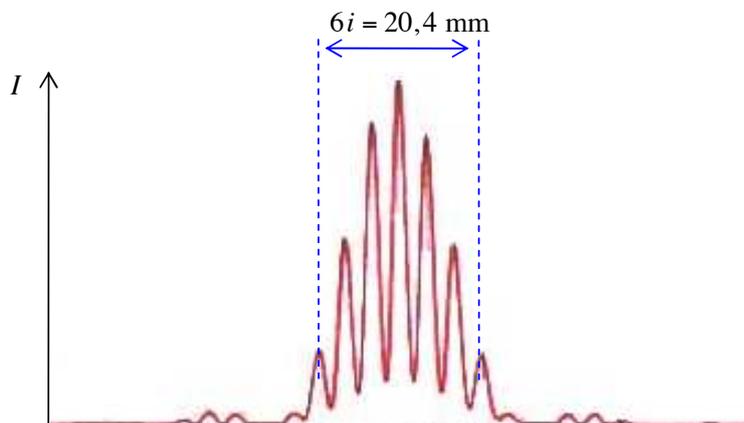
Les calculatrices ne sont pas autorisées

### Exercice 1 : Interférences (et diffraction) LASER sur des fentes d'Young

Un faisceau LASER, de longueur d'onde  $\lambda = 650 \text{ nm}$ , est intercepté par un obstacle diffractant constitué de deux fentes identiques parallèles. Derrière l'obstacle, le faisceau se trouve élargi horizontalement et l'intensité lumineuse ainsi dispersée est mesurée à une distance  $D = 2,00 \text{ m}$  de l'obstacle à l'aide d'une barrette de capteurs CCD.



La répartition de lumière sur la barrette de capteurs CCD est reproduite ci-dessous. On observe principalement sept franges d'interférences et l'on peut ainsi mesurer la largeur de  $20,4 \text{ mm}$  correspondant à six interfranges.



1. On dit que la lumière émise par le LASER est « cohérente ». Que signifie cette expression ?
2. Dans l'expérience décrite, comment sont disposées les fentes diffractantes ?
3. Déduire de l'expérience la valeur de la distance  $a$  entre les fentes.
4. Expliquer de quelle façon, en observant la figure de diffraction de plus près, il est possible d'en déduire la largeur  $b$  des fentes.
5. Calculer numériquement  $b$ .

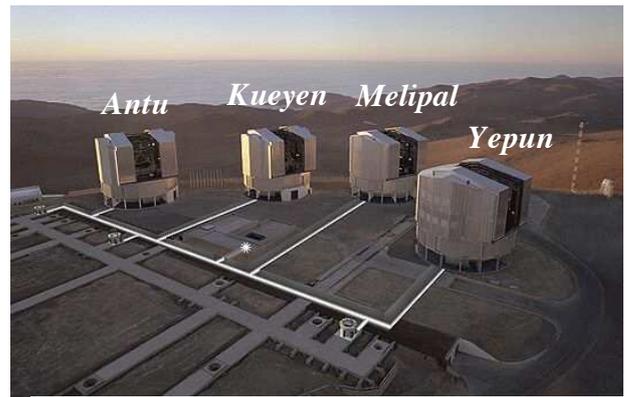
Aide : Le demi-diamètre angulaire de la tache principale de diffraction vaut :

$$\frac{\theta}{2} = \frac{\lambda \cdot D}{b}$$

6. Dessiner l'allure de la figure de diffraction sur l'écran

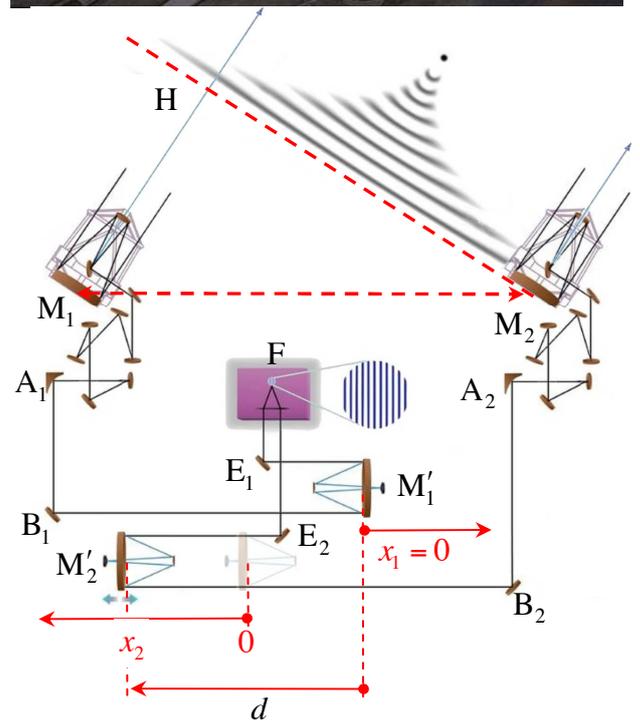
**Exercice 2 : Interférométrie stellaire : Mesure du diamètre d'une étoile**

« Antu » (Le Soleil) et « Melipal » (La croix du Sud) sont deux des quatre télescopes principaux de huit mètres de diamètre constituant, couplés optiquement à quatre télescopes auxiliaires, le VLT (very large telescope) européen situé à Paranal au Chili.

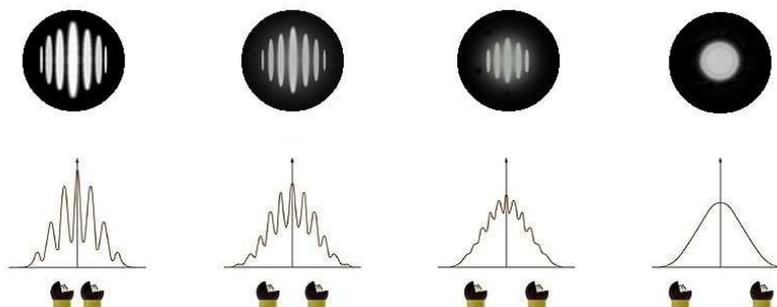


Les télescopes pointent vers une même étoile. Par un jeu de miroirs assez complexe mais tout à fait identique pour les deux voies, les faisceaux lumineux sont aiguillés chacun dans une ligne à retard avant d'être réunis pour interférer en F où l'on observe, dans l'image de l'étoile, d'éventuelles franges d'interférences. Un filtrage monochromateur de longueur  $\lambda$  est réalisé en amont de l'interféromètre.

1. S'agit-il d'un dispositif procédant par division du front d'onde ou par division d'amplitude ? Sur le capteur CCD placé en F, les interférences sont-elles réelles ou virtuelles ?
2. Lorsque les télescopes principaux pointent vers le Zénith et que les miroirs  $M'_1$  et  $M'_2$  des lignes à retard sont chacun dans leur position 0, la différence de marche est nulle exactement en F. Justifiez et expliquez pourquoi on verra des franges de part et d'autre en pointant une étoile même au zénith. Pourquoi le fait d'ôter le filtre permettra de confirmer l'ordre zéro ?
3. Lorsque l'on pointe une étoile ailleurs (inclinaison moyenne  $\alpha$  (figure ci-contre)), on « retranche » une marche pour revenir au voisinage de l'ordre zéro. Pourquoi ? En notant a la distance entre les télescopes principaux, écrivez la différence de marche  $\delta$  totale en F en fonction de a,  $\alpha$ ,  $x_2$  et  $x_1$ .



4. Pour différentes valeurs de la distance  $a$  entre les deux télescopes auxiliaires, l'on observe tantôt des franges d'interférences très contrastées, tantôt des franges d'interférences peu contrastées, voire pas d'interférences du tout.



Ce phénomène est dû au fait que l'étoile n'est pas une source lumineuse parfaitement cohérente du point de vue spatial. Que signifie cette expression ?

- 5 En déduire une méthode expérimentale de mesure du diamètre des étoiles.

**Exercice 3 : Par analogie avec un défaut de planéité d'interféromètre : Mesure de déplacements verticaux du sol par interférométrie RADAR depuis le satellite ENVISAT**

**Défaut de planéité d'un des miroirs de l'interféromètre de Michelson**

On considère un interféromètre de Michelson dont le schéma simplifié est donné par la figure 6. On admettra que l'ensemble constitué par la séparatrice et la compensatrice se comporte comme une lame séparatrice idéale sans absorption et d'épaisseur nulle, notée  $S_p$ . La source  $S$ , peu étendue, est monochromatique de longueur d'onde  $\lambda = 633 \text{ nm}$ . Elle est placée dans le plan focal objet d'une lentille convergente de telle sorte que le miroir ( $M_2$ ) est éclairé sur toute sa surface sous une incidence quasi-normale (figure 6). On recueille les faisceaux émergents sur un écran plan parallèle au miroir ( $M_1$ ). On notera  $\mathcal{E}_0$  l'éclairement maximal de la figure.

Initialement l'interféromètre est réglé en « lame d'air ». ( $M_1$ ) est parallèle à  $Ox$  et ( $M_2$ ) est parallèle à  $Oz$ . Soit ( $M'_2$ ) le symétrique du miroir ( $M_2$ ) par la séparatrice et  $e$  la distance entre ( $M_1$ ) et ( $M'_2$ ).

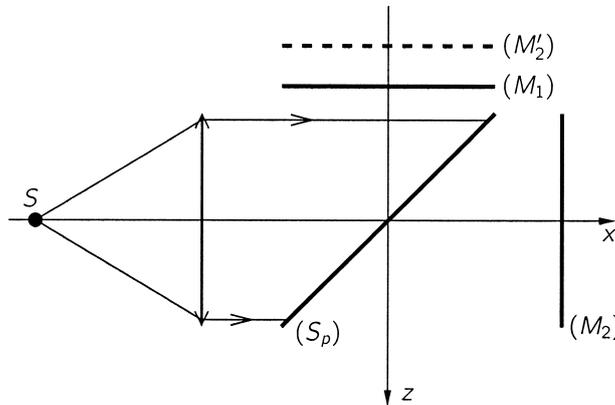


FIGURE 6 – Schéma de l'interféromètre de Michelson

**B1.** Exprimer l'éclairement  $\mathcal{E}$  en fonction de  $e$ . Quel est l'aspect de ce plan pour une distance  $e$  donnée ? Comment varie l'éclairement  $\mathcal{E}$  si  $e$  varie ?

Le miroir ( $M_1$ ) initialement plan s'est déformé et est devenu sphérique. On admettra que le centre de la sphère ( $M_1$ ), de rayon  $R$ , se trouve sur l'axe  $Oz$ , qui est donc axe de symétrie de ( $M_1$ ). Les conditions d'observations sont les mêmes qu'à la question B3.

**B4.** Soit  $e_0$  la distance entre ( $M'_2$ ) et le plan  $\pi$  correspondant au cas où ( $M_1$ ) est plan, et  $H_{\max}$  l'épaisseur maximale du miroir ( $M_1$ ) une fois courbé. Exprimer l'épaisseur d'air  $z(r)$  entre ( $M_1$ ) et ( $M'_2$ ), pour un point  $P$  de ( $M_1$ ), en fonction de  $e_0$ ,  $H_{\max}$ ,  $r$  et  $R$  (figure 7). On remarquera que les conditions d'observation impliquent les approximations :  $r \ll R$ ,  $e_0 \ll R$  et  $H_{\max} \ll R$ .

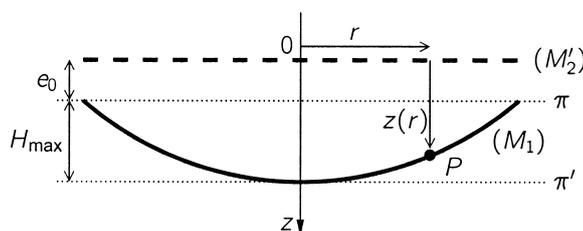


FIGURE 7 – Cas où le miroir ( $M_1$ ) est sphérique.

- B5.** Avec les approximations précédentes, exprimer la différence de marche  $\delta$  en un point  $P$  situé à la distance  $r$  de l'axe  $Oz$ . Montrer que, dans les mêmes conditions d'observation que les franges du coin d'air, on observe des anneaux localisés au voisinage de  $(M_1)$ .
- B6.** Déterminer l'ordre  $p_0$  au centre des anneaux en fonction de  $e_0$ ,  $H_{\max}$  et  $\lambda$ . On utilise l'indice  $k$  pour repérer les anneaux brillants, sachant que  $k = 1$  correspond au premier anneau brillant à partir du centre de la figure d'interférences, de rayon  $\rho_1$  sur la surface de localisation. Calculer le rayon  $\rho_k$  du  $k$ ième anneau brillant en fonction de  $\rho_1$ ,  $k$ ,  $\lambda$ , et  $R$ .

### Analyse d'un défaut de planéité d'une surface réfléchissante

Une surface métallique polie est plane à l'exception d'un défaut local sphérique. On l'installe sur un des bras d'un interféromètre de Michelson, à la place de  $(M_2)$ . L'interféromètre est éclairé comme dans la question B3. On rappelle que  $(M_2)$  est également un miroir métallique parfaitement plan.

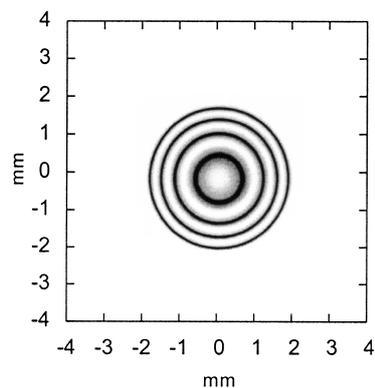


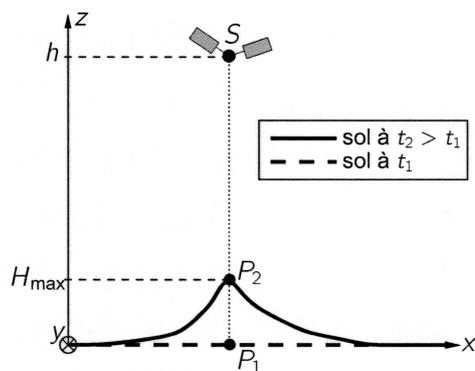
FIGURE 8 – Figure d'interférence de la lame réfléchissante présentant un défaut de surface.

- B7.** On observe la figure d'interférences correspondante sur la figure 8. Déterminer le diamètre  $d$  du défaut et son épaisseur maximum  $H_{\max}$ . Exprimer les résultats avec un nombre de chiffres significatifs adapté. Peut-on déterminer si le défaut est convexe ou concave ? Si oui, proposer un protocole permettant de le déterminer.

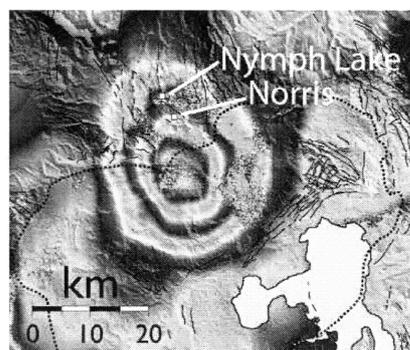
### Déplacement verticaux mesurés par interférométrie radar

Les satellites ERS1, ERS2 et désormais le satellite ENVISAT, grâce à leur radar à synthèse d'ouverture (SAR) embarqué, peuvent détecter de faibles mouvements du sol au cours du temps. Ces satellites émettent en continu des ondes électromagnétiques de longueur d'onde  $\lambda = 5,66$  cm, qui atteignent le sol et y sont réfléchies vers le satellite. Ce dernier enregistre l'écho de son émission quelques fractions de secondes après. L'usage des ondes radio est lié au fait que celles-ci pénètrent jusqu'au sol malgré nuages et forêts.

Le déplacement du sol lié à un séisme, à un gonflement local dû au magma poussant la croûte terrestre sous un volcan, un tunnel qui s'écroule sous une ville, etc. change les distances relatives parcourues entre le sol et le satellite lors de deux passages successifs à  $t_1$  et  $t_2$ . Le satellite enregistre l'amplitude du champ électromagnétique réfléchi à  $t_1$ , puis à  $t_2$ , et le calcul de l'intensité résultante de la somme des deux champs réfléchis produit une image du déplacement du sol (Figure 9(a)). On parle alors de SAR interférométrie (InSAR).



(a) Passage du satellite à la verticale du point P à  $t_1$  (sol horizontal) et  $t_2$  (élévation locale du sol d'une hauteur maximum  $H_{\max}$ ).



(b) Image InSAR de la déformation du sol à partir de données recueillies par le satellite ERS2 entre 1996 et 2000 (USGS).

FIGURE 9 – Mouvement du sol localisé dans le parc de Yellowstone, USA.

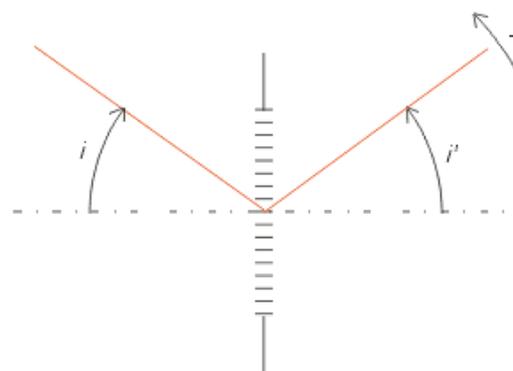
On considère que lors de ces deux passages, le satellite a une trajectoire strictement identique et qu'il reste à la verticale du lieu considéré, à une hauteur  $h = 800$  km par rapport au sol.

- B8.** Par analogie avec l'image interférométrique d'un défaut du miroir de l'interféromètre de Michelson, exprimer la différence de marche entre les « rayons lumineux » captés par le satellite à  $t_1$  et  $t_2$ , réfléchis respectivement en  $P_1$  et  $P_2$  en fonction de  $z(x)$ .
- B9.** On cherche à caractériser les mouvements verticaux du sol dans le parc de Yellowstone entre 1996 et 2000. Grâce à la figure 9(b), estimer le diamètre  $d$  concerné par une élévation du sol et son amplitude maximale  $H_{\max}$ . Donner en  $\text{cm}\cdot\text{an}^{-1}$  la vitesse maximale d'élévation du sol. On exprimera les résultats avec un nombre de chiffres significatifs adapté. Commenter.

### Exercice 4 : Réseau Optique

Soit un réseau optique comportant  $n = 500$  traits par millimètre. Les traits étant verticaux, un faisceau parallèle de lumière spatialement cohérent arrive sur le réseau sous une incidence  $i$  par rapport à la normale.

On observe dans la direction caractérisée par l'angle  $i'$  par rapport à la normale au réseau un maximum de lumière correspondant à l'ordre  $k$ . Tous les angles sont algébriques et positifs dans le sens trigonométrique direct.



- On choisit l'incidence  $i_0$  de sorte que  $i'_0 = 0$  pour  $k = 1$  et  $\lambda_0 = 600$  nm. On place orthogonalement au faisceau émergent une lentille convergente de distance focale image  $f' = 0,8$  m, dans le plan focal image de laquelle se trouve un écran. Quelle est la valeur numérique de l'incidence  $i_0$  utilisée ? Faire un schéma représentant le réseau, la lentille et le trajet d'un pinceau lumineux.

On remplace la source monochromatique par une source de lumière blanche en conservant le montage précédent.  $\lambda \in [400 \text{ nm}, 750 \text{ nm}]$ , l'incidence est  $i_0$ .

- On note  $x$  la distance algébrique séparant le foyer image principal, de la trace laissée par le faisceau de longueur d'onde  $\lambda$ . Calculer numériquement  $x$  pour les extrémités du spectre dans l'ordre 1.
- Comment placer la lentille pour observer le spectre d'ordre 0 ? Qu'observe-t-on dans le plan focal de celle-ci ?
- Combien d'ordres complets peut-on observer en théorie ? Y a-t-il une limitation pratique à l'observation de tous les ordres ?

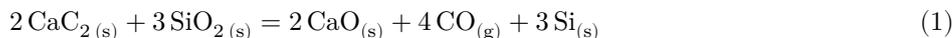
## Exercice 5 : Thermochimie de dépôt de silicium ultra-pur

Les MEMS (Micro Electro Mechanical System) utilisent pour leur fabrication le silicium. Les accéléromètres appartiennent à la catégorie des MEMS. Dans cette partie, on s'intéresse à la production du silicium.

### III.D.1) Réduction du dioxyde de silicium

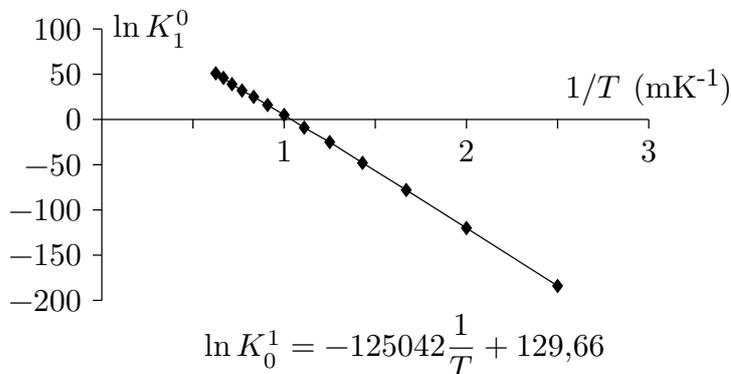
Pour produire le silicium, on réduit le dioxyde de silicium  $\text{SiO}_2$  par le carbure de calcium  $\text{CaC}_2$ (s). Pour  $T < 1683 \text{ K}$ , aucun changement d'état n'intervient.

L'équation de la réaction est :



Sa constante d'équilibre est noté  $K_1^0$ .

Figure 14



- À l'aide de la **figure 14**, déterminer le signe de l'enthalpie standard  $\Delta_r H_1^0$  de la réaction (1) puis sa valeur en la supposant indépendante de la température.
- Quelle est l'influence d'une augmentation de la température à pression et composition constante ? Justifier. En déduire si l'industriel a intérêt à travailler à basse ou haute température.

**III.D.2)** Dans un réacteur de volume constant 8 litres, préalablement vide, on introduit 18 g de  $\text{SiO}_2$  solide et 32 g de  $\text{CaC}_2$  solide. On opère à  $T = 1730 \text{ K} > 1683 \text{ K}$ . On suppose que la phase gazeuse est assimilable à un gaz parfait.

- Écrire l'équation (1') en précisant les états physiques des espèces chimiques.
- Sachant que la constante d'équilibre de la réaction (1') vaut :  $K_1^0(1730 \text{ K}) = 3,68 \times 10^{24}$ , calculer la pression du système si l'équilibre est atteint puis la quantité de matière de monoxyde de carbone formé. Conclure.
- En déduire les quantités de matière des différents espèces chimiques à l'état final, ainsi que la pression de la phase gazeuse (supposée parfaite).

**III.D.3)** Le silicium obtenu est mis en réaction avec du chlorure d'hydrogène gazeux ( $\text{HCl}$ ) à  $300 \text{ °C}$ . On forme majoritairement le trichlorosilane ( $\text{SiHCl}_3$ ) mais également le dichlorosilane  $\text{SiH}_2\text{Cl}_2$ . Après refroidissement à  $15 \text{ °C}$ , on obtient un mélange liquide de  $\text{SiHCl}_3$  et de  $\text{SiH}_2\text{Cl}_2$  de composition molaire 80% en  $\text{SiHCl}_3$ . Une distillation fractionnée permet alors de purifier le trichlorosilane  $\text{SiHCl}_3$ .

Le trichlorosilane ultra-pur est réduit par l'hydrogène vers  $1000 \text{ °C}$ , selon la réaction :



Le silicium ultra-pur, produit par cette réaction, est déposé sur un barreau de silicium. Le silicium obtenu est directement utilisable pour la fabrication des MEMS.

- Ajuster les nombres stœchiométriques de l'équation (2).
- Que valent à  $298 \text{ K}$  les enthalpies standard de formation de  $\text{H}_2(\text{g})$  et de  $\text{Si}(\text{s})$  ?
- Calculer l'enthalpie  $\Delta_r H_2^0$  de la réaction à  $298 \text{ K}$ .
- La réaction est réalisée à la pression  $P = 0,1 \text{ bar}$ . Justifier le choix de pression égale à  $0,1 \text{ bar}$  plutôt que  $1,0 \text{ bar}$  à température fixée.

#### Données thermodynamiques

	$\text{Si}(\text{s})$	$\text{SiO}_2(\text{s})$	$\text{SiHCl}_3(\text{g})$	$\text{H}_2(\text{g})$	$\text{HCl}(\text{g})$	$\text{CaC}_2(\text{s})$	$\text{CaO}(\text{s})$
Température de fusion $T_{\text{fusion}}$ (K)	1683	1883	139	14	159	2430	2886
Enthalpie standard de formation $\Delta_f H^0$ (kJ·mol <sup>-1</sup> )	?	-911	-488,5	?	-92,3	-63	-635

#### Extrait du tableau périodique des éléments

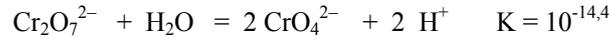
	H	C	N	O	Al	Si	Cl	Ca
Numéro atomique	1	6	7	8	13	14	17	20
Masse molaire (g·mol <sup>-1</sup> )	1,01	12,0	14,0	16,0	27,0	28,1	35,5	40,1

## Exercice 6 : Titrages

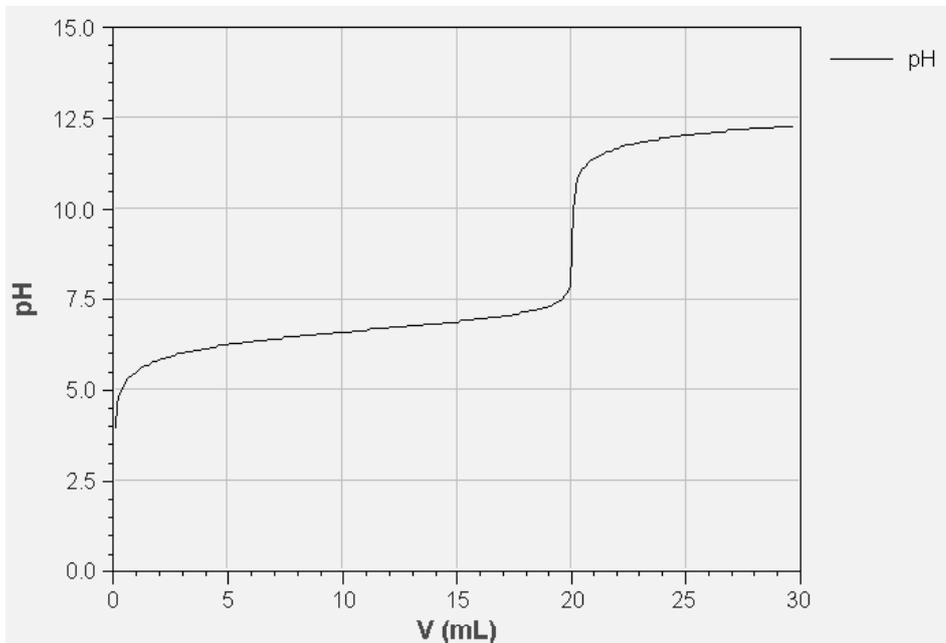
### 6.2 Dosage d'une solution de dichromate de potassium par de la soude décimolaire

On dose  $v_0 = 20$  mL d'une solution de dichromate de potassium de concentration  $c_0$  par de la soude décimolaire. On note  $v$  le volume de soude ajouté et  $c = 10^{-1}$  mol.L<sup>-1</sup> la concentration de la soude. La courbe de dosage est fournie page 8 (**Figure 2**).

L'acidité des solutions de dichromate de potassium peut être interprétée grâce à l'équilibre :



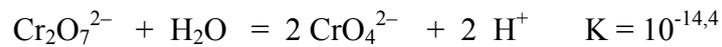
- 6.2.1** Ecrire la réaction de dosage. Calculer sa constante d'équilibre.
- 6.2.2** Ecrire la condition réalisée à l'équivalence. Lire sur le diagramme la valeur du volume à l'équivalence ; en déduire la concentration de la solution de dichromate de potassium.
- 6.2.3** Calculer le pH de la solution de dichromate de potassium de concentration  $c_0$ .
- 6.2.4** Calculer le pH à la demi-équivalence.
- 6.2.5** La courbe de dosage est analogue à celle du dosage d'un monoacide faible par une base forte. Indiquer, par lecture sur la courbe, quelle serait la valeur du  $\text{pK}_a$  de ce monoacide faible. Commenter la valeur obtenue.
- 6.3** Dosage d'une solution de dichromate de potassium par de la soude décimolaire en présence d'ions  $\text{Ba}^{2+}$ .  
Pour améliorer la précision du dosage précédent on ajoute 5 mL d'une solution de chlorure de baryum molaire (1 mol.L<sup>-1</sup>) à la solution précédente ( $v_0 = 20$  mL) de dichromate de potassium de concentration  $c_0$ . On dose la solution obtenue par de la soude décimolaire. On note  $v$  le volume de soude ajouté et  $c = 10^{-1}$  mol.L<sup>-1</sup> la concentration de la soude.
- 6.3.1** Ecrire la réaction qui a lieu quand on ajoute des ions  $\text{Ba}^{2+}$  à une solution de dichromate de potassium.
- 6.3.2** Montrer que cette réaction peut être considérée comme totale. En déduire que la solution de dichromate de potassium se comporte alors comme une solution d'acide fort dont on précisera la concentration.
- 6.3.3** Indiquer la valeur du volume à l'équivalence.
- 6.3.4** Calculer, brèvement, le pH de la solution pour  $v = 0$  mL,  $v = v_e / 2$ ,  $v = v_e$  et  $v = 1,5.v_e$ . (On admettra, pour cette question, que l'hydroxyde de baryum  $\text{Ba}(\text{OH})_2$  (s) ne précipite pas au cours du dosage).
- 6.3.5** Représenter l'allure de la courbe de titrage. Expliquer pourquoi la précision du titrage a été améliorée.
- 6.3.6** Montrer qu'effectivement l'hydroxyde de baryum  $\text{Ba}(\text{OH})_2$  (s) ne précipite pas au cours du dosage.



**Figure 2** : courbe de dosage d'une solution de dichromate de potassium par de la soude.

## Annexe numérique

Produit ionique de l'eau :  $pK_e = 14,0$



$pK_s(\text{BaCrO}_4(\text{s})) = 9,9$

$pK_s(\text{Ba}(\text{OH})_2(\text{s})) = 2,3$

$$125,042 \cdot 8,314 \approx 1040$$

$$\sqrt{3,68} = 1,385$$

$$\frac{8 \cdot 1,385}{8,314 \cdot 1,730} \sim 0,77$$

$$\frac{0,4 \cdot 8,314 \cdot 1730}{8} \sim 720$$

$$488,5 - 3.92,3 = 211,6$$

$$\sqrt{\frac{30 \cdot 10^{-14,4}}{4}} \sim 10^{-6,8}$$

$$\log_{10} \left( \frac{0,08 \cdot 25}{2 \cdot 35} \right) \sim -1,5$$

$$0,018 \sim 10^{-1,7}$$