

SOUS MARIN (IMMERSION ET PROPULSION)

Première partie : immersion.

1) 1 - Bilan des forces sur le volume élémentaire.

$$\begin{aligned} \rightarrow \text{pesanteur infinitésimale : } d\vec{P} &= \rho(x,y,z) dx dy dz \vec{g} \\ &= \rho(x,y,z) dx dy dz (-g \vec{e}_z) \end{aligned}$$

\rightarrow forces pressantes :

$$d\vec{F}_{\text{pressantes}} = dF_{p_x} \vec{e}_x + dF_{p_y} \vec{e}_y + dF_{p_z} \vec{e}_z$$

$$\text{avec } dF_{p_x} \vec{e}_x = p(x) x dy dz \vec{e}_x - p(x+dx) dy dz \vec{e}_x$$

$$dF_{p_y} \vec{e}_y = p(y) dx dz \vec{e}_y - p(y+dy) dx dz \vec{e}_y$$

$$dF_{p_z} \vec{e}_z = p(z) dx dy \vec{e}_z - p(z+dz) dx dy \vec{e}_z$$

. A l'équilibre dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

$$\vec{dP} + d\vec{F}_{\text{pressantes}} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 + (p(x) - p(x+dx)) dy dz = 0 \\ 0 + (p(y) - p(y+dy)) dx dz = 0 \\ -\rho(x,y,z) dx dy dz g + (p(z) - p(z+dz)) dx dy = 0 \end{cases}$$

$$\text{qui donne } \begin{cases} p(x+dx) = p(x) \Leftrightarrow \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \\ p(y+dy) = p(y) \Leftrightarrow \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \\ -\rho(x,y,z) dz g - \frac{\partial p}{\partial z} dz = 0 \end{cases}$$

Comme $p(z)$ est indépendant de x et y , p ne peut plus dépendre que de z éventuellement.

$$\text{et on trouve bien : } \boxed{\frac{dp}{dz} = -\rho(z)g} \quad (\text{RFSF})$$

$$2 - \underline{p = \text{cte}} \text{ (indépend de } z) \Rightarrow \frac{dp}{dz} = -\rho g$$

$$\text{en intégrant : } \int_{p(0)}^{p(z)} dp = -\rho g \int_0^z dz$$

$$\Rightarrow p(z) - p(0) = -\rho g z \\ p(z) = p(0) - \rho g z = p_0 - \rho g z$$

$$\text{A.N. } p(-300) = 10^5 + 1,03 \cdot 10^3 \times 9,81 \times 300 \approx 10^5 + 30,3 \cdot 10^5$$

$$p(-300) \approx \underline{31,3 \text{ bar}}$$

2. Ballasts

2.1) Equilibre du sous-marin, de masse M (avec la hypothèse de l'émergence)

$$\vec{P} + \vec{P}_a = \vec{0} \quad (\Rightarrow) \quad M\vec{g} + \rho_0 V_{imm} g \vec{e}_z = \vec{0}$$

puissance
d'Archimède
= résultante
des forces de pression.

soit $V_{imm} = \frac{M}{\rho_0}$

$$2.2) \quad \frac{V_{imm}}{V} = \frac{M/\rho_0}{\pi R^2 L} = \frac{M}{\rho_0 \pi R^2 L}$$

$$A.N: \quad \frac{V_{imm}}{V} = \frac{1,4 \cdot 10^7}{1,03 \cdot 10^3 \times \pi \times 36 \times 138} \approx \frac{1,4}{1,03} \frac{1}{113} \frac{1}{138} \cdot 10^4$$

$$\frac{V_{imm}}{V} \approx \frac{1,4}{140} \times \frac{1}{113} \times 10^4$$

$$\frac{V_{imm}}{V} \approx \frac{1}{1,13} \approx \underline{0,88}$$

Il flotte donc à la surface si les ballasts sont vides d'eau salée.

2.3) le sous-marin s'enfonce progressivement tout en flottant partiellement jusqu'à ce que le poids de l'eau de mer supplémentaire des ballasts additionné au poids du sous-marin (et de son contenu!) devienne égal à la poussée d'Archimède. Et si on dépasse ... il coule au fond.

2.4) le volume des ballasts est tel que :

$$M\vec{g} + \rho_0 V_b \vec{g} + \rho_0 V g \vec{e}_z = \vec{0}$$

partiellement immergé

soit $V_b = V - \frac{M}{\rho_0}$

$$A.N: \quad V_b = V \left(1 - \frac{M}{\rho_0 V}\right)$$

$$V_b = V (0,12)$$

$$\text{avec } V = \pi R^2 L \\ = 3,14 \times 36 \times 138 \\ \approx 15530 \text{ m}^3$$

$$\Rightarrow V_b \approx \underline{1870 \text{ m}^3}$$

2.5) la pression à l'intérieur des ballasts est la même qu'à l'extérieur quelle que soit la profondeur donc l'effet sur la paroi extérieure est faible alors que le différentiel de pression entre l'intérieur ($P \approx 1 \text{ bar}$) et les ballasts avoisine les 30 bar à 300m.

DS (5): Mécanique des fluides - Acoustique Chimique - Réseaux optiques.

EXERCICE (2): Puissance d'une pompe de relèvement.

Approx (1): Les surfaces libres (en bas et en haut) sont suffisamment étendues pour que les vitesses normales de diminution ou d'augmentation de niveau soient négligeables -

Approx (0): Et si on considérait le fluide parfait?
(Aucune perte de charges ni régulières ni singulières).

En définissant 1 ligne de courant (en régime stationnaire) reliant 1 pt (A0) de la surface libre en bas à la surface libre en haut (pt E0), on pourrait alors appliquer le théorème

de BERNOULLI soit:

$$P_{A_0} + \underbrace{\frac{\rho v_{A_0}^2}{2}}_{\text{négligeable}} + \rho g z_{A_0} = P_{E_0} + \underbrace{\frac{\rho v_{E_0}^2}{2}}_{\text{négligeable}} + \rho g z_{E_0} - \frac{P_i}{Dv}$$

Annotations:
 - P_{A_0} is circled and labeled "avec pompe".
 - P_{E_0} is circled and labeled "air libre".
 - z_{A_0} is circled and labeled "31".
 - z_{E_0} is circled and labeled "32".
 - P_i is circled and labeled "P_i".
 - Dv is circled and labeled "débit volumique".
 - P_{A_0} and P_{E_0} are also labeled "air libre".

donnerait: $\frac{P_i}{Dv} = \rho g (z_2 - z_1)$

(ici Dv est noté qv). $\Rightarrow P_i = \rho qv g (z_2 - z_1)$

On obtiendrait alors 1 puissance de pompe:

$$P_i \approx 1000 \times 10 \times 10^{-3} \times 10 \times 10 \approx 4 \text{ kW}$$

Annotations:
 - 10×10^{-3} is circled and labeled "qv".
 - 10×10 is circled and labeled "g".

(La forme de BERNOULLI proposée découle du "premier principe industriel" sans frottements)

$$Dv \left[p + \frac{\rho v^2}{2} + \rho g z \right]_e = P_i + 0$$

La valeur obtenue avec cette hypothèse de fluide parfait sous-estime (largement) la puissance que doit apporter la pompe car elle devra compenser les pertes par viscosité partout!

Approx modèle (2) : On tient désormais compte des frottements en utilisant le diagramme de Moody pour calculer les pertes de charges régulières et les coefficients de singularités pour les autres sont négligés en ignorant la grande longueur (925 m) de la conduite de refoulement de petit diamètre.

On a alors des pertes régulières qui additionnent deux contributions (avant et après la pompe) (mais étant donné les f de longueur et de diamètre on pourrait même se limiter peut-être aux pertes dans la conduite de refoulement).

Calculons d'abord celles-ci :

$$\frac{\Delta H}{L} = f (Re, \epsilon_r) \frac{v^2}{2gD} \quad \text{et donnée par l'énoncé}$$

si on veut traduire cette perte de charge en puissance nécessaire supplémentaire associée, il suffit d'écrire :

$$P_{\text{refoulement}} = q_v \times \rho \times g \Delta H = q_v \times \rho \times \frac{1}{2} \times \frac{(4q_v)^2}{\pi^2 D_{\text{ref}}^5} \times L_{\text{ref}}$$

(car $q_v = v_{\text{ref}} \times \frac{\pi D_{\text{ref}}^2}{4}$ ← diamètre de la conduite de refoulement.)

(vitesse de circulation dans la conduite de refoulement)

$$P_{\text{ref}} = \frac{8 \rho L_{\text{ref}} q_v^3}{\pi^2 D_{\text{ref}}^5} \times L_{\text{ref}} \quad \text{avec } q_v = 10 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$D_{\text{ref}} = 80 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

et $f(Re_{\text{ref}}, \epsilon_r) \approx 2,25 \cdot 10^{-2}$ (par les valeurs ci-dessous + Moody)

$$Re_{\text{ref}} = \frac{v_{\text{ref}} D_{\text{ref}}}{\nu} = \frac{4 q_v D_{\text{ref}}}{\nu \pi D_{\text{ref}}^2} \approx \frac{4 \times 10^{-2}}{10^{-6} \times \pi \times 8 \cdot 10^{-2}} \approx 160000$$

$$\epsilon_r = \frac{0,1}{80} = 1,25 \cdot 10^{-3}$$

$$\Rightarrow P_{\text{ref}} = \frac{8 \times 10^3 \times 2,25 \cdot 10^{-2} \times (10^{-2})^3}{\pi^2 \left(\frac{80 \cdot 10^{-3}}{8 \cdot 10^{-2}} \right)^5} \times 925 = 5,12 \text{ kW}$$

On remarque donc que les frottements dans cette longue conduite de refoulement nécessitent 1 supplément de puissance encore plus élevé que la partie nécessaire à vaincre exclusivement la dénivellation de 40 m. (fluide parfait)

On obtient donc pour l'instant 1 puissance hydraulique (fournie à l'écoulement de l'eau) de 9,1 kW.

Modèle final : je tiens compte de toutes les pertes de charge.

Et là je ne fais aucune comparaison quantitative a priori et j'additionne toutes les pertes. On peut travailler sur l'expression donnée dans l'énoncé pour la puissance hydraulique :

$$P_i = \rho g H_{MT} qv$$

avec 1 hauteur manométrique qui doit compenser (et donc évaluer) la somme de toutes les pertes de charges (en mcf).

Ainsi :

$$H_{MT} = \underbrace{(z_2 - z_1)}_{\text{dénivellé}} + \left(\underbrace{\zeta_a}_{\text{aspière}} + \underbrace{\zeta_c}_{\text{clapet}} + \underbrace{\zeta_c}_{\text{coude}} + \frac{\lambda_{aspi} l_a}{d_a} \left(\frac{v_{aspi}^2}{2g} \right) + \left(\zeta_{\text{elapim}} + \frac{\lambda_{ref} l_{ref}}{d_{ref}} \right) \left(\frac{v_{ref}^2}{2g} \right) \right)$$

$$\text{avec } v_{aspi} \approx 0,8 \text{ m.s}^{-1}$$

$$v_{ref} \approx 2,0 \text{ m.s}^{-1}$$

$$\lambda_{aspi} \approx 0,023$$

$$l_a = 15 \text{ m}$$

$$d_a = 0,125 \text{ m}$$

$$\lambda_{ref} \approx 0,0225$$

$$l_{ref} = 325 \text{ m}$$

$$d_{ref} = 0,08 \text{ m}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\lambda_{aspi} l_a}{d_a} \approx 2,8 \\ \zeta_c = 3 \\ \zeta_d = 1,2 \\ \zeta_c = 0,134 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\lambda_{ref} l_{ref}}{d_{ref}} \approx 260! \\ \zeta_{elapim} = 1 \end{array} \right.$$

On confirme bien les approx précédents et on trouve :

$$H_{MT} \approx 40 \text{ m} + (0,2 \text{ m}) + 53,3 \text{ m}$$

et une puissance hydraulique à fournir de : $P_i \approx 9,2 \text{ kW}$

Était-il bien nécessaire de tenir compte d'autre chose que les pertes dans la conduite de refoulement ??

EXERCICE (3) : Tubes de Pitot (rondes avec membranes)

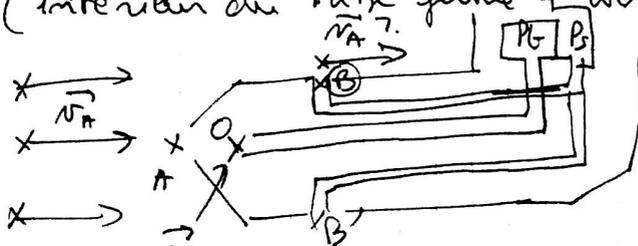
A.1) A 6000 pieds, on doit donc ajouter 10% de vitesse et 150 nœuds indiqués donneront donc 165 nœuds qui correspondent à $165 \times \frac{1852}{1000} \approx 306 \text{ km/h}$ de vitesse propre (relativement donc à l'air extérieur)

A.2) Théorème de BERNOULLI :

- sur 1 ligne de courant
- régime stationnaire
- fluide parfait

(la condition incompressible homogène est à discuter :
 → si compressible alors 1 énergie potentielle e est ligée a été diminuée (on a tenu compte seulement de l'énergie potentielle de pesanteur)
 → homogène on écrit $\rho_e = \rho_s = \rho$)

$$\Rightarrow \left[P + \underbrace{\rho \frac{v^2}{2}}_{\substack{\uparrow \\ \text{seule énergie} \\ \text{potentielle}}} + \rho g z \right]_e = 0 \quad \text{sur 1 tronçon de tube de courant}$$

A.3) En régime permanent, 0 est 1 point d'arrêt : l'air ne peut plus entrer dans le tube en régime stationnaire (intérieur du tube fermé + bém).


D'après l'énoncé : $P_t = P_s + \frac{1}{2} \rho v^2$

\uparrow identifiée comme pression en A
 \uparrow pression statique
 \uparrow identifiée comme pression en B
 \uparrow pression dynamique

(l'énoncé invite également à oublier les différences d'altitude : la double ouverture B et B' donne en effet une moyenne des 2 pressions à une altitude que A

En réitérant, de A à O, on a 1 ligne de courant qui s'arrête et sur laquelle BERNOULLI donne: $P_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 = P_0 = P_E$ (1)

À un niveau de l'émbouchure B, il faudrait définir 2 pts et l'un au dessus (dans l'écoulement) (B^+) et l'un sous la zone de turbulence qui existera inévitablement (B^-) . L'uniformité de la pression dans la turbulence impliquera: $P_{B^+} = P_{B^-} = (P_S)$

On imagine alors la ligne de courant suivante:



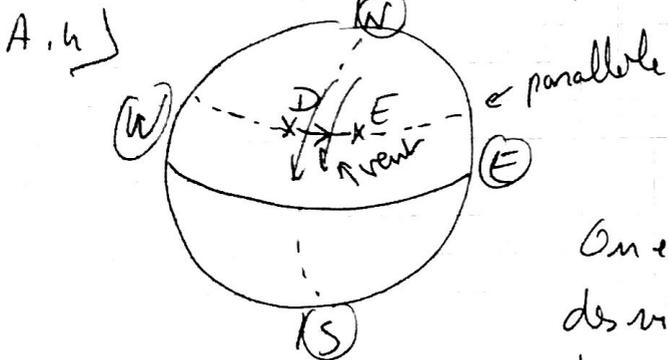
qui donne avec Bernoulli (et on oublie les Dz comme expliqué précédemment)

$$P_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 = P_{B^+} + \frac{1}{2} \rho v_A^2$$

$$P_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 = (P_S) + \frac{1}{2} \rho v_A^2 \quad (2)$$

Ainsi avec (1) et (2): $P_E = P_S + \frac{1}{2} \rho v_A^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2(P_E - P_S)}{\rho}}$

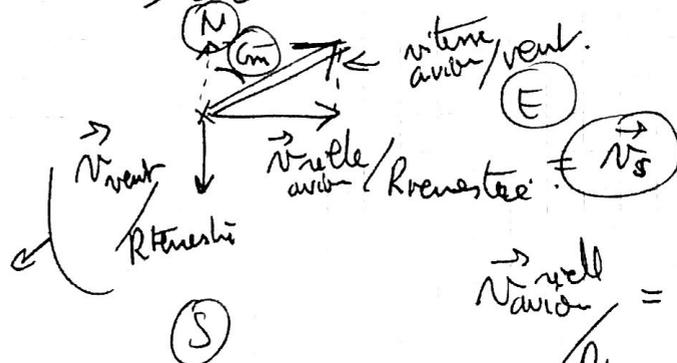
La seule "condition" sur v est le fait qu'elle soit indépendante du temps car le régime doit être stationnaire -



Le Badin indique la valeur scalaire de la vitesse relative au vent (dans le ref du vent donc)

On s'intéresse donc la composition vectorielle des vitesses pour que l'avion aille vraiment de D à E dans le référentiel terrestre (absolu) "ici".

Rq: le Nord magnétique n'est pas le Nord géographique.



$$\vec{v}_{aero} = \vec{v}_{aero} + \vec{v}_{vent}$$

On en déduit dans le plan horizontal local:

$$v_s \equiv \|\vec{v}_s\| = \sqrt{v^2 - v_{vent}^2} \quad \text{et} \quad \cos(\alpha) = \frac{v_{vent}}{v} \quad (= \frac{20}{110})$$

$$v_s = \sqrt{(110)^2 - 20^2} \approx 108 \text{ m/s} \quad \text{et} \quad \alpha \approx 79,1^\circ$$

Exercice 4 :

Extrait du rapport du jury : « En cinétique, l'écriture des équations différentielles régissant l'évolution des concentrations a été inégalement traitée, de nombreux candidats ne sachant pas résoudre les équations différentielles. Le jury invite les candidats à analyser les résultats obtenus (homogénéité, conditions limites, ...). Dans les copies où les expressions temporelles des concentrations ont été établies, l'analyse des résultats expérimentaux pour trouver les ordres partiels a souvent été menée à bien. »

1 La solution la moins concentrée en hypochlorite est la solution 1. Après dilution, sa concentration initiale vaut

$$[\text{ClO}^-]_{0,1} = \frac{V_{\text{comm}} C}{V_1} = \frac{C}{10} = 8,0 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}.$$

Cette concentration est très supérieure à $[\text{E127}]_0$: on peut supposer pour toutes les solutions $[\text{ClO}^-](t) \simeq [\text{ClO}^-]_0$. La loi de vitesse devient

$$v \simeq k_{\text{app}} [\text{E127}]^\alpha \quad \text{avec} \quad k_{\text{app}} = k [\text{ClO}^-]_0^\beta.$$

2 Si $\alpha = 1$, la vitesse de réaction s'écrit

$$v \underset{\text{BM}}{=} - \frac{d[\text{E127}]}{dt} \underset{\text{LV}}{=} k_{\text{app}} [\text{E127}].$$

Procédons par séparation de variables pour la résoudre,

$$\frac{d[\text{E127}]}{[\text{E127}]} = -k_{\text{app}} dt, \quad \text{donc} \quad \int_{[\text{E127}]_0}^{[\text{E127}](t)} \frac{d[\text{E127}]}{[\text{E127}]} = -k_{\text{app}} \int_0^t dt \quad \text{et} \quad \ln \frac{[\text{E127}](t)}{[\text{E127}]_0} = -k_{\text{app}} t$$

ou encore

$$[\text{E127}](t) = [\text{E127}]_0 e^{-k_{\text{app}} t}.$$

3 De même, si $\alpha = 2$

$$-\frac{d[\text{E127}]}{dt} = k_{\text{app}} [\text{E127}]^2.$$

Par séparation des variables,

$$\frac{d[\text{E127}]}{[\text{E127}]^2} = -k_{\text{app}} dt, \quad \text{d'où} \quad \int_{[\text{E127}]_0}^{[\text{E127}](t)} \frac{d[\text{E127}]}{[\text{E127}]^2} = -k_{\text{app}} \int_0^t dt \quad \text{et} \quad \frac{1}{[\text{E127}](t)} + \frac{1}{[\text{E127}]_0} = -k_{\text{app}} t.$$

4 Si $\alpha = 1$, alors la courbe représentant $\ln([\text{E127}](t)/[\text{E127}]_0)$ en fonction du temps est une droite. De même, si $\alpha = 2$ alors c'est la courbe qui représente $1/[\text{E127}](t)$ qui est une droite. On observe sur la figure que la deuxième courbe présente une courbure nette et n'est pas linéaire. Au contraire, la première courbe semble compatible avec un modèle linéaire. Même si cela ne veut rien dire, le jury attend du candidat qu'il dise que cette impression est renforcée par les valeurs de R^2 . On en déduit que **α vaut probablement 1**. La constante de vitesse est donnée par la pente, à savoir

$$k_{\text{app}} = 2,20 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}.$$

5 On note dans le tableau récapitulatif que $k_{\text{app}} = k[\text{ClO}^-]_0^\beta$ est proportionnelle à $[\text{ClO}^-]_0$. On en déduit que **β est égal à 1**. Pour le calcul numérique de k , on utilise bien sûr le résultat complémentaire : pour $[\text{ClO}^-]_0 = 0,100 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$, $k_{\text{app}} = 2,75 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$, donc

$$k = 2,75 \cdot 10^{-2} \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Exercice (5) : lambdametrie

10) la "formule" des réseaux en transmission c'est s'écrit

$$|k \lambda_0 = a (\sin \theta - \sin \theta_0) = \delta(\theta, k, \lambda_0)$$

avec a : le pas du réseau (distance entre 2 fentes diffractantes successives)

λ_0 : la longueur d'onde dans le vide d'un des raie de la source spectrale

k : l'ordre du spectre (entier pour avoir des interférences constructives dans la direction θ pour λ_0 donné).

→ θ et θ' n'ont pas été définis

Il faut comprendre que ces angles (quasi-égaux) ne peuvent correspondre à 2 ordres autres que $\pm k$.

Dans le cas d' λ_0 qcq : $+k \lambda_0 = a (\sin \theta - \sin \theta_0)$
et $-k \lambda_0 = a (\sin \theta' - \sin \theta_0)$

or si $\theta_0 \neq 0$ ces angles ne pourraient être symétriques (si $\theta = -\theta'$ au contraire $\Rightarrow \sin \theta_0 = 0$).

L'écart entre $|\theta|$ et $|\theta'|$ atteint au pire 3' d'angle or la lecture sur 1 goniomètre (parfaitement réglé) atteint cette incertitude de simple lecture du vernier.

Ainsi on ne peut pas dire que $\theta_0 \neq 0$ ici.

Pour utiliser toutes les données numériques du tableau, on va utiliser les moyennes $\frac{\theta + \theta'}{2}$ et faire 1 régression linéaire sur le $\sin\left(\frac{\theta + \theta'}{2}\right) = \frac{|k| \lambda_0}{a}$ donc proportionnel à $\frac{|k| \lambda_0}{a}$ avec 1 coefficient $\frac{1}{a} = m$ (m : nombre de traits/mm).

le tableau résume les valeurs suivantes :

$ h \Delta_0$	0	0,5461	1,0922	1,6383	en mm
$\sin\left(\frac{ \theta + \theta'}{2}\right)$	0	0,299	0,597	0,896	

Une régression linéaire donne un coefficient de corrélation $r^2 \approx 1$ (très bonne droite) et une pente de 0,5468

soit 0,5468 traits (ou pentes) par mm.

$$a \approx \frac{1}{0,5468} = 1,829 \text{ mm} \quad (\text{et donc } 547 \text{ trait/mm})$$

(En fait les réseaux sont gradués avec les unités anglosaxonnes - on peut le confirmer en calculant le nombre de traits/pouce et on obtient 1 résultat extrêmement proche de 15000.)
 15000 $\frac{\text{lp}}{\text{p}} \rightarrow$ line per inch.

2°) On calcule $|\theta|_{\text{moy}} = \frac{\theta - \theta'}{2} = 32^\circ 32' 5" = 32,542^\circ$

et $a = \frac{2 \times \Delta_1}{\sin |\theta|_{\text{moy}}} \Rightarrow \Delta_1 = \frac{a \sin |\theta|_{\text{moy}}}{2}$

$$\Rightarrow \Delta_1 = \frac{1,829 \cdot 10^{-6} \times 0,538}{2} = 492 \text{ nm}$$

Ce qui ne correspond pas du tout à 1 raie bleue du mercure !! Elle est à 435,8 nm !

(on serait à 492 dans du bleu cyan tirant vers le vert pâle)

(disons les mesures d'environ $28^\circ 30'$ converties)

