

CORRIGÉ Physique (A) CB 2020

EXERCICE (A) : Interférences atomiques et moléculaires.

PARTIE I : Interférences d'atomes de Néon froids.

Q17 : D'après l'expression de De Broglie, la particule se voit attribuer une longueur d'onde lorsqu'elle est en mouvement ($\vec{p} \neq \vec{0}$).
 Pour les particules non-relativistes (ce qui est le cas dans cette expérience)
 $\vec{p} = m \vec{v}$ (ou bien $p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h v}{c} = \frac{E}{c}$ ← énergie du photon).
 (Ymaginez un photon relativiste qui marque une marque sur un écran.)

Les réponses à cette Q17 sont intégralement dans le doc (5) :

① → les impacts sur l'écran MPC attestent du caractère "corpusculaire" des atomes : ils ne se sont pas "scindés" au passage des fentes
 s'ils correspondent à chaque fois à 1 impact.
 Ils sont vus également comme des particules en chute libre (mais le détecteur n'a qu'une résolution de 20 μm).

② → le caractère "ondulatoire" est observé dans la "figure" d'interférences du dispositif équivalent aux fentes d'Young en optique ondulatoire (photons) : on observe (doc 5) trois franges avec 1 interférence (légèrement variable).
 La distance entre les fentes n'est que de 6,0 μm : pour avoir de la diffraction, la longueur d'onde doit être supérieure ou au même ordre de grandeur que b (à m n 1 = 5 ou en observe !).
 et pour avoir des interférences il faut que "l'échelle spatiale" de la particule (donnée par sa durée de probabilité de présence égale au carré de sa fonction d'onde) soit supérieur ou égal à l'ordre de grandeur de a .

Q18 : a) $m^* = \frac{M_{Ne}}{N_A} = \frac{20 \cdot 10^{-3}}{6,02 \cdot 10^{23}} \approx \frac{1}{3} \frac{10^{-2}}{10^{23}} \approx 3,3 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$

b) En considérant l'atome comme 1 pt matériel subissant exclusivement l'action d'un champ de pesanteur uniforme terrestre et en intégrant la principe fondamental dans le référentiel terrestre supposé galiléen :

$$m \vec{g} = m \vec{a} \Rightarrow \frac{d\vec{v}_g}{dt} = \vec{g} \quad (\text{axe } \vec{e}_3 \text{ vertical descendant})$$

$$\Rightarrow \vec{v}_g = \vec{g}t + \vec{v}_0$$

(I) $\Rightarrow v_f = g(t_c) \rightarrow$ temps de chute libre jusqu'aux fentes.
 $\left. \begin{array}{l} v(z=0) = 0 \\ z(t=0) = 0 \end{array} \right\} \text{ or } l = \frac{1}{2} g t_c^2 = \frac{1}{2} g \left(\frac{v_f}{g} \right)^2 \Rightarrow \boxed{v_f = \sqrt{2gl}}$

b) A.N : $v_f = \sqrt{2 \times 9,8 \times 76 \cdot 10^{-3}} \approx \sqrt{2 \times 10 \times 7,5 \times 10^{-2}}$
 $v_f \approx \sqrt{1,5} \approx 1,2 \text{ m.s}^{-1}$

c) $\lambda_{DB} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{3,3 \cdot 10^{-26} \times 1,2} \approx \frac{2 \cdot 10^{-34}}{1,2 \cdot 10^{-26}} \approx 1,6 \cdot 10^{-8} \text{ m}$
 $\lambda_{DB} \approx 0,016 \mu\text{m}$ à comparer à la largeur des fentes d'Young de $b = 2 \mu\text{m}$! (faible diffraction !)

(suite) → Dans cette fin de question, il faut considérer que le calcul de la longueur d'onde de De Broglie (0,02 μm) nous permet d'annuler l'atome de Néon à 1 OBJET QUANTIQUE puisque sa longueur d'onde de DB est supérieure à sa taille (Rayon atomique du Néon $\approx 40 \text{ pm} \ll \lambda_{DB}$)
 (on donne dans l'énoncé !)

(Il est par ailleurs totalement inepte d'affirmer que cette longueur d'onde est de l'ordre de grandeur de la taille des fentes d'Young !! (facteur 100!).)

En mécanique quantique, c'est l'occasion qui fait le barreau.
 C'est à dire que l'on propose 1 dispositif tentant d'exploiter l'aspect "ondulatoire" ou l'aspect "corpusculaire".
 Les interférences sur "fentes d'Young" exploitent (à peine ici !) l'aspect "ondulatoire" et les impacts (mesure de positionnement par collision) l'aspect "corpusculaire".

d) $1e^-$ a pour masse $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
 donc à cette m (faible) vitesse d'environ 1 m.s^{-1}
 on a une $\lambda_{DBe^-} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \times 1} \sim 10^{-4} - 10^{-3} \text{ m}$

le rapport "longueur d'onde / taille" est beaucoup plus favorable à la qualification d'objet quantique.

(Avec ces v pour 10 ans de bel dans ces expériences, les e^- sont non-relativistes et le calcul de la longueur d'onde de De Broglie s'est à faire avec $\vec{p} = \gamma m \vec{v}$ et le λ_{DB} descend considérablement !).
 On utilise des atomes froids (qq mK ! seulement) car la dispersion de vitesses induit la dispersion des λ_{DB}
 $\Rightarrow$ perte de l'équivalent de la monochromaticité (moins de contraste sur la figure d'interférences).

Q19) Une tâche de diffraction est estimée par :

$$\sin \theta = \frac{\lambda_{DB}}{b} \quad \text{or} \quad \tan \theta = \frac{L/2}{D} \leftarrow \text{demi-largeur de tâche.}$$

$D \leftarrow \text{distance à l'écran.}$

Tu avec l'approx des "petits angles" (justifiée en Q18) :

$$\frac{\lambda_{DB}}{b} = \sin \theta \approx \theta \approx \tan \theta = \frac{L}{2D} \Rightarrow L = \frac{2D \lambda_{DB}}{b}$$

Ce qui donne pour la largeur de la tâche de "diffraction" :

$$L = \frac{2 \times 113 \cdot 10^{-3} \times 1,6 \cdot 10^{-8}}{2 \cdot 10^{-6}} \approx 180 \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$L \approx 1,8 \text{ mm.}$$

Or la résolution du MPC est de $20 \mu\text{m} = 0,02 \text{ mm.}$

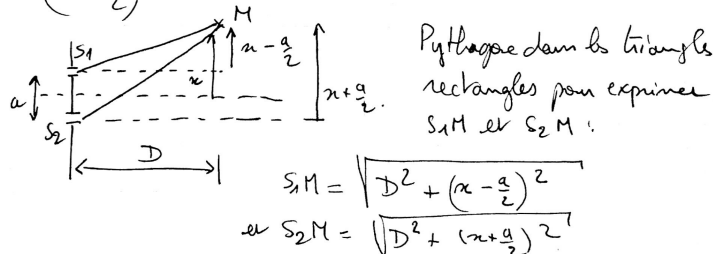
ce qui représente 90 unités de résolution dans la tâche

(90 positions d'impacts distinguables dans la figure d'interférences)

[Sur le document (5) on voit que la largeur de tâche est d'un peu plus d'1 mm mais que l'on perd le contraste (et donc la cohérence) au-delà d'un mm central.]

Q20) Rq : L'angle β de la figure est perturbant car $(S_1M) \neq (S_2M)$!

a) Les expressions littérales à montrer invitent à faire apparaître $(x - \frac{a}{2})$ et $(x + \frac{a}{2})$ dans schéma :



$$\text{soit : } S_1M = D \sqrt{1 + \left(\frac{x - \frac{a}{2}}{D}\right)^2} = D \sqrt{1 + \left(\frac{2x - a}{2D}\right)^2} = D \sqrt{1 + \frac{(a - 2x)^2}{4D^2}}$$

$$\text{or } S_2M = D \sqrt{1 + \frac{(a + 2x)^2}{4D^2}}$$

$$\sqrt{1 + \epsilon^2} \approx 1 + \frac{\epsilon^2}{2} \text{ à l'ordre le + bas non nul en } \epsilon.$$

$$\text{soit : } S_1M \approx D + \frac{(a - 2x)^2}{8D} \quad \text{or} \quad S_2M \approx D + \frac{(a + 2x)^2}{8D}$$

b) Supposons que la vitesse des atomes reste constante jusqu'à : la figure consiste à négliger la variation de $\sqrt{E}$ à $\sqrt{E_0 + 113}$!
soit 1 facteur 1,5 environ !

b) (suite) Toutefois c'est bien à la traversée des fentes que les atomes se sont "comportés" de façon ondulatoire et pas après !.

Un déphasage s'exprime en fonction de la différence de marche :

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi \delta}{\lambda_{DB}}$$

$$\text{or ici : } \delta = (S_1M) - (S_2M) \approx \frac{(a + 2x)^2}{8D} - \frac{(a - 2x)^2}{8D}$$

par identité remarquable : $\delta = \frac{2a \times 4x}{8D} = \frac{ax}{D}$

$$\text{d'où : } \Delta\varphi = \frac{2\pi ax}{\lambda_{DB} \times D}$$

c) L'interfrange correspond à $\pm \Delta x$ correspondant à $\pm \Delta(\Delta\varphi) = 2\pi$

$$\text{donc : } \Delta x = \frac{2\pi a \Delta x}{\lambda_{DB} \times D} \quad \text{soit } \Delta x = \frac{\lambda_{DB} \times D}{a} \equiv i_{th}$$

$$\text{A.N : } i_{th} = \frac{1,6 \cdot 10^{-8} \times 113 \cdot 10^{-3}}{6,0 \cdot 10^{-6}} \approx \frac{180}{6} \cdot 10^{-5} \text{ m.}$$

$$i_{th} \approx 30 \cdot 10^{-5} \text{ m} = 300 \mu\text{m}$$

d) L'interfrange n'est pas uniforme sur la fig 7 du doc (5)

on peut estimer l'interfrange exp moyen :

$$2 i_{exp} \approx 0,6 \text{ mm.} \Rightarrow i_{exp} \approx 300 \mu\text{m} \pm 100 \mu\text{m}$$

On ne peut donc pas invalider le calcul "théorique" et donc le modèle précédent.

Q21) ... Pourtant 1 modèle + satisfaisant aboutit à :

$$i'_{th} = \frac{h}{m \cdot v} \times \frac{D}{a} \times 2 \times \frac{\sqrt{1 + \alpha} - 1}{\alpha}$$

avec $\alpha = \frac{2gD}{v_f^2}$

(Pour trouver (et comprendre !) la démo, je vous donne le lien suivant :

[www.phys.ens.fr/~v.dalibard/Notes_de_cours/DEA atomes-froids d L.pdf](http://www.phys.ens.fr/~v.dalibard/Notes_de_cours/DEA%20atomes-froids%20d%20L.pdf)

Ecole Normale Supérieure

DEA !

a) gD est en $m.s^{-2}.m = m^2.s^{-2}$ et v_f^2 en $(m.s^{-1})^2 = m^2.s^{-2}$
donc ce coefficient est adimensionnel.

(Si en multipliant par la masse m^* que $\alpha = \frac{m^* g D}{\frac{1}{2} m^* v_f^2}$ est

un comme 1 rapport de deux variations d'énergies :

$m^* g D = \Delta E_{pot}$ pendant la chute de hauteur D
 $\frac{1}{2} m^* v_f^2 = \Delta E_c$ (augmentation d'énergie cinétique jusqu'à l'arrivée aux fentes ou bien perte d'énergie cinétique jusqu'à la collision (impact)).

b) A.N. $\alpha = \frac{2 \times 9,8 \times 113.10^{-3}}{2 \times 9,8 \times 26.10^{-3}} \approx 1,5$

$\sqrt{25} \approx 1,6$ $\frac{0,6}{1,5} = 0,4$

$i'H_f = 1,6.10^{-8} \times \frac{113.10^{-3}}{6.10^{-6}} \times 0,8 = 0,8 \times 30.10^{-5} m$

$i'H_f = 24.10^{-5} \approx 240 \mu m$ BoF!

c) si $\alpha \rightarrow 0$ $i'H_f \rightarrow \frac{1}{2} g D$! avec $\frac{1}{2} g D$ calculé avec v_f
(correspondant à ΔE_{pot} chute $D = 0$).

le concepteur du sujet attend que les étudiants considèrent que les atomes gardent leur aspect ondulatoire au cours de leur chute ainsi si $v_f \rightarrow \frac{1}{2} g D$ et donc la correction ($0,8 \times \frac{1}{2} g D$) correspond à cette accélération omise.

La question qui se pose naturellement est alors : pourquoi ne pas refaire cette expérience avec $l \gg D$?

PROBLEME III : Interférences de molécules de fullerène.

Rq : les milieux étant d'indice 1 on confondra les marches optiques et les distances géométriques.

(Q30) On commence par décomposer la différence de marche :

$$\delta = (S_{T_{m+1}} M_{\infty}) - (S_{T_m} M_{\infty})$$

$$\delta = (S_{T_{m+1}}) + (T_{m+1}K) + (KM_{\infty}) - (SH) - (HT_m) - (T_m M_{\infty})$$

Le théorème de Malus induit que le plan HT_{m+1} est 1 plan d'onde et donc équiphasé ainsi : $(SH) = (S_{T_{m+1}})$

reste : $\delta = (T_{m+1}K) + (KM_{\infty}) - (HT_m) - (T_m M_{\infty})$

Le théorème de Malus associé au principe de retour inverse implique que les chemins $(T_m M_{\infty})$ et $(K M_{\infty})$ sont égaux.

Ainsi : $\delta = (T_{m+1}K) - (HT_m)$

ou en distances géométriques : $\delta = T_{m+1}K - HT_m$

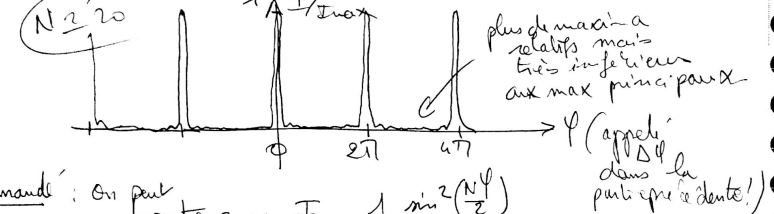
En utilisant à la distance $S_1 S_2$ on a :

$T_{m+1}K = a \sin \theta$ et $HT_m = a \sin \theta_0$

donc : $\delta = a (\sin \theta - \sin \theta_0)$

Si θ_k représente l'angle d'observation correspondant à 1 interférence constructive pour la longueur d'onde λ dans l'ordre k : $\delta = k\lambda = a (\sin \theta_k - \sin \theta_0)$ "formule" des réseaux.

(Q31) (Aucune justification demandée ?).



Non demandé : On peut montrer que : $\frac{I}{I_{max}} = \frac{1}{N^2} \frac{\sin^2(\frac{N\phi}{2})}{\sin^2(\frac{\phi}{2})}$

addition de N amplitudes vibrationnelles complexes :

$$s_{TOT} = s_0 (1 + e^{-j\phi} + e^{-2j\phi} + \dots + e^{-j(N-1)\phi})$$

$$\hookrightarrow \left(\frac{1 - e^{-jN\phi}}{1 - e^{-j\phi}} \right) = \frac{e^{-j\frac{N\phi}{2}}}{e^{-j\frac{\phi}{2}}} \left(\frac{\sin(\frac{N\phi}{2})}{\sin(\frac{\phi}{2})} \right)$$

et $I_{TOT} = s_{TOT} \times s_{TOT}^* = s_0^2 \frac{\sin^2(\frac{N\phi}{2})}{\sin^2(\frac{\phi}{2})} = \frac{1}{N^2} I_{max} \frac{\sin^2(\frac{N\phi}{2})}{\sin^2(\frac{\phi}{2})}$

on a pour : $\phi_k = 2k\pi \Rightarrow I = I_{max}$

maxima relatifs pour : $\phi = \frac{(2m+1)\pi}{2N}$ (exceptés : $m=0$ et $m=N-1$)

avec pour intensité des max secondaires : $\frac{I}{I_{max}} = \frac{1}{N^2} \frac{\sin^2(\frac{(2m+1)\pi}{2})}{\sin^2(\frac{(2m+1)\pi}{4N})}$

Si $N \rightarrow \infty$

cette fonction $\frac{I}{I_{max}}$ tend vers 1 "pic" de Dirac dans l'espace des ϕ avec 1 période de 2π .

Q32) Si le détecteur "est à l'infini" (!) ($D \gg \lambda$) on aura: $\tan \theta \approx \theta = \frac{\lambda}{D}$

Si on travaille en incidence normale: $\theta_0 = 0$

donc $k \lambda = a \sin \theta_k \approx a \theta_k \approx a \frac{\lambda k}{D}$

et $(k+1)\lambda = a \frac{\lambda (k+1)}{D}$

par définition de l'interfrange (et aux tout petits angles !):

$$\Delta x = x_{k+1} - x_k = \frac{\lambda D}{a}$$

Q33) $m_{full} = 60 \times m_c = \frac{60 \times 12,0 \cdot 10^{-3}}{6,02 \cdot 10^{23}} \approx 12,0 \cdot 10^{-26} \text{ kg} = 0,12 \cdot 10^{-23} \text{ kg}$

$\lambda_{DB, full} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{0,12 \cdot 10^{-23} \times 225}$ en prenant la vitesse moyenne de $v_{full} \approx 225 \text{ m.s}^{-1}$ (Doc (1))

$\lambda_{DB, full} \approx \frac{3 \cdot 10^{-36}}{120 \cdot 10^{-26}} = \frac{1}{40} \cdot 10^{-10} \text{ m}$

$\lambda_{DB, full} = 0,025 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 2,5 \cdot 10^{-12} \text{ m}!$

Q34) A.N: $\Delta x = \frac{2,5 \cdot 10^{-12} \times 1,25}{100 \cdot 10^{-9}} \approx \frac{3,1 \cdot 10^{-12}}{10^{-7}} = 3,1 \cdot 10^{-5} \text{ m}$

ou bien: $\Delta x \approx 0,031 \text{ mm} = 31 \mu\text{m}$

Comparaison avec valeur exp (très imprécise!): $\lambda_{exp} \approx 3540 \mu\text{m}$

Rq: on a pris la vitesse moyenne pour calculer la longueur d'onde de De Broglie. Or il y avait bcp de dispersion dans cette courbe de statistique de distribution des vitesses!

Q35) En utilisant les vitesses à "mi-hauteur":

$v_+ \approx 150 \text{ m.s}^{-1} \rightarrow \lambda_+ \approx \lambda_m \times \frac{225}{150} \approx 3,1 \times 10^{-12} \text{ m}$

$v_- \approx 275 \text{ m.s}^{-1} \rightarrow \lambda_- \approx \lambda_m \times \frac{225}{275} \approx 2,1 \times 10^{-12} \text{ m}$

soit $\Delta \lambda = \lambda_+ - \lambda_- \approx 1,75 \cdot 10^{-12} \text{ m}$

et en grandeur relative: $\frac{\Delta \lambda}{\lambda_m} = \frac{1,75}{2,1} \approx 70\%$

Elargissement spectral $\Rightarrow$ instabilité temporelle $\Rightarrow$ perte de contraste!

Q36) On peut considérer que deux longueurs d'onde brouillent leurs figures d'interférence s'il y a anti-coïncidence (pour λ_m : $p_1 = k$ pour l'une et $p_2 = k + \frac{1}{2}$) ($\Delta p = \frac{1}{2}$)

On va alors prendre comme critère "semi-quantitatif" (?)

$$\Delta p \leq \frac{1}{2}$$

[A noter: ne pas utiliser le calcul différentiel ici car le $\Delta \lambda$ n'est pas du tout négligeable devant λ_m !]

On cherche alors la différence de marche S pour laquelle $\Delta p = \frac{1}{2}$.

soit: $p_1 \times \lambda_+ = (p_1 + \Delta p) \times \lambda_- (= S)$

$p_2 \times (\lambda_- + \Delta \lambda) = (p_2 + \Delta p) \times \lambda_-$

ou encore $p_1 \times \Delta \lambda = \Delta p \times \lambda_-$

ou $p_1 = \frac{S}{\lambda_+}$

donc: $\Delta p = \frac{p_2 \times \Delta \lambda}{\lambda_-} = \frac{S \times \Delta \lambda}{\lambda_- \times \lambda_+}$

et donc: $S \times \frac{\Delta \lambda}{\lambda_- \times \lambda_+} \leq \frac{1}{2}$

$$S \leq \frac{\lambda_- \times \lambda_+}{2 \Delta \lambda} = l_c$$

Mais contrairement à l'énoncé qui suggère abusivement λ_m n'est pas la moyenne arithmétique de λ_+ et λ_- ! (ils ont donné 2 définitions $\neq$ de la λ_m grandeur!)

Avec λ_m moyenne géométrique: $\lambda_m = \sqrt{\lambda_+ \lambda_-}$

on peut écrire: $l_c = \frac{\lambda_m^2}{2 \Delta \lambda}$

or la longueur de cohérence d'un source est: $l_c = \frac{1}{\Delta \sigma}$ $\leftarrow$ nb d'onde.

avec $\Delta \sigma = \sigma_2 - \sigma_1 = \frac{1}{\lambda_-} - \frac{1}{\lambda_+} = \frac{\lambda_+ - \lambda_-}{\lambda_+ \lambda_-} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda_m^2}$

On trouve donc rigoureusement que: $l_c = \frac{L_c}{2}$ alors qu'il valait certainement que l'on reconnaisse la longueur de cohérence. En prenant comme limite l_c au lieu de $2l_c$ on aura 1 meilleur contraste exigé.

Q37) On parle d'ailleurs de "bon contraste" dans cette question.

$$\text{avec } S = \frac{\alpha x}{D} \leq \frac{\Delta m^2}{2 \Delta f}$$

$$\alpha \leq \frac{\Delta m^2 D}{2 \Delta f} = \frac{(2,1)^2 \times 1,25}{2 \times 100 \times 10^3 \times 1,75}$$

$$\alpha \leq \frac{7,8}{3,5 \times 100} \times 10^{-3}$$

$$\alpha \leq 2,2 \times 10^{-5} = 22 \mu\text{m}$$

(ou 44 μm si on prend l_c au lieu de $2l_c$)

et sur la figure (12) on "perd" le contraste pour $\alpha \geq 70 \mu\text{m}$ pour mesurer l'interfrange de $31 \mu\text{m}$ le contraste n'est plus tenible!

Q38) Or, la large distribution statistique des vitesses est liée à l'agitation thermique (et à l'effet Doppler!) donc si la température T augmente, $\Delta v \uparrow$ et $\Delta f \uparrow$ la "source" perd sa cohérence temporelle! $\Rightarrow$ perte des interférences par brouillage.

Difficile de faire sortir du four à 700°C des atomes de fullerène froids!

EXERCICE (B) : Réalisation analogique d'une MLI.

A1

Q1) ALI idéal : $\rightarrow$ pas d'effets de saturation ou intensité.
 $\rightarrow$ gain différentiel infini en régime d'amplification
 $\rightarrow$ Impédance d'entrée infinie
 $\rightarrow$ Impédance de sortie nulle
 $\rightarrow$ bande passante infinie.

Q2) Aucune rétroaction dans la figure A.2 : fonctionnement en régime saturé obligatoirement.

Ce montage est un comparateur simple.

$$\text{si } u_e(t) > u_{\text{sat}}(t) \Rightarrow u_{\text{mod}} = V_{\text{sat}}(+)$$

$$\text{si } u_e(t) < u_{\text{sat}}(t) \Rightarrow u_{\text{mod}} = V_{\text{sat}}(-)$$

Q3) u_{sat} augmente de U_{max} sur la durée T . $\left| a = \frac{U_{\text{max}}}{T} \right|$

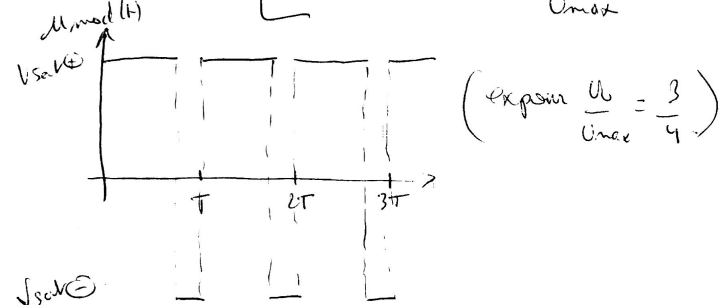
Q4) si $u_e(t) = U_0 \forall t$, les bascules $\varepsilon = 0$ ont lieu lorsque :

$$\frac{U_{\text{max}}}{T} \times t^* = U_0$$

avant $t^* = \frac{U_0}{U_{\text{max}}} T$, $u_e(t) > u_{\text{sat}}$ donc le signal est à l'état haut $V_{\text{sat}}(+)$

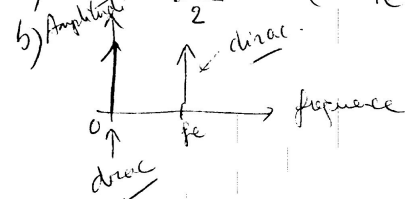
et à $t = T$ on a 1 seconde bascule où le signal repasse à l'état bas.

Donc on a l'état haut sur la durée $\frac{U_0 T}{U_{\text{max}}} = \varepsilon_+$ et l'état bas sur : $\varepsilon_- = T - \varepsilon_+ = \left(\frac{U_{\text{max}} - U_0}{U_{\text{max}}} \right) T$

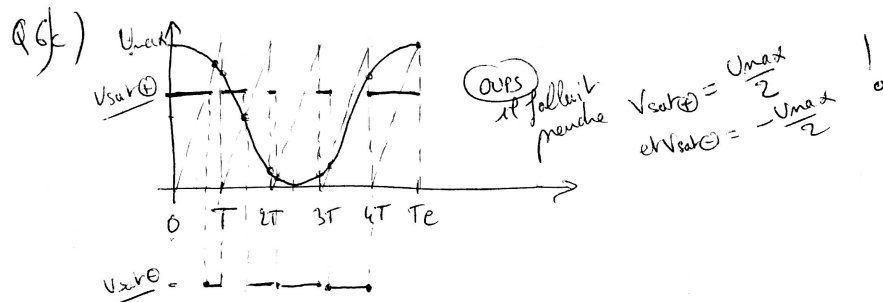


Q5) Si $U_0 > U_{\text{max}}$, $u_e(t) > u_{\text{sat}}(t) \forall t \Rightarrow u_{\text{mod}} = V_{\text{sat}}(+)$ $\forall t$

Q6) a) $u_e(t) = \frac{U_{\text{max}}}{2} \cos\left(9\pi \frac{t}{T_c}\right) + \frac{U_{\text{max}}}{2}$



$\rightarrow$ amplitude $\frac{U_{\text{max}}}{2}$ pour le continu et le fondamental.



Q6) d) spectre du signal modulé en largeur d'impulsion donné.

On remarque que le spectre contient bien le fondamental de 1 kHz constituant le signal modulant original et donc qu'un bon filtre passe-bas (ordre + élevé possible) de fréquence de coupure d'environ 2 ou 3 kHz conviendrait pour éliminer les composants suivants.

On peut s'interroger par contre sur le cas d'un modulant périodique non sinusoïdal puisqu'il faudrait récupérer 1 nombre important d'harmoniques $\Rightarrow$ augmenter alors le rapport $\frac{T_e}{T}$!

A.2

Q7) Impédance d'entrée d'un ALI réel : Z_e vaut qqes M Ω pour les moins bons (et le $10^6 \Omega$ pour ceux ayant des transistors à effets de champ dans l'étage différentiel d'entrée.)

Impédance de sortie : Z_s peut atteindre la centaine d' Ω mais en rétroaction la valeur de l'impédance de sortie du montage le contenant est divisée par le taux de rétroaction souvent élevé !

Au final l'impédance de sortie du montage est souvent inférieure à 1 Ω .

Q8) la question devrait être : "Pourquoi peut-on les étudier lorsqu'ils sont "à vide" ?"

Dans ce cas il faut comparer l'impédance de sortie du ① à l'impédance d'entrée du ② et vérifier que : $Z_{e2} = R_3 >> Z_{s1} = ?$
idem en sortie du ② : $Z_{e1} = \frac{R_1}{R_2} >> Z_{s2} = ?$

Q9) a) On étudie manifestement l'étage ① :

$\rightarrow$ si $u_e(t) > 0$ alors : $i_{R1} = i_C$

$$\text{soit : } \frac{u_e(t)}{R_1} = -C \frac{du_s}{dt}$$

$$\text{et donc } \frac{du_s}{dt} = -\frac{u_e(t)}{R_1 C} \quad \text{intégration inversée.}$$

b) $\rightarrow$ si $u_e(t) < 0$ alors : $i_{R2} = i_C$

$$\frac{du_s}{dt} = \frac{-u_e(t)}{R_2 C} \quad \text{Nouvelle constante de temps.}$$

Q10) a) la rétroaction relie la sortie de l'ALI avec l'entrée non-inverseuse et c'est la seule rétroaction donc c'est déstabilisant $\rightarrow$ passage en saturation (on pourrait le démontrer à condition d'utiliser le modèle d'ALI passe-bas du premier ordre en régime initialement linéaire).

b) si $u_e = V_{sat}$ alors $u_s(t) = -\frac{1}{R_1 C} V_{sat} \times t + Cte$

et pour être cohérent avec $u_e = +V_{sat}$ en sortie de l'étage ② E_2 doit être simultanément > 0 !

$$\text{or } E_1 \equiv V_{e1} - V_{e2} = V_{e2} = \frac{u_s/R_3 + \frac{u_e}{2R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{2R_3}} \quad \text{(par la LNTTP en } V_{e2} \text{)}$$

soit la condition : $u_s + \frac{u_e}{2} > 0$

$$\text{ou bien ici : } \left[u_s > -\frac{V_{sat}}{2} \right]$$

Ainsi, si $u_s(t)$ (décroissant temporellement) atteint cette valeur $\Rightarrow$ basculement vers $u_e = -V_{sat}$!

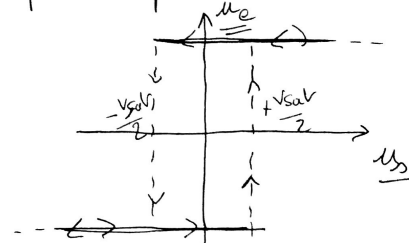
c) $u_e = -V_{sat}$ doit être cohérent avec $E_1 < 0$

$$\text{donc : } u_s + \frac{u_e}{2} < 0 \Leftrightarrow \left[u_s < \frac{V_{sat}}{2} \right]$$

et dans cette phase, nous aurons :

$$u_s(t) = +\frac{1}{R_2 C} V_{sat} t + Cte$$

d) les questions précédentes permettent la caractéristique de transfert (orientée) suivante:



Il s'agit d'un comparateur NON INVERSEUR d'hystérésis

Q11) a) à $t=0$ l'état ② vient de basculer en saturation haute (depuis la saturation basse) ainsi $u_s(0) = +\frac{V_{sat}}{2}$ et à partir de cet instant:

$$u_s(t) = -\frac{1}{R_1 C} V_{sat} \times t + Cte \quad (Q10b)$$

donc (avant la autre bascule), avec la condition initiale précédente: $Cte = \frac{V_{sat}}{2}$

$$0 \leq t < t_1 \Rightarrow u_s(t) = V_{sat} \left(\frac{1}{2} - \frac{t}{R_1 C} \right)$$

↑
bascule
minuite

b) à t_1 la bascule se fait pour $u_s(t_1) = -\frac{V_{sat}}{2}$
 l'équation: $-\frac{V_{sat}}{2} = \frac{V_{sat}}{2} - \frac{V_{sat} t_1}{R_1 C} \Rightarrow t_1 = R_1 C$

la saturation haute a donc duré: $\Delta t_{haut} = t_1 - 0 = R_1 C$

Q12) a) u_s s'écarte de nouveau:

$$u_s(t) = +\frac{1}{R_2 C} V_{sat} \times t + Cte'$$

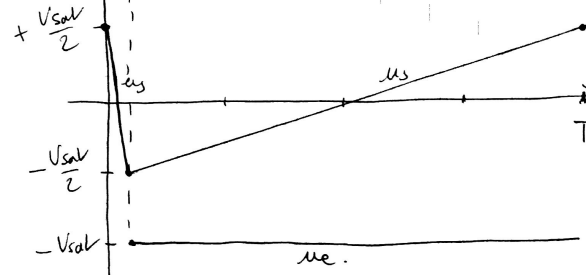
or à $t = t_1 = R_1 C$ $u_s(t_1) = -\frac{V_{sat}}{2} = \frac{1}{R_2 C} V_{sat} t_1 + Cte'$

$$-\frac{V_{sat}}{2} = \frac{R_1}{R_2} V_{sat} + Cte' \Rightarrow Cte' = -\left(\frac{R_1}{R_2} + \frac{1}{2} \right) V_{sat}$$

$$\text{et } u_s(t) = \frac{1}{R_2 C} V_{sat} \left(t - \frac{R_1 C}{2} \right) - \frac{V_{sat}}{2}$$

b) bascule en t_2 : $\frac{1}{R_2 C} V_{sat} (t_2 - t_1) - \frac{V_{sat}}{2} = +\frac{V_{sat}}{2}$
 $\Rightarrow t_2 - t_1 = R_2 C$ ou bien $t_2 = \frac{(R_1 + R_2) C}{2}$
 et $\Delta t_{bas} = R_2 C$

Q13) u_{sat} u_e



$$\Delta t_{bas} = 19 \Delta t_{haut}$$

Q14) $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{(R_1 + R_2) C} = 10^6 \text{ Hz}$

$$\frac{\Delta t_{bas}}{\Delta t_{haut}} = \frac{R_2}{R_1} = 19 \quad \text{et } C = 10 \text{ pF}$$

$$\Rightarrow R_1 + R_2 = \frac{1}{10^6 \times 10 \times 10^{-12}} = 10^5 \Omega$$

$$\Rightarrow R_2 = \frac{19}{20} \times 10^5 \approx 9,5 \cdot 10^4 \Omega = 95 \text{ k}\Omega$$

$$R_1 = \frac{10^5}{20} = 5 \text{ k}\Omega$$

EXERCICE C: Puissance et efforts subis par l'avion envol.

I.A) 1) Sur la deuxième situation de la figure ②, on remarque nettement le rétrécissement de section des tubes de courant passant par l'extrados et l'élargissement de section des tubes de l'intrados (à proximité immédiate de l'aile).

[S'agissant d'une représentation 2D d'une situation 3D on raisonne donc sur un modèle d'aile transversalement infinie pour parler de section en supposant qu'il n'y a pas de modification transverse de la section d'un tube de courant.]

On invoque alors l'hypothèse proposée d'un écoulement incompressible

Or donc la conservation du débit de volume le long d'un tube: le rétrécissement implique alors l'accélération du fluide sur l'extrados ($v_{ex} > v_{\infty}$) et le ralentissement sur l'intrados ($v_{in} < v_{\infty}$)

I. A. 2] entre 1 pt loim en amont de l'aile et sur l'extrados, le théorème de BERNOULLI s'écrit :

$$p^0 + \frac{1}{2} \rho v_0^2 + \rho g z_0^+ = p_{ex} + \frac{1}{2} \rho v_{ex}^2 + \rho g z_{ex}$$

(en admettant comme l'énoncé nous y invite que toutes les hypothèses sont vérifiées !)

et sur l'intrados :

$$p^0 + \frac{1}{2} \rho v_0^2 + \rho g z_0^- = p_{in} + \frac{1}{2} \rho v_{in}^2 + \rho g z_{in}$$

IA3] On peut déjà choisir z_0^+ très proche de z_0^- (ligne de séparation entre extrados et intrados)

$$\text{Il reste : } p_{in} - p_{ex} = \underbrace{\frac{1}{2} \rho (v_{ex}^2 - v_{in}^2)}_{>0} + \underbrace{\rho g (z_{ex} - z_{in})}_{>0}$$

Il n'est donc pas nécessaire de négliger $\rho g (z_{ex} - z_{in})$ pour affirmer que $p_{in} > p_{ex} \Rightarrow$ portance et donc sustentation possible

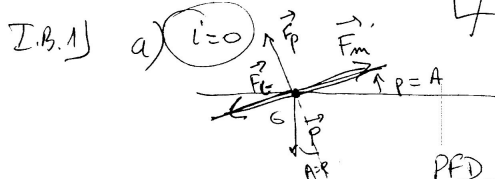
On peut essayer de faire 1 comparaison en estimant des ordres de grandeur :

$$\rightarrow \| \vec{F}_p \| \# (p_{in} - p_{ex}) \times 2S \quad \left(\begin{array}{l} \text{à initialiser} \\ \text{que pour} \\ \text{1 ordre} \\ \text{de grandeur} \end{array} \right)$$

portance $\#$ $2 \times \text{surface d'aile}$ 220 m^2

avec $(z_{ex} - z_{in}) \# 1 \text{ m}$
on obtient : $1,2 \times 10 \times 1 \# 12 \text{ N/m}^2$
 $\rho \quad g \quad \Delta z$ à la limite des négligeables.

I. B] Facteur de charge de l'aile : $\gamma = \frac{\| \vec{F}_p \|}{\| \vec{P} \|} \leq \gamma_{max} \# 2$



b) référentiel tangent support gabarit + mot rectiligne uniforme

PFD $\Rightarrow \vec{F}_t + \vec{F}_p + \vec{F}_m + \vec{P} = 0$

c) En projetant dans la direction de la portance : ($i=0$)

$$\vec{F}_p = m g \cos A$$

ou $\vec{F}_p = \frac{1}{2} \rho S v^2 C_p$

alors : $\frac{1}{2} \rho S v^2 C_p = m g \cos A$

ou encore : $v = \sqrt{\frac{2 m g \cos A}{\rho S C_p}}$

d) Par définition de la puissance instantanée d'1 force dans 1 référentiel donné :

$$P_m(t) = \vec{F}_m \cdot \vec{v} = \|\vec{F}_m\| v > 0$$

car vecteurs colinéaires ici.

Il n'est pas demandé, il est rappele de retrouver l'expression proposée :

$$\begin{cases} F_p = m g \cos A \\ F_t + m g \sin A = F_m \quad (\text{dans la direction de l'avion}) \end{cases}$$

donc $F_t \cdot v + m g \sin A \cdot v = F_m \cdot v = P_m$

$$F_p \times \frac{C_p}{C_t} \times v + m g \sin A \cdot v = P_m$$

$$(m g \cos A \cdot \frac{C_p}{C_t} + m g \sin A) v = P_m$$

$$m g \frac{C_p}{C_t} (\cos A + \frac{C_t}{C_p} \sin A) \sqrt{\frac{2 m g \cos A}{\rho S C_p}} = P_m$$

donc bien : $P_m = P_{m0} (\cos A + f_0 \sin A) \sqrt{\cos A} \quad \text{CQNFDP.}$

P_{m0} est bien une puissance car $\frac{C_p}{C_t}$ est sans unité et $m g v$ est 1 puissance.

A.N $f_0 = \frac{0,24}{0,008} = 30$ et $P_{m0} = \frac{2,3 \cdot 10^3 \times 9,8}{30} \sqrt{\frac{2 \times 43 \cdot 10^3 \times 9,8}{1,2 \times 220 \times 0,24}}$

$$P_{m0} \approx 0,7 \cdot 10^3 \sqrt{\frac{42 \cdot 10^3}{0,3 \cdot 220}}$$

$$P_{m0} \approx 0,7 \cdot 10^3 \times \sqrt{\frac{7 \cdot 10^3}{11}}$$

$$P_{m0} \approx 700 \times \sqrt{6,3 \cdot 10^2}$$

$$P_{m0} \approx 45 \times 7000 \approx 17,5 \text{ kW} \approx 20 \text{ kW } (\pm 5\%)$$

e) $A \leq 10^\circ \Rightarrow$ (en radians !) $\sin A \approx A$
 $\cos A \approx 1$ à l'ordre 1 en A.

$$P_m \approx P_{m0} (1 + 30 A)$$

avec $P_m = P_{max} = 50 \text{ kW}$ $1 + 30 A \approx \frac{50}{17,5} \approx 2,9$

$$30 A \approx 1,9$$

$$A \approx \frac{1,9}{30} \text{ radians}$$

$$A \approx \frac{6,3 \cdot 10^{-2} \times 190}{\eta}$$

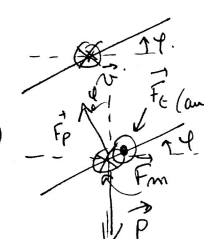
on situe A à environ : $2 \times 10 \times 10^{-2}$ degrés
soit 3,6 degrés d'angle plan. ($\approx 4^\circ$)
validité du modèle ??? de l'approx des petits angles plutôt!
 $4^\circ < 10^\circ$ OK.

f) $v_z = v \sin A = \sqrt{\frac{2mg \cos A}{\rho S C_x}} \sin A$
 $\underline{A.N.} : v_z \approx \sqrt{\frac{2mg}{\rho S C_x}} A = \sqrt{\frac{2 \times 73 \cdot 10^3 \cdot 9,8}{1,2 \times 22 \times 0,24}} \times \frac{1,9}{30}$
 ≈ 25 (faired).
 $v_z \approx 1,5 \text{ m.s}^{-1}$ ($\pm 0,1$!).

g) $\eta = \frac{\|\vec{F}_p\|}{\|\vec{P}\|} = \cos A \approx 1 - \frac{A^2}{2} \approx 1 < 2$ pas de souci de rupture.

I.B.2) Vol en virage

Arrivée à 1 trajectoire circulaire plane réalisée de manière uniforme.
les ailes de l'avion sont inclinées de ϕ .

a) $\vec{F}_m + \vec{P} + \vec{F}_c + \vec{F}_p = m \vec{a}$ dans 1 référentiel galiléen (terrestre).


b) $\vec{F}_p$, $\vec{F}_m$, $\vec{P}$
 vue aérienne.

c) En prenant les coordonnées polaires usuelles dans le plan de la trajectoire avec $\vec{e}_\theta$ dans le sens de $\vec{v}$ (et donc de $\vec{F}_m$)

$\vec{v} / \vec{r} \Rightarrow \vec{v} / 0$ car circulaire $r = R = \text{cte}$.
 $\vec{r} / \vec{e}_r \Rightarrow \vec{r} / 0$ car uniforme. (notons $\dot{\theta} = \omega = \text{cte} = \frac{v}{R}$)
 $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ et $\vec{a} = \frac{d(v\vec{e}_\theta)}{dt} = v \frac{d\vec{e}_\theta}{dt}$

$\vec{a} = v \frac{d\vec{e}_\theta}{d\theta} \times \frac{d\theta}{dt} = -\frac{v^2}{R} \vec{e}_r$
 $\frac{d\theta}{dt} = \frac{v}{R}$

donc en projetant sur $\vec{e}_r$: $+\frac{mv^2}{R} = F_p \cos \phi$
 (et sur $\vec{e}_\theta$ on a : $F_p \sin \phi = mg$. donc $\frac{mv^2}{R} = mg \tan \phi$
 soit $R = \frac{v^2}{g \tan \phi}$

d) $\eta = \frac{\|\vec{F}_p\|}{mg} = \frac{1}{\cos \phi}$

e) Ainsi $\frac{1}{\cos \phi} < \eta_{\max}$

et $\tan \phi = \frac{\sin \phi}{\cos \phi} = \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \phi}}{\cos \phi} = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \phi} - 1} = \sqrt{\eta^2 - 1}$

d'où : $R = \frac{v^2}{g \sqrt{\eta^2 - 1}}$ et $R_{\min} = \frac{v^2}{g \sqrt{\eta_{\max}^2 - 1}}$
 $(\frac{v^2}{g} \text{ si } \eta_{\max} = 2)$

FIN

correspondant à $\cos \phi = \frac{1}{2}$
 $\phi = 60^\circ$?!