

PHYSIQUE (B) : THERMODYNAMIQUE (Concours Blanc 2017)

3.3.1] Fonction d'Etat d'un gaz parfait.

48) Relation de Mayer: $C_p - C_v = nR$

$$\text{qui donne: } C_v = \frac{nR}{\gamma-1} \quad (\gamma = \frac{C_p}{C_v}) \quad \text{avec} \\ \text{et } C_p = \frac{\gamma nR}{\gamma-1}$$

n : nb de mol
 R : gaz parfait.
 C_p : Capacité calorifique de n mol de GP à pression constante
 C_v : Capacité calorifique de n mol de GP à volume constant

49) 1^{re} loi de Joule pour un gaz parfait
 $\Rightarrow dU = C_v dT = \frac{nR dT}{\gamma-1}$

50) Premier principe (sans variation autre que l'énergie interne):
 $dU = \delta Q + \delta W = \delta Q - p dV \quad (\text{si le seul travail est du travail de pression})$

$$\delta Q = C_v dT + p dV$$

Si l'éq mécanique est toujours vérifiée: $p_{ext} = p$
 $\Rightarrow \delta Q = C_v dT + p dV$.

3.3.2] Transformation adiabatique d'un GP.

Transformation adiabatique: $\delta Q = 0$

$$\text{alors: } C_v dT = -pdV = -\frac{nRT}{V} dV \quad (\text{par l'équation d'état du GP})$$

$$\text{ou: } \frac{nR dT}{\gamma-1} = -\frac{nRT}{V} dV$$

$$\Rightarrow \left(\frac{dT}{T} + (\gamma-1) \frac{dV}{V} \right) = 0$$

qui donne par intégration entre deux états $(T_i, V_i) \rightarrow (T_f, V_f)$:

$$\ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) + (\gamma-1) \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) = 0$$

$$\ln\left(\frac{T_f V_f^{\gamma-1}}{T_i V_i^{\gamma-1}}\right) = 0 \Rightarrow \frac{T_f}{T_i} = \left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{\gamma-1}$$

Car d'après $T_f < T_i$ car $\gamma > 1$
 $\text{et } V_f > V_i$.

Elle se donc accompagne d'un refroidissement $\frac{T_f}{T_i} < 1$

3.3.3] Des暑mentation adiabatique d'un sel paramagnétique.

Par "analogie" avec le GP: $\delta Q = C_B dT + g dB$

$$\text{avec } C_B(T, B) = \frac{\alpha B^2 + \beta}{T^2} \quad \text{et } g(T, B) = -\frac{\alpha B}{T} \quad (\alpha > 0, \beta > 0)$$

52) adiabatique: $\delta Q = 0 \Rightarrow \frac{\alpha B^2 + \beta}{T^2} dT = +\frac{\alpha B dB}{T}$

$$\text{soit: } \frac{dT}{T} = \frac{\alpha B dB}{\alpha B^2 + \beta} = \frac{1}{2} \frac{d(\alpha B^2 + \beta)}{\alpha B^2 + \beta}$$

$$\text{ou encore: } \frac{dT}{T} = \frac{1}{2} \frac{d(\alpha B^2 + \beta)}{\alpha B^2 + \beta} = \frac{1}{2} \frac{du}{u} \quad (\text{avec } u = \alpha B^2 + \beta)$$

53) L'intégration de l'expression différentielle précédente donne:

$$\ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{\alpha B_f^2 + \beta}{\alpha B_i^2 + \beta}\right)$$

$$\text{soit} \quad \frac{T_f}{T_i} = \sqrt{\frac{\alpha B_f^2 + \beta}{\alpha B_i^2 + \beta}}$$

Le champ magnétique B doit donc diminuer pour que la transformation adiabatique soit accompagnée d'une diminution de température.

EXERCICE (B) : REP (Relateur à eau pressurisée)

A.1] Une transformation adiabatique réversible est nécessairement

A.1.1] isentropique d'après le second principe:

P2 appliquée à un système fermé: $ds = \frac{\delta Q}{T} + S dP \quad (\delta Q \geq 0)$
 sur la transformation infinitésimale "car réversible"
 car adiabatique

Ainsi l'entropie d'un kg de fluide ne peut varier lors d'une telle transformation.

Appliquée entre l'état de sortie et l'état d'entrée:

$$\Delta h = h_s - h_e = \int dh = \int T ds + \int v dP$$

Si le liquide est supposé incompressible $v(R) = cte$

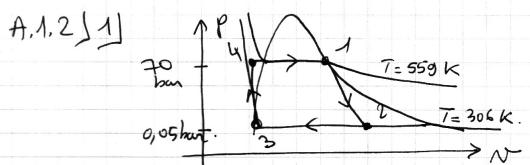
$$\Delta h = h_s - h_e = v \int dP = v \Delta P$$

On le bilan enthalpique du système ouvert en régime permanent donne: $\Delta h = w_i + q = v \Delta P$
 ou: $w_i = v \Delta P$

$$\text{ce qui permet de calculer: } w_i = v \Delta P = 70 \times 10^5 \times 10^{-3}$$

$$w_i = 7 \text{ kJ/kg d'eau}$$

($w_i \rightarrow$ travail reçu de la pompe \Rightarrow sera négligé devant les autres Δh)
 donc $\Delta h_{tot} = 0$



(1) vapeur (juste) saturante à 559 K.

(2) on suit l'isentrope de 1 à 2 pour atteindre 1 pression de 0,05 bar

(3) liquide saturant à la même pression 0,05 bar et 306 K.

(4) on détermine l'composition isentropique (quasi-versible puisque le fluide est incompressible)

A.1.2.1] Comme le rappelait l'énoncé: $\frac{h_{L+V}(T)}{h_{L+V}(T)} = x h_{\text{vap}}(T) + (1-x) h_{\text{liq}}(T)$.

Pour déterminer x_2 , on utilisera $\Delta s_{L+V}(T) = x \Delta s_{\text{vap}}(T) + (1-x) \Delta s_{\text{liq}}(T)$
la seconde forme car: $s_{2,L+V} = s_1$ (isentropique)

$$\Delta s_{L+V} = \Delta s_{\text{vap}} \text{ (559 K)}$$

$$x_2 = \frac{\Delta s_{\text{vap}}(559) - \Delta s_{\text{liq}}(306)}{\Delta s_{\text{vap}}(306) - \Delta s_{\text{liq}}(306)} = \frac{5,8162 - 0,4763}{8,3960 - 0,4763}$$

$$\text{A.N.: } x_2 = 0,67 \text{ (67% de vapeur.)}$$

On peut alors calculer h_2 :

$$h_2 = x_2 \times h_{\text{vap}}(306) + (1-x_2) h_{\text{liq}}(306).$$

$$h_2 = 0,67 \times 2561,6 + (1-0,67) \times 137,8$$

$$\text{A.N.: } h_2 = 1777,1 + 44,9 = 1777,1 \text{ kJ/kg.}$$

Et par application du bilan enthalpique en régime permanent au la détente adiabatique dans la turbine: $\Delta h = h_2 - h_1 = w_{i,T}$.

$$\text{soit: } w_{i,T} = 1777,1 - 2773,1 = -1001,4 \text{ kJ/kg.}$$

(on trouve bien 1 travail fourni par le fluide à la turbine et un ordre de grandeur très supérieur aux 7 kJ/kg obtenus lors du calcul sur la pompe).

Cette vapeur est certainement corrosive pour les pales de la turbine.

A.1.2.3] La température en fin de condensation est toujours de $T_3 = T_2 = 306 \text{ K}$ car l'équilibre liqu-vapeur toujours vérifié (liquide saturant). et $x_3 = 0 !$

En appliquant encore le bilan enthalpique en régime permanent dans le passage dans le condenseur (pas de parties mobiles $\Rightarrow u'_c = 0$) donnera:

$$h_3 - h_2 = q_{ec} + 0$$

$$\text{A.N.: } q_{ec} = 137,8 - 1777,1$$

$$q_{ec} = -1634,6 \text{ kJ/kg.}$$

Il s'agit bien d'une quantité de chaleur fournie à l'extérieur par le fluide (signe négatif).

A.1.2.4] Raisonnement dans le générateur de vapeur.

Bilan enthalpique: $q_{ev} = h_1 - h_4$

Si on utilise l'approximation proposée sur la pompe ($\Delta h=0$)

alors: $h_4 \approx h_3$ et $q_{ev} \approx h_1 - h_3$

$$\text{A.N.: } q_{ev} \approx 2773,1 - 137,8$$

$$q_{ev} \approx \underline{\underline{2640 \text{ kJ/kg}}} \quad (\pm 10 \text{ kJ/kg !})$$

A.1.2.5] L'objectif étant la récupération de travail dans la turbine et le coût étant la quantité de chaleur reçue dans le générateur de vapeur.

$$\eta_{\text{cycle}} = \frac{-w_{i,T}}{q_{ev}} = \frac{1001,4}{2640} \approx 38\%$$

(On devrait parler de COP).

Le rendement d'un moteur de CARNOT est obtenu en appliquant les 2 principes fondamentaux de la thermodynamique à 1 cycle réversible constitué de 2 turbines et 2 adiabatiques réversibles.

$$P_1 \Rightarrow \Delta V \stackrel{1}{=} 0 = Q + W = Q_C + Q_F + W$$

$$P_2 \Rightarrow \Delta S \stackrel{2}{=} 0 = \frac{Q_F}{T_F} + \frac{Q_C}{T_C} + 0 \quad \begin{matrix} \text{can réversible} \\ \text{cycle} \end{matrix} \Rightarrow \frac{Q_C}{Q_F} = \frac{-T_C}{T_F}$$

$$\text{et } \eta_{\text{Carnot}} = \frac{-W}{Q_C} \rightarrow \text{énergétanche.}$$

$$\eta_{\text{Carnot}} = \frac{Q_C + Q_F}{Q_C} = \frac{1 - \frac{T_C}{T_F}}{\frac{T_C}{T_F}} = \frac{T_C - T_F}{T_C} = \frac{559 - 306}{559} \approx 0,45$$

(Echanges de chaleur réversibles dans CARNOT alors que 2 → 3 a priori irreversible)

A.2.1] Circuit secondaire réel

A.2.1.1) détente supposé adiabatique reversible dans la turbine HP
 => isentropique : $s_2 = s_1 = 5,8162 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
 (par P2)

L'état est alors défini avec : $P_2 = 10 \text{ bar}$ $T_2 = 453 \text{ K}$

En appliquant la règle des moments (déjà montrée et utilisée en A.1.2.2) on obtient :

$$x_2 = \frac{5,8162 - 2,1392}{6,5828 - 2,1392} \stackrel{\text{A.N.}}{=} 0,8275 \approx 83\% \text{ vapeur}$$

Ce qui est nettement plus riche en vapeur que le 67% du premier modèle à 1 seule turbine.

Le calcul de h_2 se fait avec x_2 obtenu :

$$h_2 = x_2 h_{\text{vap}}(453) + (1-x_2) h_{\text{liq}}(453)$$

$$\text{A.N. } h_2 = 0,8275 \times 2776,2 + 0,1725 \times 762,6$$

$$h_2 = 2428,9 \text{ kJ/kg}$$

Par le bilan enthalpique en régime permanent appliqué à 1 kg de fluide traversant la turbine :

$$h_2 - h_1 = w_{\text{turb}} = 2428,9 - 2773,5 = -344,6 \text{ kJ/kg}$$

On utilise alors la conservation du débit massique en régime permanent pour écrire le débit massique de fluide au pt 2.

$$Dm_2 = Dm_1 + Dm_{11} \Rightarrow Dm_2 = 1500 - 100 = 1400 \text{ kg.s}^{-1}$$

D'où une puissance développée par la turbine HP de :

$$P_{\text{HP}} = -344,6 \times 1400 = -482500 \text{ kW} = -482,1 \text{ MW}$$

(négative car fournie à l'extérieur).

A.2.2] Conservation du débit massique (RP) : $Dm_2 = Dm_3 + Dm_4$

Bilan enthalpique au RP sur l'arête chemin - séparation :

$$Dm_4 h_4 + Dm_3 h_3 - Dm_2 h_2 = 0 \text{ car adiabatique} \\ + absence de parties mobiles.$$

donc : $(Dm_2 - Dm_3) h_4 + Dm_3 h_3 - Dm_2 h_2 = 0$
 $\Rightarrow Dm_3 = Dm_2 \frac{h_2 - h_4}{h_3 - h_4} \stackrel{\text{A.N.}}{=} x_2 Dm_2 = 1158,1 \text{ kg/s}$

$$\text{et } Dm_4 = (1-x_2) Dm_2 = 241,5 \text{ kg/s}$$

A.2.3] En prenant comme système tout le fluide contenu dans le mélangeur, le bilan enthalpique en régime permanent donnera :

$$Dm_{11} h_{11} + Dm_3 h_3 - Dm_1 h_1 - Dm_3 h_3 = 0$$

$$h_{11} = h_1 + \frac{Dm_3}{Dm_1} (h_3 - h_1)$$

$$\text{A.N. } h_{11} = 2773,5 + \frac{1158,1}{1500} (2776,2 - 2963)$$

la ↑ dans le tableau de valeurs.

$$h_{11} = 841,1 \text{ kJ/kg}$$

A.2.4) $P_{\text{RP}} = -963 \text{ MW}$ (\leftarrow pour être cohérent (valeur négative, car fournie à l'ext.)).

$$w_{\text{turb}} = \frac{P_{\text{RP}}}{Dm_3} = \frac{-963000}{1158,1} = -831,2 \text{ kJ/kg}$$

x_6 sera obtenu en utilisant encore le caractère isentropique de la détente dans cette deuxième turbine.

$$x_6 = \frac{w_5 - w_{\text{liq}}(306)}{w_{\text{vap}}(306) - w_{\text{liq}}(306)} = \frac{6,9259 - 0,4763}{8,3360 - 0,4763}$$

$$x_6 = 0,814 = 81,4\% \text{ de vapeur.}$$

A.2.5] Le bilan enthalpique appliqué à 1 kg de fluide traversant le condenseur donne en RP : $h_7 - h_6 = q_{\text{ec}}$

$$\text{avec } h_6 = x_6 \times h_{\text{vap}}(306) + (1-x_6) h_{\text{liq}}(306)$$

$$h_7 = h_{\text{liq}}(306)$$

$$\text{donc } q_{\text{ec}} = x_6 (h_{\text{liq}}(306) - h_{\text{vap}}(306)) = 0,814 \times (137,8 - 256,6)$$

$$\text{A.N. } q_{\text{ec}} = -1973,9 \text{ kJ/kg.}$$

A.2.6] Si la transformation est adiabatique et si l'organe ne comporte pas de parties mobiles alors : $Dm_1 (\Delta h) = P_{\text{t}} + \dot{P}_{\text{i}} = 0$
 L'enthalpique massique reste constante. Détente isenthalpique.
 \Rightarrow Éminemment IRRÉVERSIBLE! (de Joule - Kelvin)

$$Dm_1 h_1 - Dm_4 h_4 - Dm_3 h_3 - Dm_2 h_2 = 0$$

$$h_4 = \frac{241,1 \times 762,6 + 1158,1 \times 137,8 + 100 \times 841,1}{1500}$$

$$h_4 = 285,3 \text{ kJ/kg.}$$

(on a négligé le travail de la pompe d'extraction : $h_3 = h_4$).

Le détendeur a permis d'élever à 10 bar la pression p12 de telle façon que les mélanges se passent de manière isotrope dans le Réchauffeur.

A.2.8) $q_{\text{ev}} = h_1 - h_{10}$ et sur cette pompe "alimentaire" on néglige
également le travail fourni donc $h_{10} \approx h_g$.

$$q_{\text{ev}} \approx h_1 - h_g = 2773,5 - 285,3 = 2488,2 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$\text{et } P_{\text{GV}} = Dm_1 q_{\text{ev}} = 1500 \times 2488,2 = 3,73 \text{ W}$$

A.2.9) $\eta_{\text{cycle}} = \frac{-P_{\text{HP}} - P_{\text{BP}}}{P_{\text{GV}}} = \frac{482,5 + 963}{3730} \approx 0,39$.

très légèrement amélioré seulement ! donc l'avantage
semble être des pourcentages en vapeur + énergie dans
les turbines \Rightarrow moins de courroie sur les pales des turbines.
