

## DS 2 : Titrage - Conduction thermique - Electronique analogique (Calculatrice autorisée)

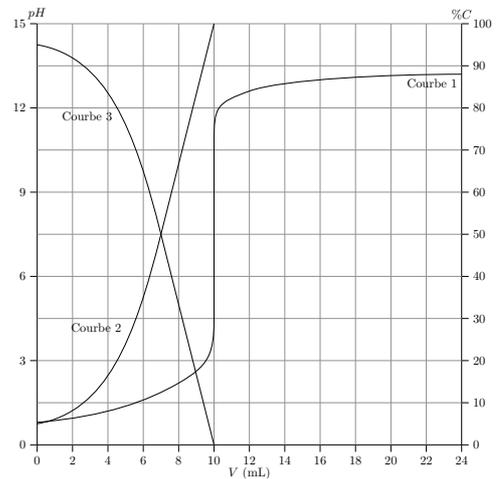
### Exercice 1 : Titrage d'acide sulfurique et sulfureux par une solution d'hydroxyde de sodium

L'acide sulfurique  $\text{H}_2\text{SO}_4$  est un diacide dont la première acidité est forte.

- (1) L'acide commercial utilisé est une « solution aqueuse » à 98% en masse de  $\text{H}_2\text{SO}_4$ , de masse volumique  $1,84 \text{ g.cm}^{-3}$ . Déterminer la valeur de la concentration molaire de l'acide sulfurique commercial.

Un volume  $V_0 = 5,0 \text{ mL}$  d'une solution aqueuse d'acide sulfurique de concentration inconnue  $C_0$  est introduit avec  $10 \text{ mL}$  d'eau dans un bécher. Cette solution est titrée par une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium de concentration molaire  $C_B = 0,50 \text{ mol.L}^{-1}$ . Le titrage est suivi par pH-métrie.

- (2) Expliquer ce que signifie que la première acidité de  $\text{H}_2\text{SO}_4$  est forte. Ecrire les équilibres correspondants.
- (3) En déduire les deux acides présents initialement dans le milieu.
- (4) Une simulation de ce titrage est donnée **figure 1** à la page suivante. Attribuer à chacune des courbes les représentations suivantes :  $\text{pH} = f(V)$ ,  $[\text{HSO}_4^-] = g(V)$  et  $[\text{SO}_4^{2-}] = h(V)$ .
- (5) D'après la figure 1, les titrages des deux acides sont-ils successifs ou simultanés ? Justifier théoriquement en écrivant les deux réactions de titrage et en calculant leur constante d'équilibre.
- (6) Calculer la concentration initiale  $C_0$  en acide sulfurique  $\text{H}_2\text{SO}_4$ .
- (7) Retrouver théoriquement le pH à l'équivalence. Comment choisiriez-vous le bon indicateur coloré ?



On réalise maintenant le titrage de  $V_0 = 40,0 \text{ mL}$  d'une solution aqueuse contenant de l'acide sulfurique à la concentration  $C_1$  et du dioxyde de soufre dissous ( $\text{H}_2\text{SO}_3$ ) à la concentration  $C_2$  par la solution aqueuse d'hydroxyde de sodium de concentration molaire  $C_B = 0,50 \text{ mol.L}^{-1}$ . On réalise deux titrages. Le premier est réalisé en présence de quelques gouttes de vert de bromocrésol. Le changement de couleur a alors lieu pour  $V_{E1} = 20,0 \text{ mL}$ . Lors d'un deuxième titrage en présence de Thymolphtaléine le virage est observé pour  $V_{E2} = 32,0 \text{ mL}$ .

- (8) Quelles espèces ont été titrées lors de la première équivalence ? En déduire les réactions prépondérantes qui ont lieu et déterminer leur constante d'équilibre.
- (9) Mêmes questions pour la deuxième équivalence.
- (10) En déduire les valeurs des concentrations  $C_1$  et  $C_2$  des deux acides titrés.

Données à 298 K :

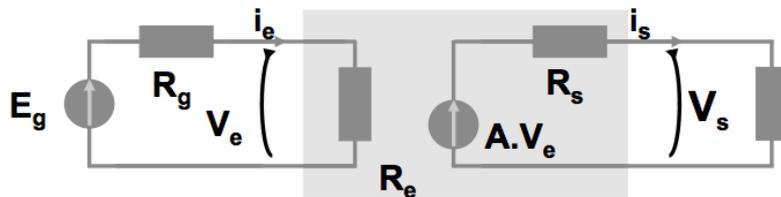
Indicateur	couleur forme acide	couleur forme basique	$\text{pK}_a$
Vert de bromocrésol	jaune	bleu	4,9
Bleu de bromothymol	jaune	bleu	6,8
Thymol phtaléine	incolor	bleu	10,1

$$\text{pK}_a(\text{HSO}_4^-/\text{SO}_4^{2-}) = 1,9 ; \text{pK}_a(\text{H}_2\text{SO}_3/\text{HSO}_3^-) = 2,0 ; \text{pK}_a(\text{HSO}_3^-/\text{SO}_3^{2-}) = 7,6 ; M(\text{H}_2\text{SO}_4) = 98,0 \text{ g.mol}^{-1}$$

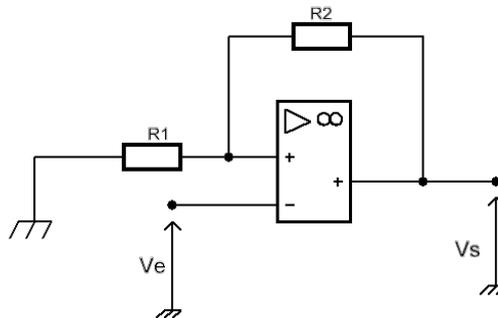
## Exercice 2 : Cours et applications de cours sur les ALI

1- Quelle est l'impédance d'entrée d'un montage suiveur à ALI ? Dessiner le circuit. Quel est l'intérêt d'un tel quadripôle ?

2- Pour qu'un amplificateur de tension donne une valeur de sortie égale à la fem  $E_g$  du générateur de tension d'entrée multipliée par un coefficient d'amplification  $A$ , à quoi faut-il comparer les résistances d'entrée et de sortie du quadripôle amplificateur ? (**démonstration complète exigée**)



3- **Démontrer et dessiner** le cycle de fonctionnement du montage suivant (la tension d'entrée  $V_e$  peut prendre n'importe quelle valeur). Nommer ce circuit. Ce montage est inséré dans un montage oscillateur astable : comment devez vous modifier le cycle de fonctionnement de la caractéristique  $V_s=f(V_e)$  ?



3- Définition d'un oscillateur astable.

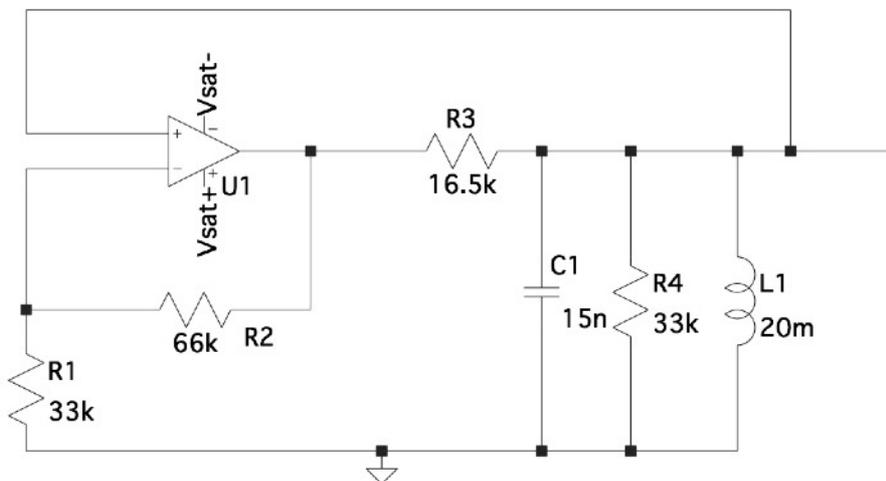
4- Définition d'un oscillateur quasi-sinusoïdal

5- Condition exacte de Barkhausen (énoncé, équations réelles induites) Avez-vous vérifié exactement cette condition en TP lorsque vous avez réalisé un montage oscillateur à filtre de Wien ? Qu'est-ce qui le justifiait visuellement ?

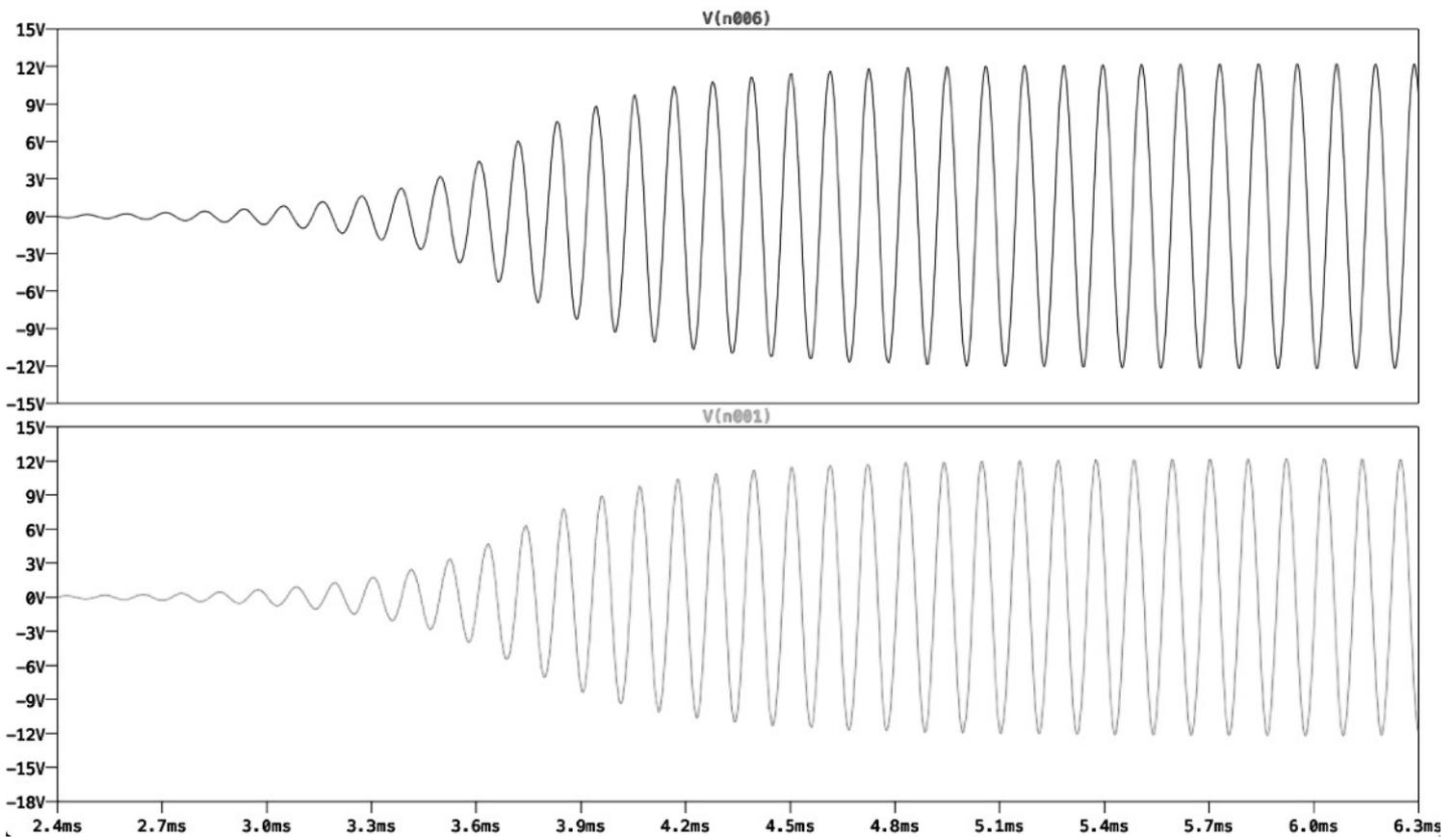
### **EXERCICE 3 : TIPE 2016-2017 (DÉTECTEUR SONORE DE MÉTAUX DE CAMILLE H.)**

En 2016-2017, deux étudiants ont travaillé sur des détecteurs de métaux basés sur des principes très différents. Camille a adopté un modèle utilisant deux oscillateurs jumeaux : le bobinage de l'un d'entre eux était placé hors présence métallique et le second a proximité d'une plaque carrée de métal conducteur. La présence du métal modifie le champ magnétique créé par le bobinage et donc par mutuelle inductance, l'« auto-inductance »  $L$  équivalente (qui n'est plus à proprement parler une auto-inductance).

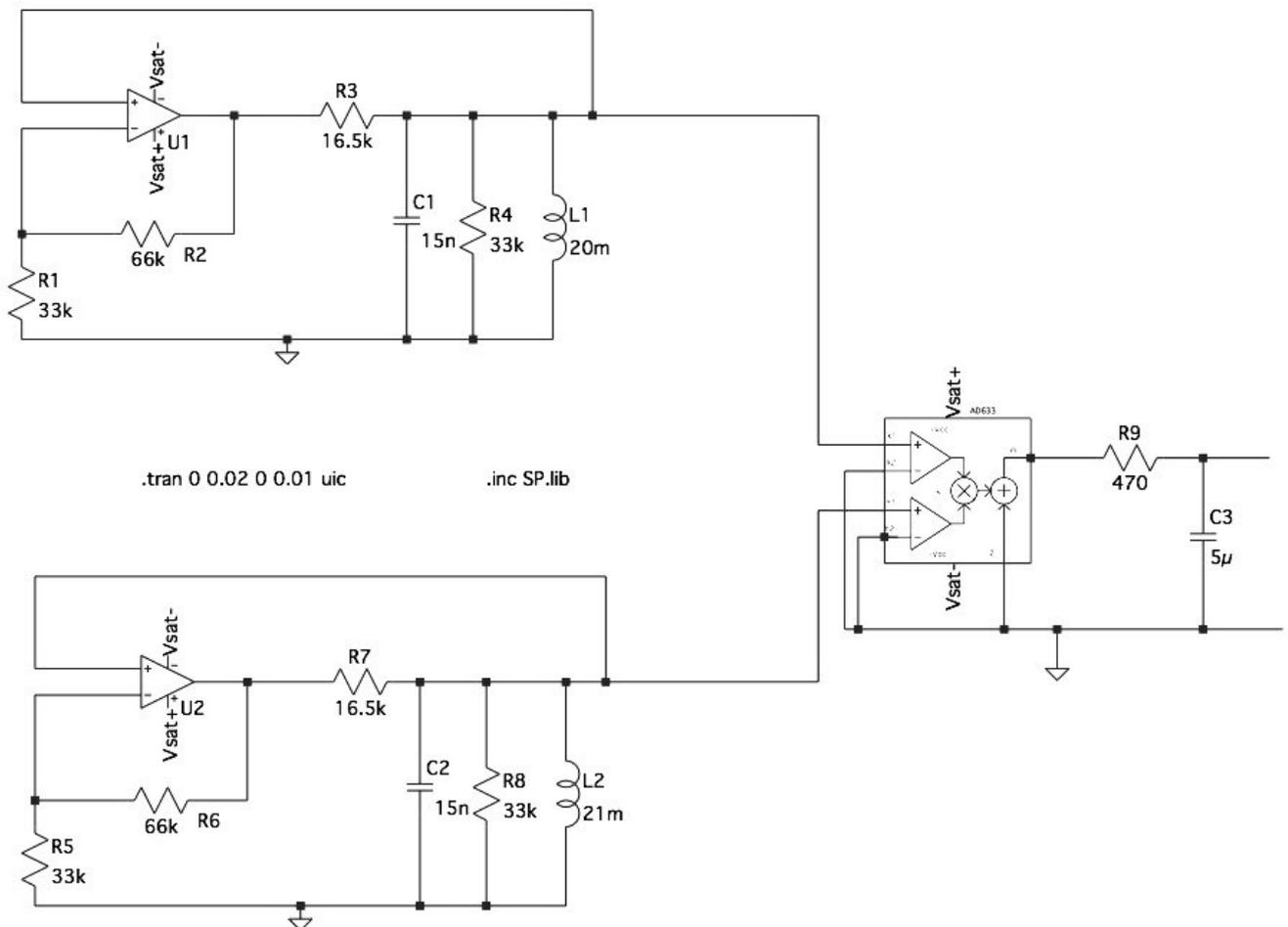
Le montage utilisé a été proposé à un logiciel de simulation numérique de composants analogiques (LTSpice™ : version gratuite disponible sur le WEB). Un montage oscillateur est constitué des éléments dont les valeurs numériques figurent sur le schéma ci-dessous :



1. Nommer le montage entourant directement l'ALI et justifier que le quadripôle en cascade dans la boucle de rétroaction est bien un filtre passe-bande du second ordre.
2. Quelle est la valeur maximale de l'impédance du bloc  $R_4 \parallel L_1 \parallel C_1$  ? Que vaut alors la pulsation du signal sinusoïdal ? Que vaut alors le gain du filtre ? (Applications littérales puis numériques)
3. Déterminer le gain de l'amplificateur à ALI.
4. Rappeler la forme générique de la condition limite d'oscillations de BARKHAUSEN. Comparer au gain de boucle de ce montage. Analyser l'allure du signal observé en sortie de l'ALI (**présenté sur le document ANNEXE**) (durée du transitoire, importance du temps en saturation(s)) et conclure sur la périodicité réellement observée.
5. Pour la simulation, on a fixé une inductance de 21 mH dans le second montage oscillateur et les chronogrammes sont disponibles page suivante. Mesurer au mieux la fréquence des oscillations de l'oscillateur de  $L=20$  mH et comparer à celle d'un quasi-sinusoïdal.

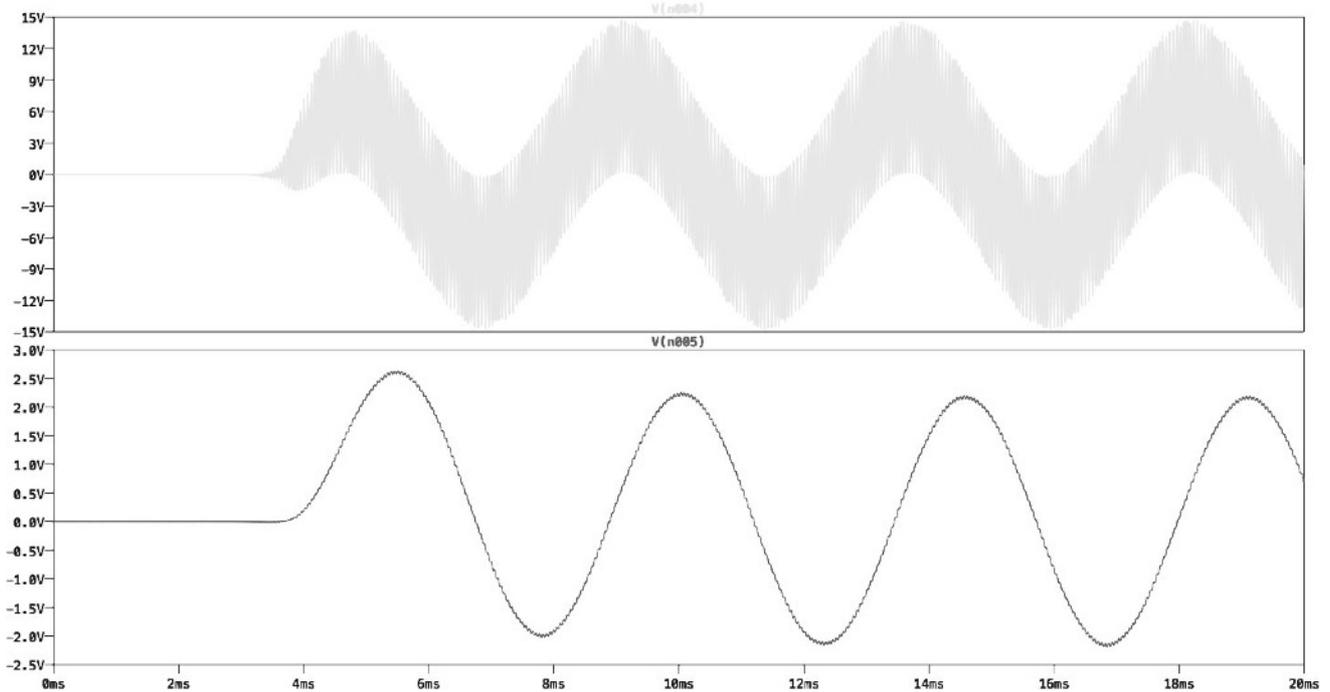


6. Le comportement en Hautes Fréquences de l'ALI s'écarte du modèle idéal. Quelles sont les ordres de grandeur de ces « défauts » ? Risquaient-ils d'intervenir ici ?
7. Le reste du circuit est constitué d'un multiplieur analogique ADJ633 et d'un filtre RC comme ci-dessous de telle façon qu'en sortie du multiplieur on ait la tension :  $u_1(t).u_2(t)/10V$



Si  $u_1(t)$  est sinusoïdal permanent de fréquence  $f_1$  et  $u_2(t)$  est sinusoïdal permanent de fréquence  $f_2$ .  
 Quelles sont les fréquences que contient le signal sortant du multiplieur ? Que dire de leurs amplitudes relatives ? S'agit-il d'un opérateur linéaire ?

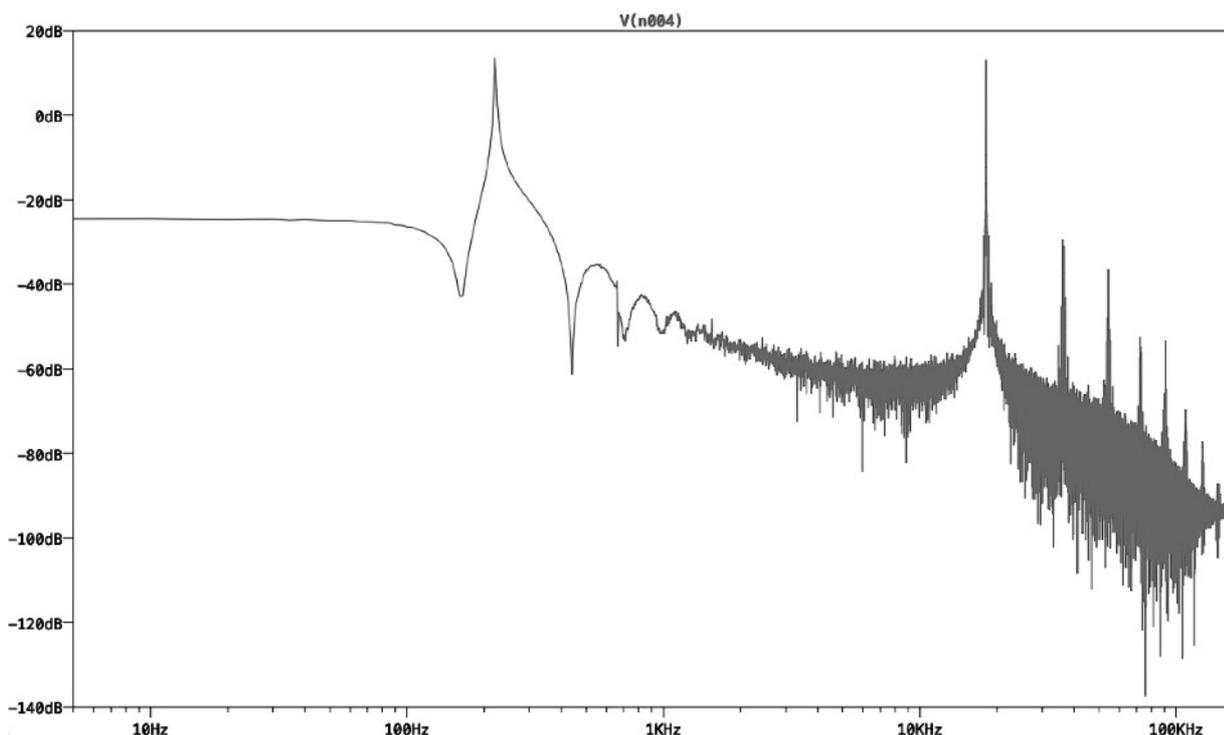
8. Les signaux en sortie du multiplieur et aux bornes du condensateur  $C_3$  ont été simulés et voici leurs chronogrammes d'établissement du régime permanent.



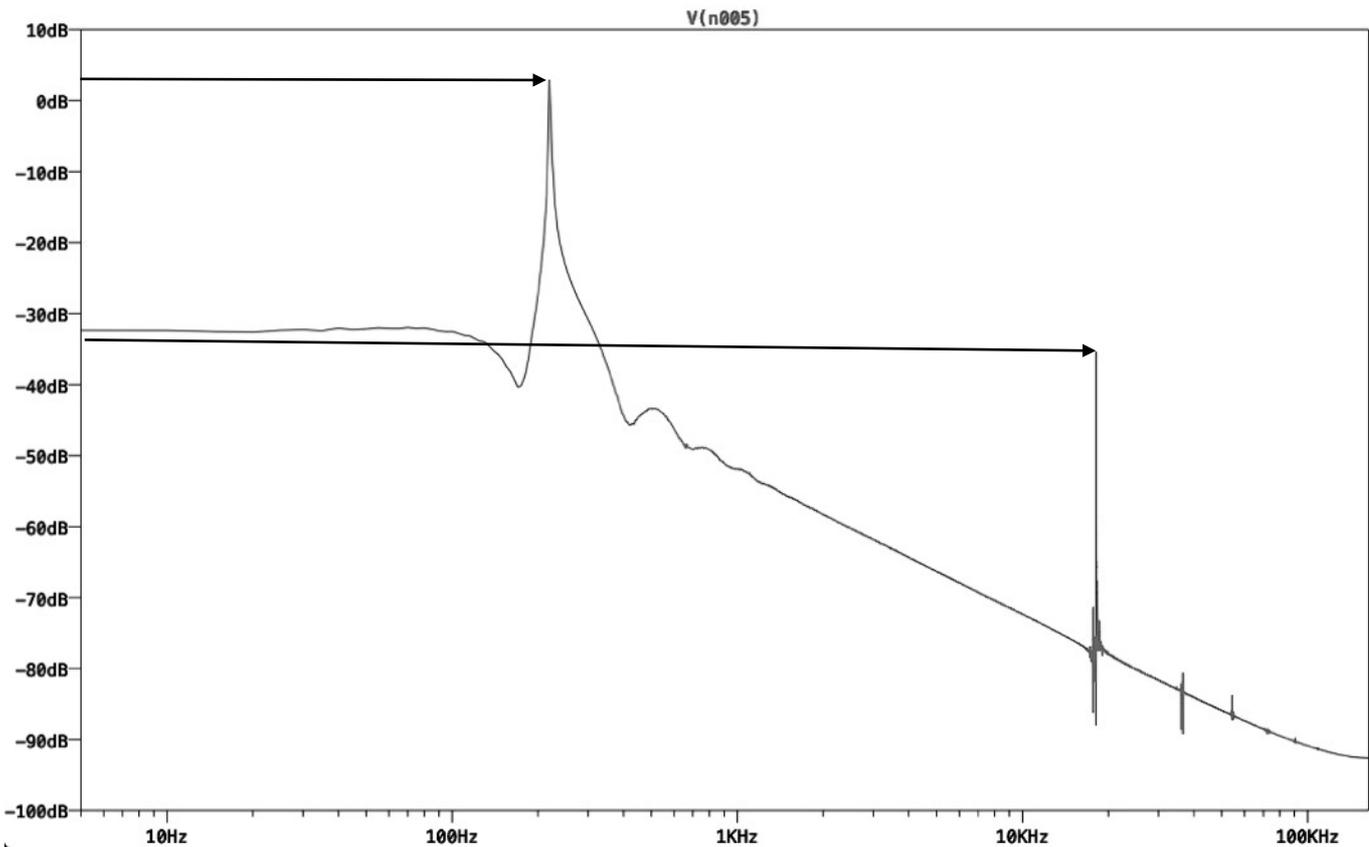
Expliquer l'allure des deux signaux. Evaluer la période puis la fréquence du signal aux bornes du condensateur. Commenter l'application numérique s'agissant de produire un signal sonore supportable.

9. Considérant faible un écart de 1mH d'inductance pour une valeur de 20mH, estimer simplement la fréquence différentielle théorique et confirmer la cohérence avec la mesure précédente.

10. La FFT du signal en sortie du multiplieur a l'allure suivante. Commenter la hauteur relative des pics et repérer les fréquences associées.

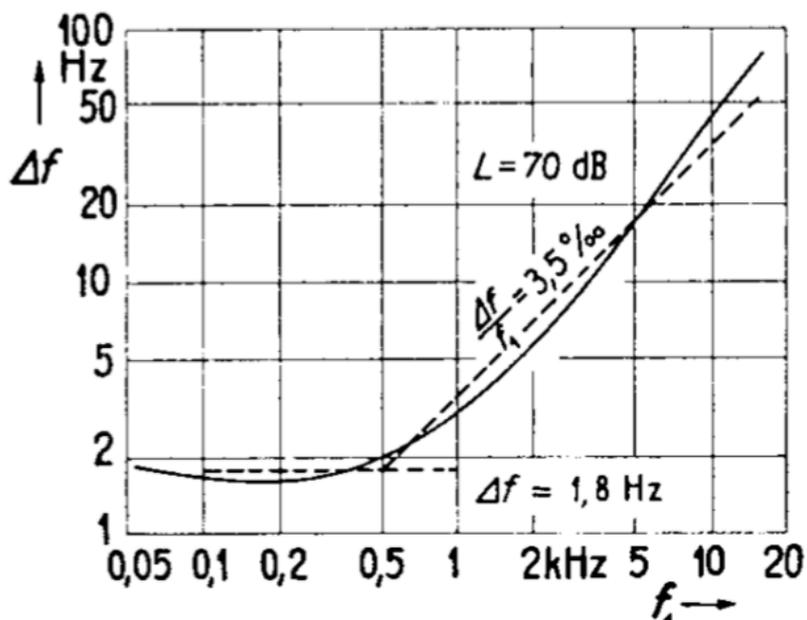


11. Le signal aux bornes du condensateur de sortie a pour FFT :

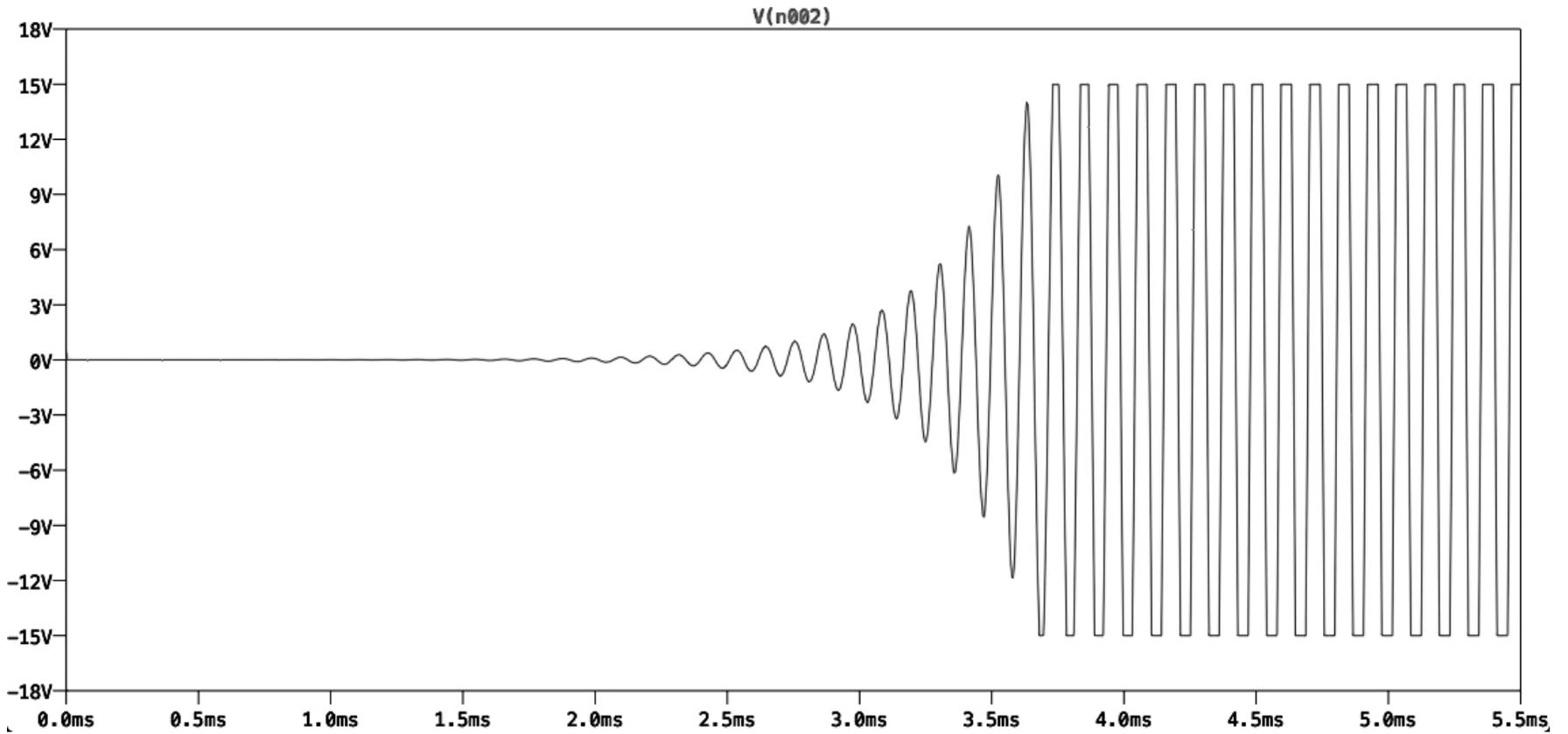


Que vaut l'écart de gain en dB entre les deux pics principaux ? A quel rapport de gain linéaire cette valeur correspond-elle environ ? Conclure.

12. Pour des sons d'environ 70 dB, l'oreille humaine a une résolution fréquentielle quasi-uniforme de 1,8 Hz aux basses fréquences ( entre 100 et 500Hz) puis d'environ 0,35% de fréquence relative (entre 500Hz et 10 kHz). Quelle variation relative d'auto-inductance peut-on espérer déceler avec ce détecteur sonore ?



# ANNEXE



$$U_1 \cdot \cos(2\pi f_1 t + \varphi_1) + U_2 \cdot \cos(2\pi f_2 t + \varphi_2) = \frac{U_1 \cdot U_2}{2} \cdot \cos(2\pi(f_1 + f_2)t + \varphi_1 + \varphi_2) + \cos(2\pi(f_1 - f_2)t + \varphi_1 - \varphi_2)$$

Annexe trigonométrique :

## EXERCICE 4 : CONDUCTION THERMIQUE DANS UNE BARRE DE MATÉRIAU RADIOACTIF

### Conduction thermique

Un barreau cylindrique, noté  $(\mathcal{B})$ , homogène, d'axe  $x'x$ , de masse volumique  $\rho$ , de longueur  $L$  et de section d'aire  $S$ , présente une conductivité thermique  $\lambda$  constante. Sa paroi latérale est parfaitement calorifugée par un isolant de capacité thermique négligeable. Les extrémités de  $(\mathcal{B})$  sont maintenues, grâce à deux sources, à des températures  $T_1$  ( $x = 0$ ) et  $T_2$  ( $x = L$ ) constantes. Le matériau est le siège d'une conduction thermique (ou diffusion de chaleur) unidimensionnelle (variable  $x$ ) et unidirectionnelle (transport axial d'énergie, parallèlement au vecteur  $\vec{e}_x$ ). Le régime est permanent et stationnaire : la température  $T$  à l'intérieur du barreau ne dépend que de l'abscisse  $x$ . Soit  $\Phi_{th} = \iint_S \vec{j}_{th} \cdot \vec{dS}$ , le flux (ou puissance) thermique (unité : W) qui traverse une section d'aire  $S$ . Le vecteur associé à ce flux est le vecteur densité de courant thermique  $\vec{j}_{th}$ , lié à la température  $T$  par la loi de Fourier qui s'écrit ici :

$$\vec{j}_{th}(x) = -\lambda \frac{dT(x)}{dx} \vec{e}_x = j_{th}(x) \vec{e}_x.$$

Rappel d'un outil mathématique :  $f(x+dx) - f(x) = \left( \frac{df(x)}{dx} \right) dx$ .

1. Les températures des sections terminales sont différentes :  $T_1$  ( $x = 0$ ) >  $T_2$  ( $x = L$ ). Aucune énergie thermique n'est créée dans le matériau (absence de réaction nucléaire, absence d'effet Joule, etc.).
  - a) Rappeler le sens de la diffusion thermique à l'intérieur du barreau.
  - b) Sans terme de création, le flux thermique  $\Phi$  se conserve de section en section. Proposer un bilan de puissance thermique (entrée et sortie), en raisonnant sur une tranche élémentaire de matériau d'épaisseur  $dx$ , comprise entre les abscisses  $x$  et  $x+dx$  (figure **B.1**).

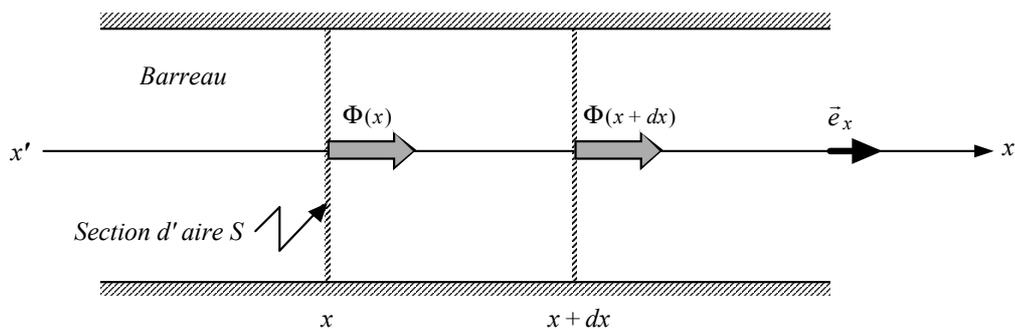


Figure **B.1**

- c) En déduire l'équation différentielle (du second ordre) vérifiée par  $T(x)$ .
  - d) Etablir la fonction de distribution  $T(x)$  des températures à l'intérieur du barreau.
  - e) Tracer l'allure de la courbe représentative de la fonction  $T(x)$ , pour  $0 \leq x \leq L$ .
  - f) Par analogie avec la loi d'Ohm  $V_A - V_B = R_{\text{el}} I$ , la résistance thermique  $R_{th}$  peut être définie par  $T_1 - T_2 = R_{th} \Phi$ . Exprimer  $R_{th}$  en fonction des données de l'énoncé.
2. Le barreau contient maintenant une substance radioactive qui libère, uniformément dans tout le matériau conducteur, une puissance thermique volumique  $p_v$  (unité :  $\text{W m}^{-3}$ ). Le régime est permanent et stationnaire.

- Exprimer la puissance thermique  $dP$ , engendrée par radioactivité dans la tranche élémentaire d'épaisseur  $dx$ , en fonction des grandeurs  $p_v$ ,  $S$  et  $dx$ .
- Effectuer, sur cette tranche élémentaire, un bilan de puissance thermique (entrée, création et sortie) (figure B.2).

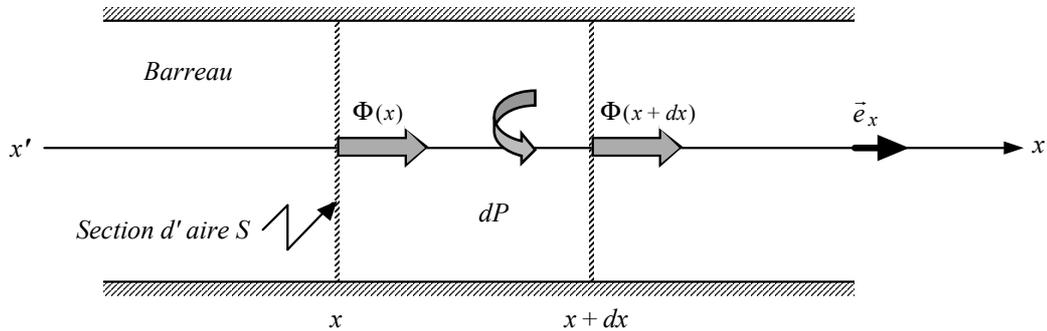


Figure B.2

- En déduire l'équation différentielle (du second ordre) vérifiée par  $T(x)$ .
- Etablir la fonction de distribution  $T(x)$  des températures à l'intérieur du barreau.
- Les températures des sections terminales sont maintenues identiques :  $T_1 = T_2 = T_o$ .
  - Déterminer la valeur  $x_m$  de  $x$  pour laquelle  $T(x_m) = T_m$  est maximale.
  - Tracer l'allure de la courbe représentative de la fonction  $T(x)$ , pour  $0 \leq x \leq L$ .
  - Préciser le(s) sens de la diffusion thermique à l'intérieur du barreau.
  - Application numérique :  $L = 2,00 \text{ m}$  ;  $\lambda = 2,50 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$  ;  
 $p_v = 5,00 \times 10^1 \text{ W m}^{-3}$  ;  $T_o = 300 \text{ K}$ .  
 Calculer la température  $T_m$ .

- L'élément radioactif responsable de la création de chaleur dans le barreau est l'uranium ( $^{235}\text{U}$ ), de masse molaire  $M(U)$  et de titre massique (ou pourcentage massique)  $w$  dans le matériau. Ce radioisotope libère, à l'intérieur de ( $\mathcal{B}$ ), la quantité de chaleur  $q$  à chaque désintégration d'un noyau. La variation  $dN$  du nombre total  $N(t)$  de noyaux instables dans le barreau, pendant la durée élémentaire  $dt$ , s'écrit :  $dN = -k N(t) dt$ , avec  $k$  constante (positive) de réaction radioactive.
  - Rappeler le signe de l'élément différentiel  $dN$ .
  - Ecrire la relation simple qui existe entre l'activité radioactive  $A(t)$  (nombre total, positif, de désintégrations par seconde) du barreau et la dérivée  $dN/dt$ .
  - En déduire l'expression de  $A(t)$  en fonction de  $k$  et  $N(t)$ .
  - Déterminer le nombre  $N_v$  d'atomes d'uranium présents dans l'unité de volume ( $1 \text{ m}^3$ ) de matière dont est constitué le barreau, en fonction de  $w$ ,  $\rho$ ,  $M(U)$  et  $N_A$  (nombre d'Avogadro).
  - Ecrire l'expression qui lie les grandeurs  $p_v$ ,  $k$ ,  $N_v$  et  $q$ .
  - Application numérique :  $\rho = 1,80 \times 10^4 \text{ kg m}^{-3}$  ;  $\lambda = 2,50 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$  ;  $L = 2,00 \text{ m}$  ;  
 $w = 0,750$  (= 75 %) ;  $M(U) = 2,35 \times 10^{-1} \text{ kg mol}^{-1}$  ;  
 $k = 3,50 \times 10^{-17} \text{ s}^{-1}$  ;  $p_v = 5,00 \times 10^1 \text{ W m}^{-3}$  ;  $T_o = 300 \text{ K}$  ;  
 $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ .  
 Calculer la chaleur  $q$ .