

DS5 : Statique et énergétique des fluides Cinétique chimique et réseaux optiques

EXERCICE 1 : Sous Marin en immersion

Les données nécessaires pour cette première partie sont rassemblées ci-dessous :

- pression atmosphérique : $P_{atm} = 10^5$ Pa,
- masse volumique de l'eau de mer à la surface $\rho(0) = \rho_0 = 1,03 \cdot 10^3$ kg.m⁻³,
- champ de pesanteur terrestre : $g = 9,81$ m.s⁻²,
- masse du sous-marin (hors masse du fluide dans les ballasts) : $M = 1,40 \cdot 10^7$ kg,
- longueur du sous-marin : $L = 138$ m,
- rayon du sous-marin (rayon de la coque extérieure) : $R = 6$ m.

1/ Relation entre pression et profondeur dans l'eau de mer

1.1/ On s'intéresse à un volume élémentaire $d\tau = dx dy dz$ d'eau de mer à l'équilibre (figure 1). On notera $P(x, y, z)$ la pression de l'eau en un point de coordonnées (x, y, z) .

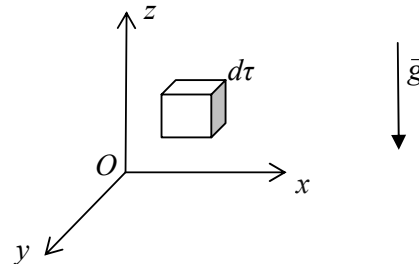


Figure 1 : équilibre d'un volume élémentaire

Citer les forces s'exerçant sur ce volume élémentaire.

En traduisant l'équilibre de ce volume $d\tau$, montrer que la pression ne dépend pas des coordonnées x et y .

Donner alors l'expression de la résultante des forces s'exerçant sur $d\tau$ en fonction de g , $\rho(z)$, $P(z)$, $P(z + dz)$, dx , dy , dz et $\vec{e}_z$ vecteur unitaire de l'axe (Oz) ascendant. En déduire la relation fondamentale de la statique des fluides $\frac{dP}{dz} = -\rho g$ (1).

1.2/ On suppose que l'eau de mer est incompressible et homogène, c'est-à-dire que sa masse volumique ρ est constante. Intégrer dans ces conditions l'équation (1) et en déduire l'expression de la pression $P(z)$ à la cote z en fonction de ρ , g , z et $P_0 = P(z = 0)$.

Calculer numériquement la pression P_{300} à 300 m de profondeur, en prenant $P_0 = P_{atm}$ et $\rho = \rho_0$.

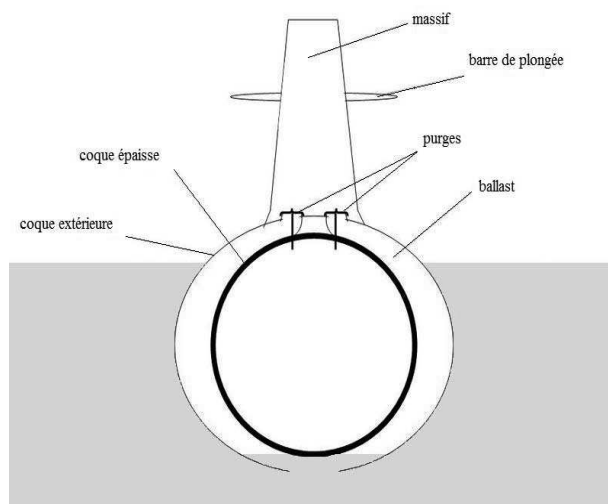


Figure 2 : schéma simplifié du sous-marin

Pour permettre au sous-marin de monter et de descendre, un système de ballasts pouvant se remplir d'eau ou d'air permet de modifier sa masse. Les ballasts sont des réservoirs situés entre la coque extérieure et la coque épaisse des sous-marins (figure 2).

On considère toujours l'eau de mer homogène et incompressible, de masse volumique uniforme et égale à ρ_0 .

2.1/ On suppose dans cette question que le sous-marin flotte à la surface de l'eau. Les ballasts sont alors remplis d'air. En négligeant la poussée d'Archimède dans l'air ainsi que le poids de l'air contenu dans les ballasts, donner la relation entre le volume total immergé du sous-marin V_{imm} , sa masse M et la masse volumique de l'eau de mer ρ_0 .

2.2/ On modélise le sous-marin par un cylindre de longueur L et de rayon R . Donner l'expression du rapport $\frac{V_{imm}}{V}$ où V est le volume total du sous-marin ainsi modélisé, en fonction de M , ρ_0 , L et R . Effectuer l'application numérique et commenter.

2.3/ Expliquer qualitativement ce qui se passe quand on remplace progressivement l'air contenu dans les ballasts par de l'eau de mer.

2.4/ Le sous-marin est en immersion quand les ballasts sont entièrement remplis d'eau de mer. Donner la relation entre M , V , le volume des ballasts V_b et la masse volumique de l'eau de mer ρ_0 . Calculer numériquement le volume des ballasts V_b .

2.5/ Expliquer qualitativement pourquoi la coque intérieure doit être épaisse et très résistante, alors que la coque extérieure est plus mince et légère.

EXERCICE 3 : Puissance d'une pompe de relèvement

*Dans cet exercice (non-guidé : **résolution de problème**) , l'objectif est d'estimer approximativement la puissance minimale de la pompe nécessaire à maintenir une situation d'écoulement permanent entre 2 bassins. La stratégie et l'ordre de calcul des grandeurs pertinentes est donc laissé à l'appréciation du candidat mais une progression procédant par affinement d'estimations initialement grossières sera valorisée.*

- L'expression du nombre de Reynolds n'est pas rappelée
- Un diagramme de Moody est fourni en annexe
- L'expression d'une perte de « charge » linéique régulière (en mcf/m de canalisation) est rappelée :

$$\frac{\Delta H}{L} = \lambda(Re, \varepsilon_r) \cdot \left(\frac{v^2}{2 \cdot g \cdot D} \right)$$

- L'expression d'une perte de « charge » singulière (en mcf) fonction est rappelée :

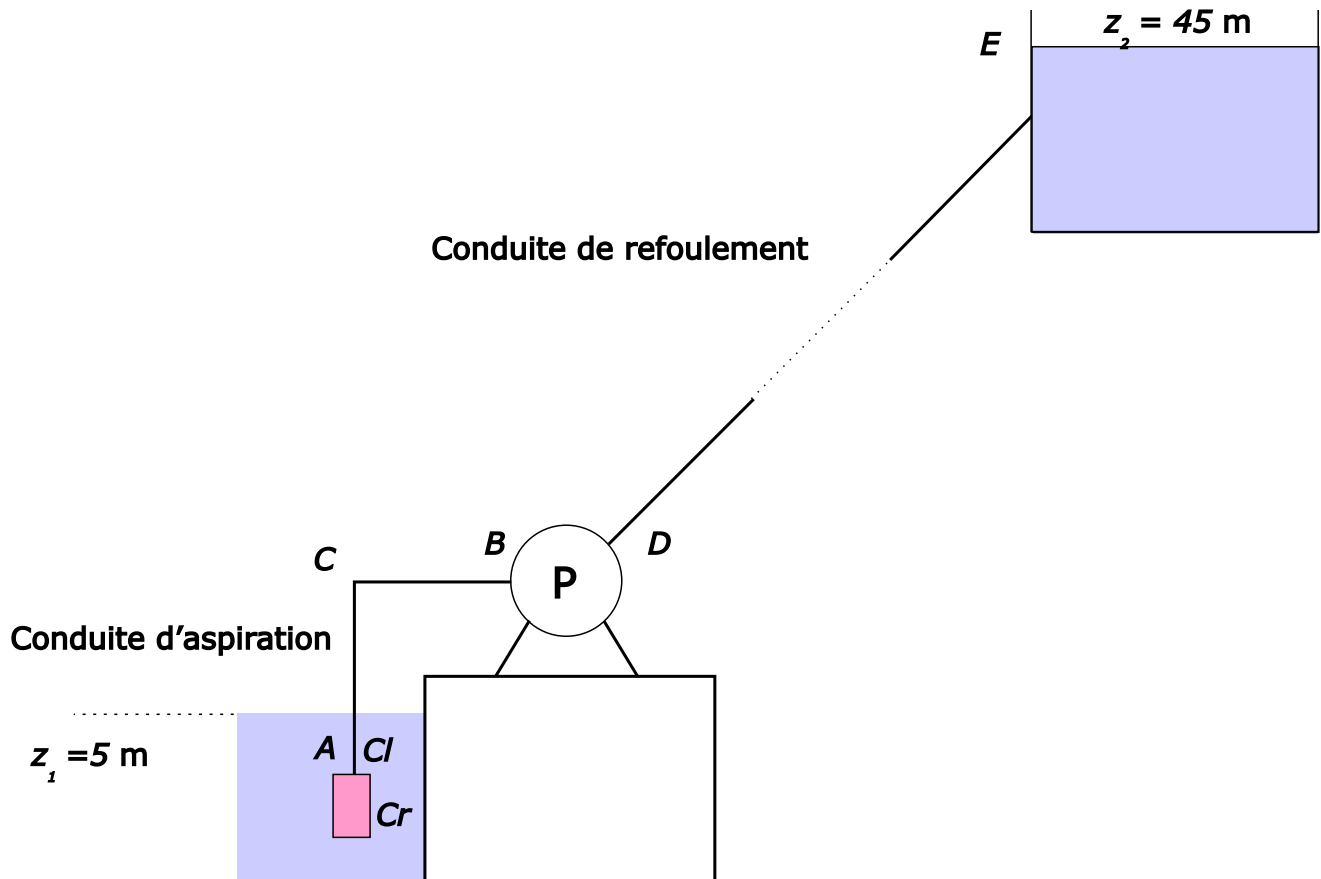
$$\Delta H = \zeta \cdot \left(\frac{v^2}{2 \cdot g} \right)$$

- L'expression de la puissance hydraulique de la pompe est donnée : $P = \rho \cdot g \cdot H_{MT} \cdot q_v$ avec H_{MT} la hauteur manométrique totale de la pompe.

Déterminer la puissance minimale nécessaire à fournir au fluide pour transférer l'eau du bassin amont au bassin aval – voir figure –.

Données du problème :

- conduite d'aspiration : longueur $l_a = 15$ m, diamètre $d_a = 125$ mm ;
- conduite de refoulement : longueur $l_r = 925$ m, diamètre $d_a = 80$ mm ;
- rugosité des conduites $\epsilon = 0,1$ mm ;
- singularités dans le circuit : crépine Cr : $\zeta = 3$, clapet Cl : $\zeta = 1,2$, coude C : $\zeta = 0,134$, élargissement brusque E : $\zeta = 1$;
- fluide : eau : $\rho = 1000$ kg.m⁻³, $\nu = 10^{-6}$ m².s⁻¹, débit volumique $q_v = 10$ l.s⁻¹



EXERCICE 3 : Maudites sondes de PITOT

Le premier juin 2009 à 2h14, l'A330 du vol « Rio -Paris » AF447 s'abîme en mer et les 228 occupants décèdent. Les débris flottants sont identifiés 5 jours après l'accident et les « boîtes noires » 23 mois plus tard.

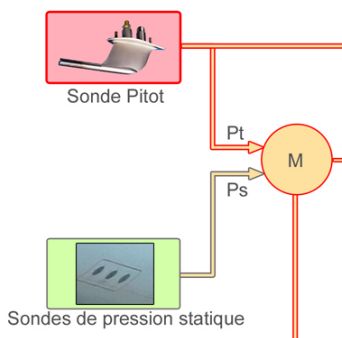
Une obstruction partielle des sondes de PITOT par des cristaux de glaces a été l'élément déclencheur : une mesure erronée de pression a entraîné une évaluation erronée de la vitesse de l'avion (en nombre de Mach) et du calcul de la limite de décrochage.

Ces sondes disposent pourtant d'un élément chauffant dégivrant (avec trou de purge) mais la concentration de cristaux était alors temporairement supérieure à la capacité d'antigivrage de la sonde. La chute « apparente » du Mach calculé et l'incohérence des informations ne peut pas durer plus de quelques minutes.

Extrait du rapport du BEA :

« L'obturation des sondes Pitot par cristaux de glace en croisière était un phénomène connu mais mal maîtrisé par la communauté aéronautique à l'époque de l'accident. D'un point de vue opérationnel, la perte totale des informations anémométriques qui en résulte était une défaillance répertoriée dans le modèle de sécurité. Après des réactions initiales relevant du « basic airmanship », elle était censée être diagnostiquée par les pilotes et gérée si besoin par des mesures conservatoires sur l'assiette et la poussée indiquées dans la procédure associée.

La survenue de la panne dans le contexte du vol en croisière a totalement surpris les pilotes du vol AF 447. Les apparentes difficultés de pilotage à haute altitude dans la turbulence ont entraîné un sur-pilotage en roulis et une brusque action à cabrer de la part du pilote. La déstabilisation résultante de la trajectoire ascendante et l'évolution de l'assiette et de la vitesse verticale se sont dès lors ajoutées aux indications de vitesse erronées et à des messages ECAM n'aidant pas au diagnostic. L'équipage, progressivement déstructuré, n'a vraisemblablement jamais compris qu'il était confronté à une « simple » perte des trois sources anémométriques. »



Si, dans le cas de ce type d'avion, les pressions statique et dynamique proviennent de sondes différentes, en aviation plus légère, on utilise des sondes à manomètre différentiel surnommées « badin » du nom de l'inventeur français Raoul Edouard BADIN (1879-1963).

L'anémomètre (badin)

Le dispositif utilisé pour déterminer la vitesse par rapport à l'air est appelé **badin** en France (figure 1). La vitesse de l'avion est généralement mesurée en nœuds. L'anémomètre donne la vitesse indiquée. Cette vitesse correspond à la « vitesse propre » à la pression de 1 013 hPa (au niveau de la mer en atmosphère standard) et à la température de 15 °C. La « vitesse propre » est la vitesse de l'avion par rapport à l'air environnant. Avec la baisse de la densité de l'air, la vitesse propre est supérieure à la vitesse indiquée (une approximation peut être faite en ajoutant 1 % par tranche de 600 pieds au-dessus de la surface isobare 1 013 hPa).



Figure 1 : anémomètre

A.1 Un avion vole au niveau de vol FL60, ce qui signifie qu'il vole à 6 000 pieds au-dessus de l'isobare 1 013 hPa. Le badin indique 150 kt. Quelle est alors sa vitesse vraie en km/h ?

Principe de fonctionnement de l'anémomètre

A.2 Rappeler le théorème de Bernoulli de la dynamique des fluides ainsi que les hypothèses sous-jacentes.

Unités couramment utilisées en aéronautique :

- Mille nautique (Nm) : 1 Nm = 1 852 m
- Nœud (kt) : 1 kt = 1 Nm / h
- Pied (ft) : 1 ft = 0,30 m

L'anémomètre est en fait un manomètre différentiel (tube de Pitot de la figure 2 placé sous le fuselage de l'avion) : il mesure la différence entre la pression totale P_t exercée par l'air entrant dans l'orifice avant au point A (somme de la pression au point B, P_s , dite « statique » et de la quantité $\frac{1}{2} \rho v^2$, dite pression « dynamique ») et la pression de l'orifice latéral au point B.

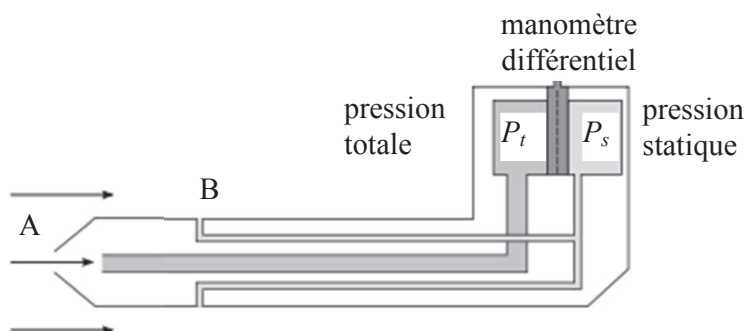


Figure 2 : tube de Pitot

- A.3** En utilisant le théorème de Bernoulli à l'air, relier P_A à P_B en notant V la vitesse de l'avion par rapport à l'air. A quelle condition sur V peut-on établir cette relation ? En déduire l'expression de la vitesse V en fonction de la pression totale P_t et de la pression statique P_s .

L'avion doit suivre une route vraie rectiligne d'une ville D vers une ville E. Les deux villes sont situées sur un même parallèle. La ville D est située à l'ouest de la ville E. Le vent souffle de manière uniforme du nord vers le sud avec une vitesse par rapport au sol de 20 kt (nœuds). La vitesse indiquée par le badin est de 100 kt.

- A.4** On appelle C_m (cap magnétique) l'angle que forme l'axe longitudinal de l'avion (dans le sens queue – nez) par rapport à la direction du Nord magnétique terrestre. L'avion étant entraîné par le vent, calculer numériquement cet angle C_m ainsi que la vitesse V_s de l'avion par rapport au sol. On pourra faire un schéma représentant la situation et on rappellera la loi de composition des vitesses.

EXERCICE 4 : Suivi spectrophotométrique de la décoloration de l'érythrosine par les ions hypochlorites (Banque PT 2016)

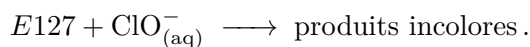
L'érythrosine B (E127) est un colorant azoïque apparenté à l'éosine et utilisé pour colorer les aliments ou pour teinter les préparations microscopiques et les médicaments. L'ensemble des manipulations est réalisé à 298 K.

On prépare dans quatre béchers les solutions listées figure 2 à partir d'une solution d'hypochlorite de sodium de concentration $C = 0,80 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$. À chacune de ces solutions, on ajoute à un instant pris comme origine des temps 10,0 mL d'une solution aqueuse d'érythrosine B (E127) de concentration $8,4 \cdot 10^{-6} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$. La concentration initiale en érythrosine B après mélange vaut donc $[E127]_0 = 2,8 \cdot 10^{-6} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

Solution n°	1	2	3	4
Solution d'hypochlorite (mL)	3,0	6,0	9,0	12,0
Eau distillée (mL)	17,0	14,0	11,0	8,0

Figure 2 – Tableau récapitulatif des solutions préparées.

On suit alors l'évolution temporelle de l'absorbance à 530 nm, longueur d'onde à laquelle on considère que seul le colorant azoïque absorbe. La décoloration de la solution est due à la réaction supposée totale d'équation



Connaissant le coefficient d'absorption molaire de l'érythrosine B $\varepsilon = 8,2 \cdot 10^4 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{cm}^{-1}$ à cette longueur d'onde, on détermine l'évolution temporelle de la concentration en érythrosine B.

On suppose que la loi de vitesse s'écrit sous la forme

$$v = k[E127]^\alpha [\text{ClO}^-]^\beta.$$

- 1 - En comparant les concentrations initiales de réactifs, proposer une expression simplifiée de la loi de vitesse. On note k_{app} la constante de vitesse apparente.
- 2 - Dans l'hypothèse où $\alpha = 1$, écrire l'équation différentielle régissant l'évolution temporelle de la concentration en érythrosine B et donner sa solution.
- 3 - Dans l'hypothèse où $\alpha = 2$, écrire l'équation différentielle régissant l'évolution temporelle de la concentration en érythrosine B et donner sa solution.
- 4 - À partir des deux courbes de la figure 3, obtenues pour la solution 1, déterminer la valeur probable de α . En déduire la valeur de la constante de vitesse apparente $k_{app,1}$ à 298 K en précisant l'unité choisie.

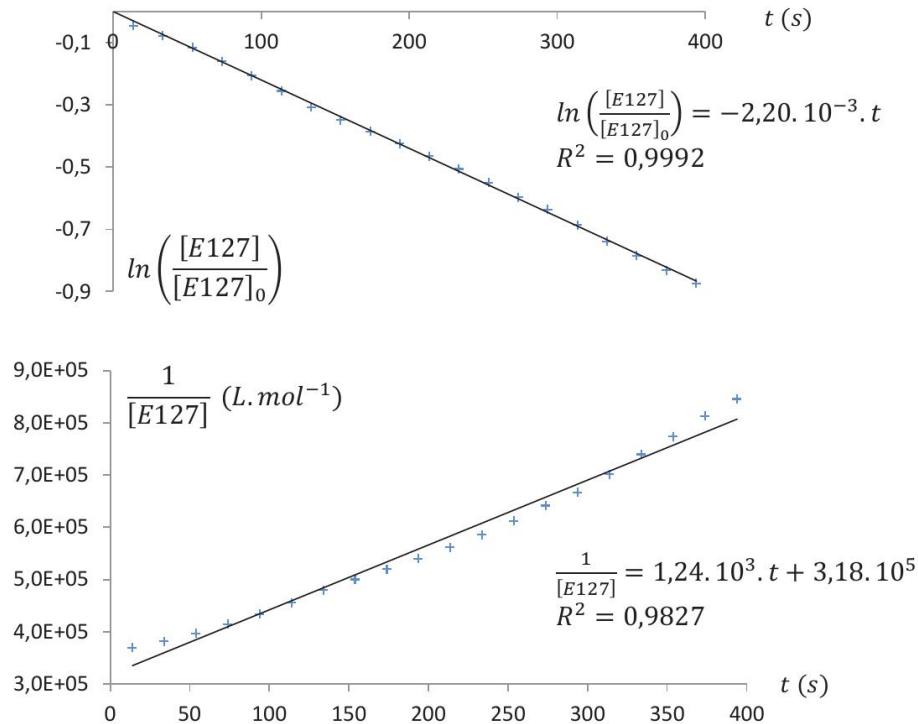


Figure 3 – Suivi cinétique de la décoloration de l'érythrosine. Courbes obtenues à partir de la solution 1.

On exploite de même les résultats des manipulations 1 à 4, voir figure 4.

Solution n°	1	2	3	4
$[\text{ClO}^-]_0$ (mol · L ⁻¹)	0,0800	0,160	0,240	0,320
k_{app} (unité SI)	?	$4,40 \cdot 10^{-3}$	$6,60 \cdot 10^{-3}$	$8,80 \cdot 10^{-3}$

Figure 4 – Tableau récapitulatif des manipulations réalisées.

Pour une manipulation analogue correspondant à une concentration initiale en ions hypochlorite $[\text{ClO}^-]_0$ égale à 0,100 mol · L⁻¹, la constante de vitesse apparente exprimée en unité SI serait égale à $2,75 \cdot 10^{-3}$.

- 5 - Déterminer la valeur de l'ordre partiel β et la valeur de la constante de vitesse k à 298 K en précisant l'unité choisie.

EXERCICE 5 : Lambdamétrie

Un réseau de pas a est éclairé par un faisceau parallèle provenant d'une lampe au mercure. On isole tout d'abord la raie verte de longueur d'onde $\lambda_0 = 0,5461 \mu\text{m}$.

Le réseau est placé perpendiculairement au faisceau incident et l'on pointe, pour les différentes valeurs de l'ordre k du spectre.

Le résultat des mesures est indiqué dans le tableau suivant :

	k=1	k=2	k=3
θ	17°22'	36°41'	63°37'
θ'	17°24'	36°40'	63°40'

1. Ces mesures permettent-elles de vérifier que le réseau est bien perpendiculaire au faisceau incident ? Calculer le pas a du réseau puis le nombre de traits par millimètre.
2. On éclaire maintenant le réseau avec une raie bleue assez intense du spectre du mercure, de longueur d'onde inconnue λ_1 . Pour cette raie, dans le spectre du second ordre, $\theta = 32^\circ 31'$ et $\theta' = -32^\circ 34'$. Calculer λ_1 .