NOM :

PT Lycée Benjamin Franklin *le 3 Septembre 2021*

Interrogation de cours : Electricité de PTSI

1. Courant et charge électrique

a. Enoncer la loi des noeuds.

La somme algébrique des intensités de courant (comptés positives arrivant à 1 noeud) est nulle.

b. En quoi est-elle liée à la conservation de la charge électrique ?

1 noeud n'est pas ponctuel. La charge comprise entre les sections d'entrée et de sortie peut donc varier avec le bilan : $\frac{dQ}{dt} = \sum_{k=1}^{n} i_k$

La loi des noeuds est donc conditionnée à 1 charge Q constante.

c. Dans vos conditions expérimentales, vous affirmez souvent que l'intensité du courant est la même tout au long d'un fil conducteur. En quoi cette affirmation risque d'être incohérente avec celle d'une onde d'intensité i(x-c.t) dans un conducteur restant localement neutre (c étant la célérité de l'onde) ? Comment nomme-t-on les régimes dans lesquels cette affirmation restera tout de même une bonne approximation ?

le long d'1 fil se varie et donc en présence d'1 signal de courant $i(x-ct)$, au m̂ instant t on aura dans le cas général $i(x_1-ct) \neq i(x_2-ct)$. La charge comprise entre x_1 et x_2 est donc variable, ce qui est incohérent avec 1 conducteur restant localement neutre partout. On fait alors l'ARQS : Approximation des régimes quasi-stationnaires dans lequel le circuit est court devant la longueur caractéristique d'évolution des grandeurs ondulatoires (λ).

2. Comment définissez-vous la valeur efficace d'une tension électrique périodique ?

$$U_{eff} = U_{RMS} \equiv \sqrt{\frac{\int_0^T u^2(t)\,dt}{T}}$$

Root Mean Square.

u(t) étant la tension périodique et T sa périodicité.

3. Donner l'expression de l'énergie stockée dans un condensateur en fonction de la charge Q de son armature positive et de la tension U entre ses bornes.

$$\mathcal{E}(t) = \frac{1}{2} Q(t)\, U(t) \quad \left(= \frac{1}{2} C u^2(t) \text{ ou } = \frac{1}{2}\frac{q(t)^2}{C} \quad \text{car } C \equiv \frac{q(t)}{u(t)} \right)$$

4. Ecrire sans justification l'impédance complexe d'une circuit RLC série. Pour quelle fréquence, son impédance physique est-elle minimale ?

$\Rightarrow \underline{Z} = R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)$

$\Rightarrow$ impédance physique $Z = \frac{U_{eff}}{I_{eff}} = |\underline{Z}| = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$

$Z_{min} = R$ pour $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

NOM :

5. **On veut utiliser un filtre passe-haut du premier ordre comme « dérivateur » d'un signal périodique de fréquence fondamentale 1 kHz, quel ordre de grandeur de fréquence de coupure choisissez-vous ? Justifier**

L'opération de dérivation correspond en grandeurs complexes à 1 fonction de transfert de type : $\underline{H}_D = j\omega A_0$

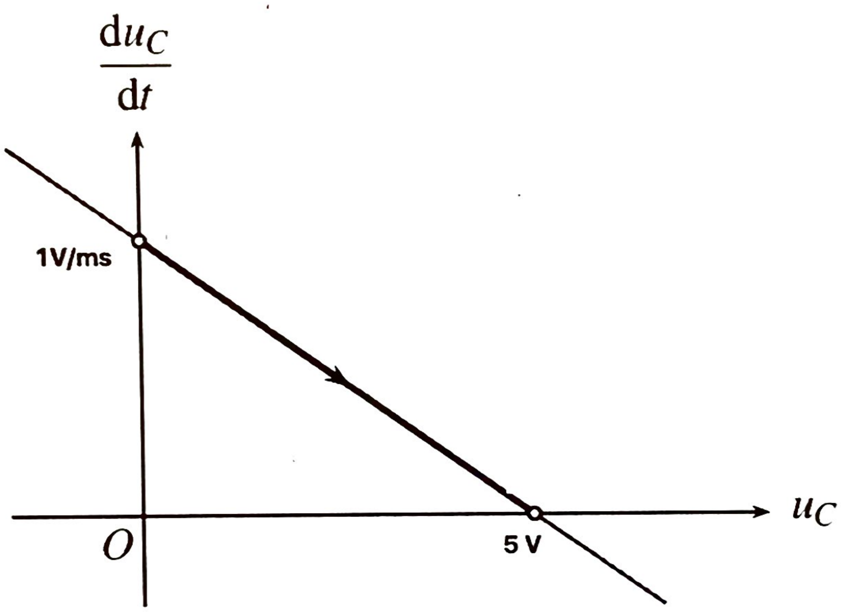
Or 1 filtre passe-~~haut~~ a pour fonction de transfert : $\underline{H}_{PH} = \dfrac{j\omega A_0}{1+j\frac{\omega}{\omega_0}}$

$\underline{H}_{PH} \simeq \underline{H}_D$ si $\omega \ll \omega_0$.

Toutes les fréquences du signal périodique doivent vérifier : $f \ll f_c = f_0$

On pourra choisir 1 fréquence de coupure $f \# 100$ kHz

6. **Le portrait (courbe) de phase d'une évolution de la tension aux bornes d'un condensateur est donné ci-dessous :**



Portrait de phase.

a. Justifier que l'évolution temporelle ne puisse se faire que dans ce sens.

$\frac{du_C}{dt} > 0$ pendant l'évolution donc $u_C \nearrow$

b. Quel type d'équation différentielle donne ce segment de droite ? Justifier

$\frac{du_C}{dt} = A - Bu_C$ (A et B > 0) $\Leftrightarrow \frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{\tau} = \frac{E}{\tau}$ avec $B = \frac{1}{\tau}$, $A = \frac{E}{\tau}$.

$\Rightarrow$ équation différentielle linéaire du premier ordre à coeff constants.

c. Que vaut le temps caractéristique de cette évolution ? Justifier

B est la valeur absolue de la pente négative : ici $B = \frac{1\,V/ms}{5\,V}$

et $\tau = \frac{1}{B} = \frac{5\,V}{1\,V/ms} = \underline{5\,ms}$

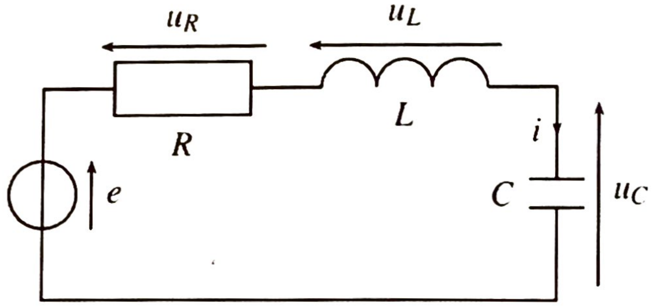
d. Au bout de combien de temps la tension du condensateur atteint-elle 5V ?

Au bout d'1 temps infini ! dans ce modèle mathématique.

On considère en physique le régime établi continu soit à 95% au bout de 3τ soit à 99% au bout de 5τ.

NOM :

7. Une forme canonique de l'équation différentielle gouvernant l'évolution de la tension aux bornes de ce condensateur est la suivante :



$$\frac{1}{\omega_0^2}\frac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t^2}+\frac{1}{Q\omega_0}\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+u_C(t)=e(t).$$

Figure 9.6 – Montage dont on étudie l'équation différentielle.

Déterminer les expressions de Q et ω_0 en fonction de R,L et C

Loi des mailles (ou loi des tensions) :

(1) $e(t) = u_R(t) + u_L(t) + u_C(t)$

avec les relations $u(i)$ des ≠ dipôles :

$u_R(t) = R\, i(t)$

$u_L(t) = L \frac{di}{dt}$

$u_C(t) = \frac{q(t)}{C} = \frac{\int i\, dt}{C}$

ainsi : $\frac{du_C}{dt} = \frac{i(t)}{C} = \frac{u_R(t)}{RC}$

$\frac{d^2u_C}{dt^2} = \frac{1}{C}\frac{di}{dt} = \frac{u_L(t)}{LC}$

(1) $\Rightarrow e(t) = RC\frac{du_C}{dt} + LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C(t)$.

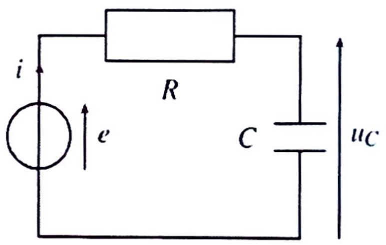
Par identification avec la forme canonique proposée : $\begin{cases} \frac{1}{\omega_0^2} = LC \\ \frac{1}{Q\omega_0} = RC \end{cases}$

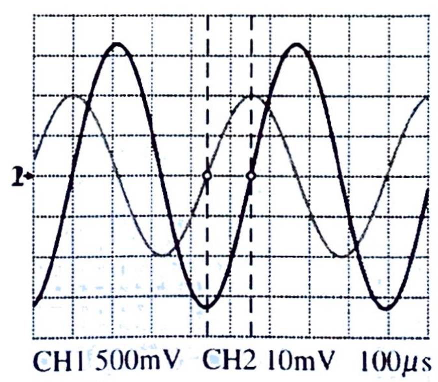
soit : $\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$

$\boxed{Q = \frac{1}{RC\omega_0} = \frac{1}{RC} \times \sqrt{LC} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}}$

8. Identifier les tensions sur chacune des voies et mesurer le retard (en degrés puis en radians) de la tension aux bornes du condensateur sur la tension du générateur. Comment nomme-t-on cette situation particulière ?

(Rq: C-C représente ici l'amplitude et non la valeur crête à crête)





voie 1 freq 2.2 kHz
voie 1 C−C 1.0 V
voie 2 C−C 32.9 mV
curseurs Δt 111 µs

NOM :

On observe 1 diviseur de tension puisque les dipôles sont en série.

En notation complexe : $\frac{\underline{u_c}}{\underline{e}} = \frac{1/jC\omega}{R+\frac{1}{jC\omega}} = \frac{1}{1+jRC\omega} = \frac{1}{1+j\frac{\omega}{\omega_0}}$ avec $\omega_0 = \frac{1}{RC}$

le gain linéaire vaut : $G(\omega) = |\underline{H}(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{\omega^2}{\omega_0^2}}}$

Ainsi l'amplitude aux bornes du condensateur est inférieure à celle du générateur. On peut ajouter que la tension aux bornes d'1 condensateur est en retard de $\frac{\pi}{2}$ sur l'intensité qui le traverse et donc sur $u_R(t)$ (la tension $e(t)$ étant aux bornes de l'ensemble RC est moins en retard sur $i(t)$) donc $u_C(t)$ est en retard sur $e(t)$.

en noir ... en gris.

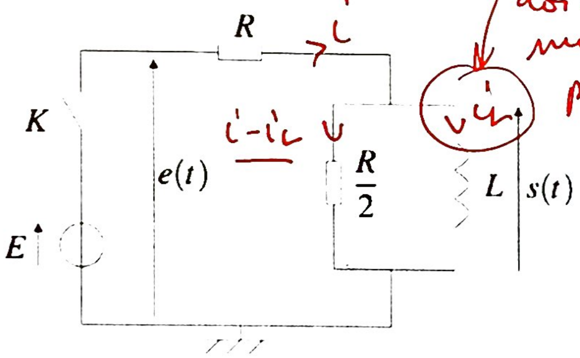
en radians : $\Delta\varphi = 2\pi\frac{\Delta t}{T} = 2\pi f\Delta t = 1,53$ rad

en degrés $\Delta\varphi = 360\times\frac{\Delta t}{T} = 88°$

⇒ presque 1 quadrature retard.

On considère dans le circuit représenté ci-dessous. A l'instant $t=0$, on ferme l'interrupteur K qui était ouvert depuis très longtemps.

1. L'intensité du courant i traversant la résistance R est-elle continue en $t=0$? Si non, donner ses valeurs en 0^- et en 0^+.



L'intensité traversant la bobine doit être continue donc rester nulle en 0^+. Or on aura pour $t=0^+$: $E = \frac{3R}{2}i(0^+)$

Il y a donc discontinuité de $i(t)$ puisque $i(0^-) = 0$ A

$\left(i(0^+) = \frac{2E}{3R}\right)$

2. Mêmes questions pour la tension s.

$s(0^-) = 0$ V puisque aucun courant ne passe dans $R/2$

et $t=0^+$ et comme aucun courant ne traverse la bobine (par continuité), on retrouve 1 pont diviseur de tension entre $R/2$ et l'ensemble $(R+R/2)$.

$\Rightarrow s(0^+) = \frac{R/2}{R+R/2}\,e(0^+)$, avec $e(0^+) = E$

$\Rightarrow \boxed{s(0^+) = \frac{E}{3}}$ V.

3. Que vaut $s(t)$ lorsque t tend vers l'infini ?

lorsque le régime est établi (continu) $\frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow s(\infty) = 0$ V !

(tout le courant passe par la bobine qui se comporte comme 1 court-circuit)

On peut aussi donner $\boxed{i(\infty) = \frac{E}{R}}$