Séance 4 de révisions : Thermique et thermodynamique (3/2)

INTERRO DE COURS

1. Enoncer complètement les deux premiers principes de thermodynamique appliqués à un système fermé.

2. Ecrire l'inégalité de Clausius pour un cycle ditherme.

3. Montrer qu'un moteur ditherme ne peut fonctionner que si le fluide reçoit de la chaleur de la source chaude et en fournit à la source froide.

4. Montrer que la variation d'enthalpie du système enfermé dans un calorimètre idéal est nulle si la transformation est monobare.

5. Enoncer les lois de Joule d'un gaz parfait.

6. Conditions d'application de la loi de Laplace ?

7. Définition de la résistance thermique. Application à un conducteur thermique homogène de section S et de longueur L parcouru par un flux variable dans le temps.

8. Equation de diffusion de la chaleur unidirectionnelle avec terme de création. (Enoncé, lois d'origine, estimation d'un temps de relaxation thermique)

9. Bilan enthalpique sur un système ouvert en régime permanent. (puis application au cas particulier d'un détendeur calorifugé sans pièces mobiles)

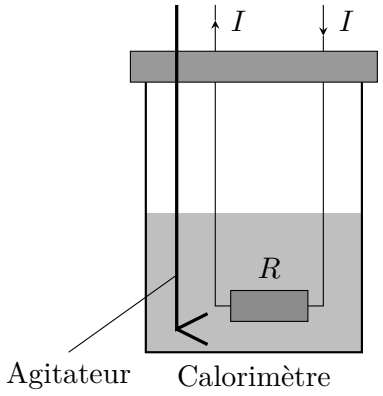
10. Théorème des moments (démonstration, utilisation)

11. Diagramme de Mollier. (coordonnées, allure de la courbe de saturation, isothermes et isobares)

EXERCICES D'APPLICATION

2 Étude d'un calorimètre

Un calorimètre est constitué d'une enceinte dans laquelle sont placés des accessoires comme un agitateur (A) et une résistance électrique R reliée à un circuit extérieur, permettant d'y faire circuler un courant électrique. On désigne par C la capacité thermique totale de ces accessoires. L'agitateur permet d'homogénéiser la température du contenu de l'enceinte qui sera notée θ (en °C).



Toutes les phases condensées seront supposées idéales. On néglige la capacité thermique de l'air enfermé dans le calorimètre devant celle de l'eau et des accessoires. On donne la capacité thermique massique de l'eau liquide, supposée constante :

$$c_{\text{eau}} = 4{,}18.10^3 \text{ J.K}^{-1}\text{.kg}^{-1}$$

Le calorimètre contient initialement une masse $m_1 = 95$ g d'eau liquide et le dispositif est en équilibre thermique à la température $\theta_1 = 20°\text{C}$.

1) On suppose dans un premier temps que le calorimètre est parfait, c'est à dire que ses parois sont adiabatiques. Aucun courant ne circule dans la résistance. Après avoir ajouté une masse $m_2 = 71$ g d'eau à la température $\theta_2 = 50°\text{C}$, on constate que la température finale du dispositif se stabilise à $\theta_F = 31{,}3$ °C.

À l'aide du premier principe, déterminer C en fonction m_1, m_2, θ_1, θ_2, θ_F et c_{eau}. En déduire la *valeur en eau* μ du calorimètre, définie par : $C = \mu\, c_{\text{eau}}$. Application numérique : calculer μ.

Le calorimètre est entièrement vidé de l'eau qu'il contient et on y introduit une masse $m_0 = 83$ g d'éthanol de capacité thermique massique c_0. À partir de $t = 0$, on fait circuler un courant électrique d'intensité I constante dans la résistance R dont la valeur est indépendante de la température.

2) Faire un bilan énergétique pendant l'intervalle de temps dt et en déduire l'équation différentielle vérifiée par $\theta(t)$.

3) On constate que la température s'est élevée de 9,2 °C au bout de $\tau = 120$ s. En déduire la capacité thermique massique c_0 de l'éthanol, sachant que $I = 1{,}40$ A et $R = 5{,}0\ \Omega$.

4) En fait, le calorimètre n'est pas parfait et il faut tenir compte des "fuites thermiques". Entre les instants t et $t + \text{d}t$ le contenu du calorimètre échange avec le milieu extérieur une chaleur δQ pouvant s'écrire : $\delta Q = -K(\theta - \theta_a)\,\text{d}t$, où K est une constante, θ la température dans l'enceinte à l'instant t et θ_a la température de l'atmosphère extérieure, supposée constante. On suppose qu'à $t = 0$, $\theta(0) = \theta_1 = 20$ °C.

Comment est modifiée l'équation différentielle du 2) ?

5) En déduire $\theta(t)$ et en donner une représentation schématique en fonction du temps. Quelle est la température limite atteinte par le contenu de l'enceinte ? Application numérique : $K = 0{,}48$ J.K^{-1}.s^{-1} et $\theta_a = 20$ °C.

3 Évolution de la température dans un mur

On considère un mur de très grande épaisseur qu'on assimilera à un milieu semi-infini occupant le demi-espace $x > 0$. ce mur est constitué d'un matériau de conductivité thermique λ, de masse volumique ρ et de capacité thermique massique c. On introduit la *diffusivité thermique* D de ce matériau, définie par :

$$D = \frac{\lambda}{\rho c}$$

On ne considère que la seule variable d'espace x et on suppose qu'en $x = 0$, la température est de la forme $\mathrm{T}(0,t) = \mathrm{T}_0 + \Delta\mathrm{T}\cos(\omega t)$. On notera $\mathrm{T}(x,t)$ la température à une profondeur x dans le mur et $j(x,t)$ la densité de courant thermique associée.

1) À l'aide d'un bilan énergétique sur une tranche élémentaire de section S et située entre x et $x + \mathrm{d}x$, déterminer l'équation aux dérivées partielles vérifiée par la température $\theta(x,t) = \mathrm{T}(x,t) - \mathrm{T}_0$.

2) On pose $\theta(x,t) = Re[\,\underline{\Theta}(x)\,e^{i\omega t}\,]$ où $\underline{\Theta}(x)$ est une fonction à valeur complexe de la variable réelle x à déterminer.

a) Établir l'équation différentielle vérifiée par $\underline{\Theta}(x)$.

b) Montrer que la solution générale est :

$$\underline{\Theta}(x) = \underline{A}\,e^{-(1+i)\,x/\delta} + \underline{B}\,e^{+(1+i)\,x/\delta}$$

où δ est une constante à déterminer en fonction de ω et D et où $\underline{A}$ et $\underline{B}$ sont deux constantes complexes. Quelle est la dimension de δ ?

c) Compte tenu des conditions aux limites, déterminer les constantes $\underline{A}$ et $\underline{B}$ et en déduire la température $\theta(x,t)$ à l'intérieur du mur.

3) On applique le modèle précédent à l'étude de l'évolution journalière de la température dans le mur. On a relevé les amplitudes des oscillations de températures à différentes profondeurs :

profondeur (cm)	0	12	20	30
amplitude (°C)	14,0	12,2	11,1	9,9

En déduire la valeur numérique du coefficient de diffusion thermique D du mur.

4 Moteur thermique

Une mole d'air décrit un cycle moteur 1-2-3-4-5-1 totalement *réversible*.

Dans l'état 1 : $T_1 = 300$ K et $P_1 = 1{,}0$ bar.
$1 \longrightarrow 2$: compression adiabatique avec $V_2 = V_1/10$;
$2 \longrightarrow 3$: échauffement isochore avec $T_3 = 1\,190$ K ;
$3 \longrightarrow 4$: échauffement isobare et $T_4 = 1\,500$ K ;
$4 \longrightarrow 5$: détente adiabatique ;
$5 \longrightarrow 1$: refroidissement isochore.

On supposera que l'air est un gaz parfait d'exposant adiabatique $\gamma = 1{,}40$ constant. On donne la constante des gaz parfait : $R = 8{,}31$ J.K^{-1}.mol^{-1}.

1) Déterminer en les justifiant les températures, volumes et pressions en chaque point du cycle. Pour chaque grandeur d'état, on fera un calcul littéral et on rangera les valeurs numériques dans un tableau de la forme :

État	1	2	3	4	5
T (en K)	300		1190	1500	
P (en bar)	1,0				
V (en L)					

2) Représenter ce cycle dans un diagramme de Clapeyron.

3) On appelle :

Q_1 la chaleur reçue par le gaz au cours d'un cycle : $Q_1 > 0$.

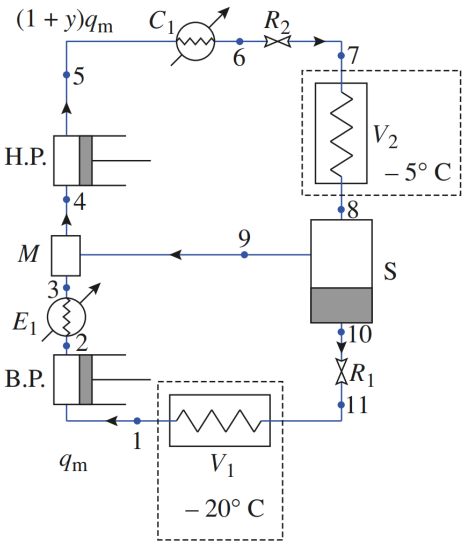
Q_2 la chaleur cédée par ce gaz au cours d'un cycle : $Q_2 < 0$.

Déterminer Q_1 et Q_2. On fera un calcul littéral puis on en donnera les valeurs numériques.

4) Quel est le rendement r de ce moteur ? Application numérique : calculer r. Comparer au rendement d'un moteur di-therme réversible fonctionnant entre deux sources de chaleur de température T_1 et T_4.

2. Machine frigorifique à ammoniac (**)

On étudie une machine frigorifique à ammoniac qui permet de refroidir simultanément deux sources dont les températures sont différentes. La machine comporte deux étages, chacun d'eux comprenant un compresseur, un refroidisseur intermédiaire (noté E ou C), un détendeur R, et un évaporateur V. Les détendeurs et les compresseurs sont supposés parfaitement calorifugés. Les refroidisseurs et les évaporateurs sont isobares. Les deux étages communiquent par un séparateur S et un mélangeur M, qui sont isobares et parfaitement calorifugés. La figure ci-contre montre le schéma du dispositif. Les flèches bleues y indiquent le sens de parcours du fluide dans les divers organes de la machine.



Les températures des deux sources froides sont respectivement égales à $-5°C$ et $-20°C$

Le débit massique est égal à q dans l'étage de basse pression, il est égal à $(1+y)q$ dans l'étage haute pression. Le premier effet frigorifique s'effectue à $-20°C$ dans l'évaporateur V_1, où la vaporisation est totale, le second à $-5°C$ dans l'évaporateur V_2, où la vaporisation est partielle. Le cahier des charges du dispositif prévoit l'absorption d'une puissance thermique $P_{qh} = 58,0kW$ à $-5°C$ et d'une puissance thermique $P_{qb} = 23,4kW$ à $-20°C$.

On pose $a = \frac{P_{qh}}{P_{qb}}$

(a) Sachant que le refroidisseur E_1, le mélangeur M, le séparateur S, et l'évaporateur V_2 sont isobares, quelle est la pression aux états 2, 3, 4, 9 et 8 ?

(b) Calculer les variations d'enthalpie massique de vaporisation à $-5°C$ et $-20°C$, respectivement $l_{vap}(-5°C)$ et $l_{vap}(-20°C)$

(c) Calculer les titres massiques en vapeur x_7 et x_{11} dans les états 7 et 11

(d) On extrait du séparateur S la vapeur saturante sèche (état 9) et le liquide (état 10) du mélange liquide-vapeur de l'état 8.

Exprimer la relation entre y et x_8, titre massique en vapeur dans l'état 8

(e) Exprimer a en fonction de $l_{vap}(-5°C)$, $l_{vap}(-20°C)$, x_8, x_7 et x_{11}

(f) En déduire les valeurs numériques de x_8 et y ainsi que l'enthalpie massique h_8

(g) Calculer l'enthalpie massique h_4 dans l'état 4

(h) Exprimer le débit massique q en fonction de P_{qb}, h_1 et h_{11}. Calculer numériquement q.

(i) Calculer la puissance mécanique totale P_m mise en jeu dans les compresseurs ainsi que le coefficient d'efficacité global de l'installation, $\eta = \frac{P_{qb}+P_{qh}}{P_m}$

(j) Tracer les cycles H.P. et B.P. dans le diagramme (P, h)

Extrait de la table de vapeur

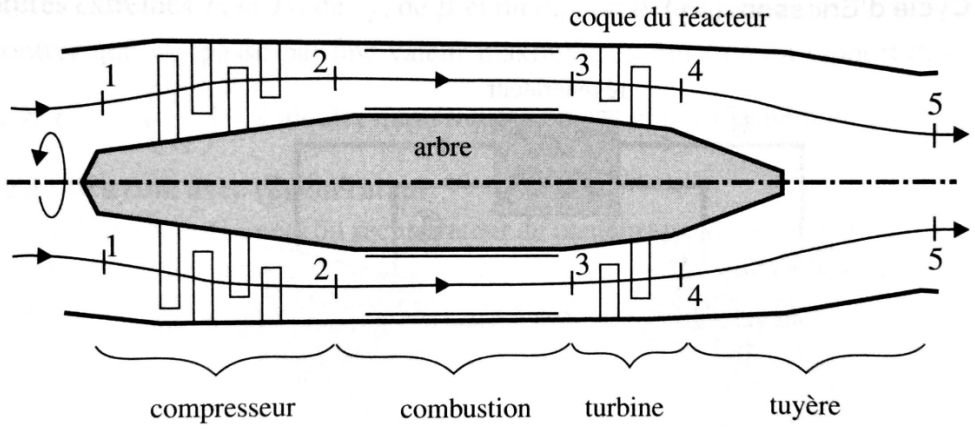
t(°C)	P_S(Pa)	h_l (kJ.kg^{-1})	h_g (kJ.kg^{-1})
– 20	1,902 10^5	326,7	1653,0
– 5	3,459 10^5	395,0	1672,6
20	8,572 10^5	511,5	1705,4

Données :

- état 1 : vapeur saturant sèche à $-20°C$
- état 2 : vapeur surchauffée à P_2, $h_2 = 1740kJ.kg^{-1}$
- état 3 : $t_3 = -20°C$; $h_3 = 1730kJ.kg^{-1}$
- état 4 :
- état 5 : $h_5 = 1820kJ.kg^{-1}$
- état 6 : liquide saturant à $t_6 = -20°C$
- état 7 : $t_7 = -5°C$
- état 8 : mélange liquide-vapeur (vapeur humide) à $-5°C$, titre massique en vapeur x_8
- état 9 : vapeur saturante sèche à $-5°C$
- état 10 : liquide saturant à $-5°C$
- état 11 : $t_{11} = -20°C$

2. **Turboréacteur** (*)

Le turboréacteur est un système de propulsion essentiellement utilisé pour les avions. La poussée résulte de l'accélération de l'air entre l'entrée (manche à air) et la sortie (tuyère), par la combustion d'un carburant, généralement du kérosène, dans l'oxygène de l'air. Une partie de l'énergie produite est récupérée par une turbine qui sert à faire tourner le compresseur au niveau de l'entrée d'air.



On fait les hypothèses de travail suivantes :

- L'air est considéré comme un gaz parfait de constante énergétique $\gamma = \frac{c_P}{c_V} = 1,4$, sa capacité thermique à pression constante est $c_P = 1,00\ \text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.
- L'écoulement d'air est supposé unidimensionnel et le régime est permanent.
- Les variations d'énergie potentielle sont négligées.
- L'énergie cinétique de l'air est négligée sauf, ben sûr, à la sortie de la tuyère.
- Les évolutions dans le compresseur, la turbine et la tuyère sont isentropiques.
- L'évolution dans la chambre de combustion est isobare.

– Les particularités de l'air, notamment sa composition, son débit massique D_m et ses caractéristiques énergétiques c_P et γ, ne sont pas perturbées par la combustion : le mélange gazeux au cours de l'écoulement (avant et après la combustion) est assimilé à l'air.
– Le pouvoir thermique massique du carburant utilisé (kérosène) dans la chambre de combustion est : $\rho_k = 50.10^6\ \mathrm{J \cdot kg^{-1}}$.

Les caractéristiques de l'écoulement de l'air dans le turboréacteur sont :

- ❑ Étape $1 \to 2$: l'air ambiant ($T_1 = 300\ \mathrm{K}$, $P_1 = 1\ \mathrm{bar}$) est aspiré et comprimé par le compresseur, de taux de compression $\tau = \dfrac{P_2}{P_1} = 10,0$; puis cet air pénètre à la température T_2 et sous la pression P_2 dans la chambre de combustion où le carburant est injecté.
- ❑ Étape $2 \to 3$: grâce à la combustion du kérosène, l'air subit un réchauffement isobare ($P_3 = P_2$) jusqu'à la température $T_3 = 1200\ \mathrm{K}$.
- ❑ Étape $3 \to 4$: le mélange gazeux se détend partiellement dans la turbine
- ❑ Étape $4 \to 5$: les gaz sont admis dans la tuyère, conduite de section variable, où leur détente se poursuit jusqu'à la pression ambiante $P_5 = P_1 = 1,00\ \mathrm{bar}$.

Le débit massique de l'air aspiré (et aussi de l'air refoulé) par le turboréacteur vaut $D_m = 50,0\ \mathrm{kg \cdot s^{-1}}$.

(a) Établir les expressions littérales :
   i. de la température T_2 à la sortie du compresseur (donc à l'entrée de la chambre de combustion) ;
   ii. du travail massique utile $w_{u,1\to2}$ mis en jeu dans le compresseur.

(b) Le travail utile massique au niveau du compresseur vaut $w_{u,1\to2} = 279\ \mathrm{kJ \cdot kg^{-1}}$. En exploitant cette dernière donnée :
   i. déterminer la valeur numérique de la température T_2 ;
   ii. même question pour la température T_4 à la sortie de la turbine.

(c) Exprimer littéralement, puis numériquement :
   i. la pression P_4 à la sortie de la turbine ;
   ii. la température T_5 à la sortie de la tuyère.

(d) Par définition, la puissance cinétique du turboréacteur est : $\mathcal{P}_{\mathrm{cin}} = D_m e_{c,5}$, où $e_{c,5}$ est l'énergie cinétique massique à la sortie du turbocompresseur.
   i. Exprimer $\mathcal{P}_{\mathrm{cin}}$ en fonction de T_4 et T_5.
   ii. La calculer numériquement.

(e) Le rendement thermique du turboréacteur est par définition : $\eta_{\mathrm{th}} = \dfrac{\mathcal{P}_{\mathrm{cin}}}{\mathcal{P}_{\mathrm{th}}}$, où $\mathcal{P}_{\mathrm{th}}$ est la puissance thermique reçue par l'air dans la chambre de combustion.
   i. Exprimer η_{th} sous la forme d'un rapport de différences de températures.
   ii. Calculer numériquement η_{th}.

(f) Calculer le débit massique D_k du kérosène consommé dans le turboréacteur.