Séance 5 de révisions : Mécanique des fluides (3/2)

INTERRO DE COURS

1. Relation fondamentale de la statique des fluides dans l'unique champ de pesanteur uniforme. Application à un fluide homogène incompressible.

2. Expression de l'évolution de la pression avec l'altitude dans un modèle d'atmosphère gaz parfait isotherme.

3. Poussée d'Archimède : énoncé du théorème d'Archimède, expression de la résultante par une intégrale double sur la surface frontière de l'objet puis par une intégrale triple sur le volume occupé par l'objet.

4. Expression de la résultante horizontale des forces de pression sur un barrage voute modélisé par une hauteur h d'eau (masse volumique ρ) et un arc hémicylindrique de rayon R.

5. Enoncer la relation de Bernoulli avec les conditions d'utilisations.

6. Définition de la perte de charge d'un fluide réel lors de son écoulement entre deux sections successives A et B d'un tube de courant. Quels grandeurs caractéristiques de l'écoulement et de la conduite permettent une évaluation empirique de cette perte de charge ? Quand parle-t-on de perte de charge singulière ?

7. Expression et interprétation du nombre de Reynolds.

8. Définition de la couche limite.

9. Définition d'un écoulement laminaire et d'un écoulement turbulent.

10. Quelle relation locale vérifie le champ vectoriel des vitesses si l'écoulement est potentiel ? Et s'il est incompressible ?

11. Ordre de grandeur de la taille d'une particule mésocopique « infinitésimale » : pour l'eau ? Pour l'air ?

EXERCICES D'APPLICATION

Exercice 1

I.1 Vérification des niveaux

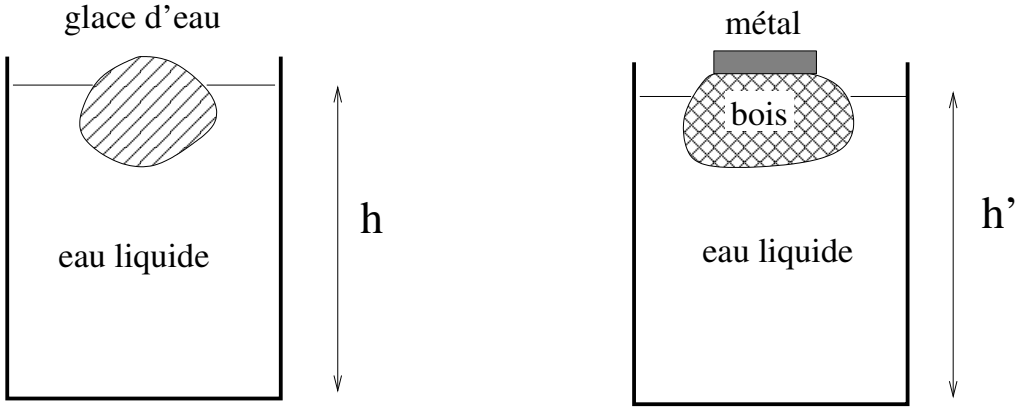

Figure I.1

- **I.1.1** Un glaçon d'eau solide, à 0°C, flotte dans un verre d'eau à la même température (Figure I.1 à gauche). La fonte du glaçon s'accompagne-t-elle d'une variation du niveau *h* de l'eau dans le verre ? On néglige la masse volumique de l'air devant celle de l'eau.

- **I.1.2** Un morceau de bois flotte dans un verre d'eau (Figure I.1 à droite). Sur le morceau de bois est posée une pièce métallique. La pièce métallique glisse au fond du verre. Ce mouvement s'accompagne-t-il d'une variation du niveau h' de l'eau dans le verre ?

Exercice 2

Unités couramment utilisées en aéronautique :

- Mille nautique (Nm) : 1 Nm = 1 852 m
- Nœud (kt) : 1 kt = 1 Nm / h
- Pied (ft) : 1 ft = 0,30 m

L'anémomètre (badin)

Le dispositif utilisé pour déterminer la vitesse par rapport à l'air est appelé **badin** en France (figure 1). La vitesse de l'avion est généralement mesurée en nœuds. L'anémomètre donne la vitesse indiquée . Cette vitesse correspond à la « vitesse propre » à la pression de 1 013 hPa (au niveau de la mer en atmosphère standard) et à la température de 15 °C. La « vitesse propre » est la vitesse de l'avion par rapport à l'air environnant. Avec la baisse de la densité de l'air, la vitesse propre est supérieure à la vitesse indiquée (une approximation peut être faite en ajoutant 1 % par tranche de 600 pieds au-dessus de la surface isobare 1 013 hPa).

Figure 1 : anémomètre

A.1 Un avion vole au niveau de vol FL60, ce qui signifie qu'il vole à 6 000 pieds au-dessus de l'isobare 1 013 hPa. Le badin indique 150 kt. Quelle est alors sa vitesse vraie en km/h ?

Principe de fonctionnement de l'anémomètre

A.2 Rappeler le théorème de Bernoulli de la dynamique des fluides ainsi que les hypothèses sous-jacentes.

L'anémomètre est en fait un manomètre différentiel (tube de Pitot de la figure 2 placé sous le fuselage de l'avion) : il mesure la différence entre la pression totale P_t exercée par l'air entrant dans l'orifice avant au point A (somme de la pression au point B, P_s, dite « statique » et de la quantité $\frac{1}{2}\rho v^2$, dite pression « dynamique ») et la pression de l'orifice latéral au point B.

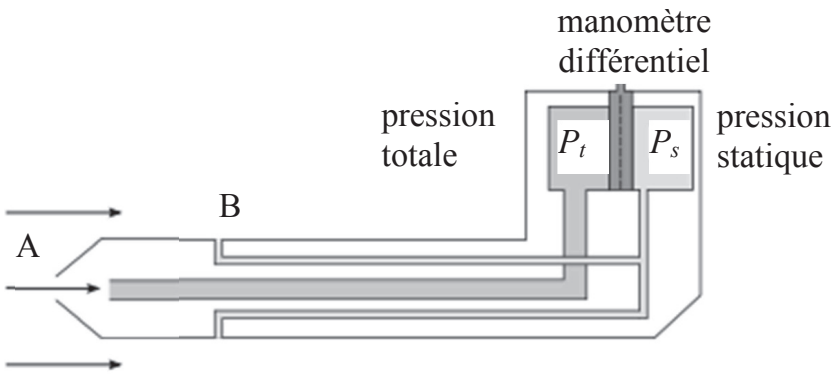

Figure 2 : tube de Pitot

A.3 En utilisant le théorème de Bernoulli à l'air, relier P_A à P_B en notant V la vitesse de l'avion par rapport à l'air. A quelle condition sur V peut-on établir cette relation ? En déduire l'expression de la vitesse V en fonction de la pression totale P_t et de la pression statique P_s.

L'avion doit suivre une route vraie rectiligne d'une ville D vers une ville E. Les deux villes sont situées sur un même parallèle. La ville D est située à l'ouest de la ville E. Le vent souffle de manière uniforme du nord vers le sud avec une vitesse par rapport au sol de 20 kt (nœuds). La vitesse indiquée par le badin est de 100 kt.

A.4 On appelle C_m (cap magnétique) l'angle que forme l'axe longitudinal de l'avion (dans le sens queue – nez) par rapport à la direction du Nord magnétique terrestre. L'avion étant entrainé par le vent, calculer numériquement cet angle C_m ainsi que la vitesse V_S de l'avion par rapport au sol. On pourra faire un schéma représentant la situation et on rappellera la loi de composition des vitesses.

Exercice 3

On étudie le principe de fonctionnement d'une microcentrale hydraulique. Ce type de centrale permet une production souple et une adaptation rapide en période de pointe.

La centrale est alimentée par une conduite d'eau cylindrique de diamètre constant D, dite *conduite forcée*, issue du barrage (Fig. 1). La capacité de ce barrage est suffisamment importante pour que l'on considère l'eau qu'il contient comme immobile. L'extrémité aval de la conduite, notée A, est reliée à une tubulure de section décroissante, appelée *injecteur*.

L'axe vertical repérant l'altitude z est orienté vers le haut. L'altitude du point A est, par convention, nulle ; on note H la dénivellation entre la surface libre de l'eau et l'axe de l'injecteur et h la différence de niveau entre l'entrée de la conduite et la sortie, en A (la différence de niveau entre la surface libre et l'entrée de la conduite est donc $h' = H - h$). L'eau est considérée comme un fluide parfait, incompressible et de masse volumique μ ; elle sort de l'injecteur à l'air libre, sous la pression atmosphérique P_0, supposée indépendante de l'altitude. Le jet est cylindrique d'axe horizontal et de section circulaire de diamètre D dans la conduite puis d dans l'injecteur. Ce jet frappe la turbine et l'anime d'un mouvement de rotation. On considère les écoulements comme permanents et irrotationnels. On néglige tout frottement. On néglige les variations avec l'altitude de l'accélération de la pesanteur g.

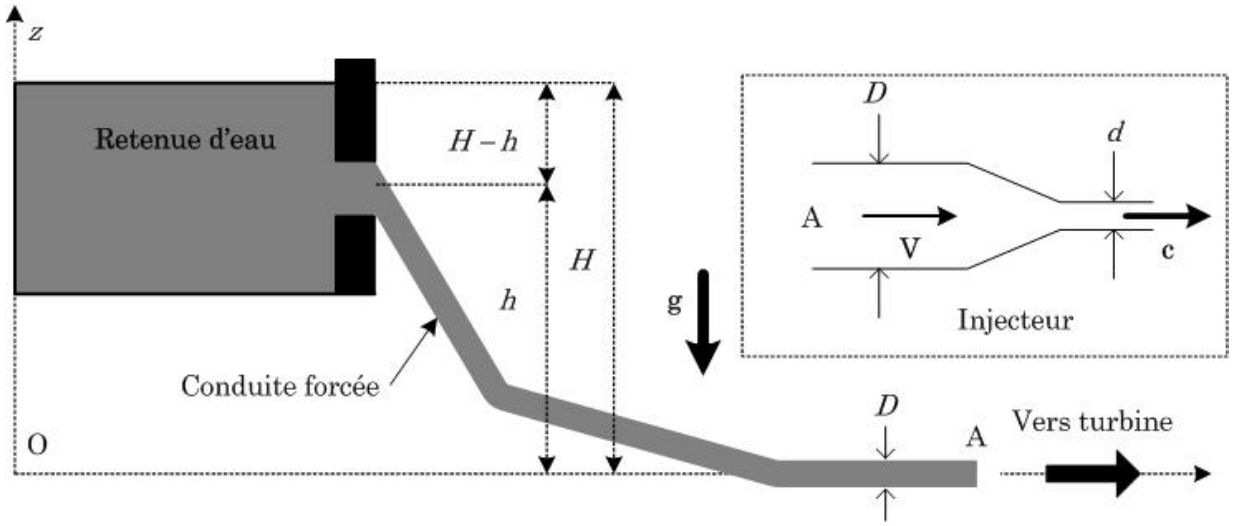

Fig. 1 - Retenue et conduite forcée pour installation hydroélectrique. L'injecteur, en A, est schématisé dans le rectangle en pointillés.

Données : $P_0 = 10^5$ Pa , $g = 10$ m.s^{-2}, $D = 60$ cm , $H = 300$ m et $\mu = 10^3$ kg.m^{-3}.

I – Conduite forcée

❑ **1** – Dans cette question — et dans cette question seulement — on suppose que l'extrémité aval de la conduite n'est pas reliée à l'injecteur ; l'eau sort à l'air libre au point A. En justifiant l'utilisation de la relation de Bernoulli entre le point A et un point quelconque de la canalisation et en considérant la conservation du débit, exprimer la pression $P_1(z)$ à l'intérieur de la conduite sous la forme

$$P_1(z) = P_0\left(1 - \frac{z}{z_0}\right), \text{ avec } z_0 = \frac{P_0}{\mu g}.$$

Calculer z_0.

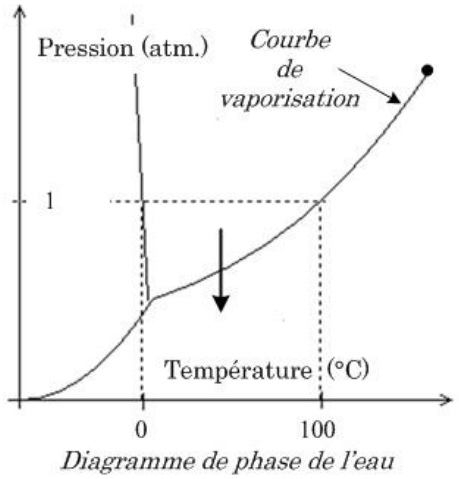

Diagramme de phase de l'eau

La pression de vapeur saturante de l'eau à la température ambiante est $P_{sat} \approx 3 \times 10^3$ Pa.

Montrer qu'au-delà d'une certaine altitude, à préciser, ce modèle de pression n'est plus applicable. Le phénomène qui intervient alors (cavitation) engendre toutes sortes de perturbation (attaque des matériaux, bruits …).

❑ **2** – Pour pallier cet inconvénient, on visse en A sur la partie finale horizontale de la conduite un injecteur (encart de la Fig. 1) de section décroissante et de diamètre de sortie $d < D$. Montrer que la vitesse en sortie de l'injecteur, notée c, est $c = \sqrt{2gH}$ (relation de Torricelli). Calculer c.

Établir que la vitesse en A est $V = \left(\frac{d}{D}\right)^2 \sqrt{2gH}$.

❑ **3** – Exprimer la pression $P_2(z)$ à l'intérieur de la conduite munie d'injecteur. On admet que l'entrée de la conduite est pratiquement à l'altitude H. Montrer que les phénomènes de cavitation disparaissent dans toute la conduite si d est inférieur à un certain d_0 dont on établira l'expression en fonction de D, P_0, H, g et μ. Vérifier que $d_0 \approx 26$ cm.

❑ **4** – Le diamètre de sortie de l'injecteur est $d = 12$ cm. La vitesse du jet mesurée en sortie de l'injecteur est $c' = 74\ \text{m.s}^{-1}$. A quelle dénivellation, notée H', cette vitesse correspondrait-elle ? Exprimer et calculer le *coefficient de contraction* $C_c = \frac{H'}{H}$. Donner quelques raisons de l'écart à l'unité de ce coefficient.

❑ **5** – Exprimer et calculer le débit volumique q de l'injecteur *sans pertes*, puis le débit massique D_m (en litres par seconde) en fonction de d, de c et de μ. Exprimer et calculer la puissance cinétique *réelle* P_c du jet en sortie (énergie cinétique par unité de temps, pour la vitesse de sortie c' et le débit associé q').

❑ **6** – Justifier que l'on nomme *puissance potentielle* la quantité $P_{pot} = \mu qgH$. Exprimer et calculer le rendement de la conduite $\eta = \frac{P_c}{P_{pot}}$ en fonction de C_c.