TD Ec2-2 : Oscillateurs électroniques

EXERCICE 1 : ALI en rétroaction

Un amplificateur linéaire intégré (ALI) peut être considéré comme un amplificateur précédé d'un comparateur (voir figure 7.2.1). Le potentiel de sortie ε du comparateur est égal à la différence entre les potentiels de son entrée « + » et de son entrée « − ». Dans sa plage de fonctionnement linéaire, la partie amplificatrice a un comportement de filtre passe-bas d'ordre 1. On note $\tau \simeq 3 \cdot 10^{-2}$ s son temps de réponse et $\mu_0 \simeq 10^5$ son gain statique,

$$\tau \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} + s = \mu_0 \, \varepsilon \, . \qquad (7.2.1)$$

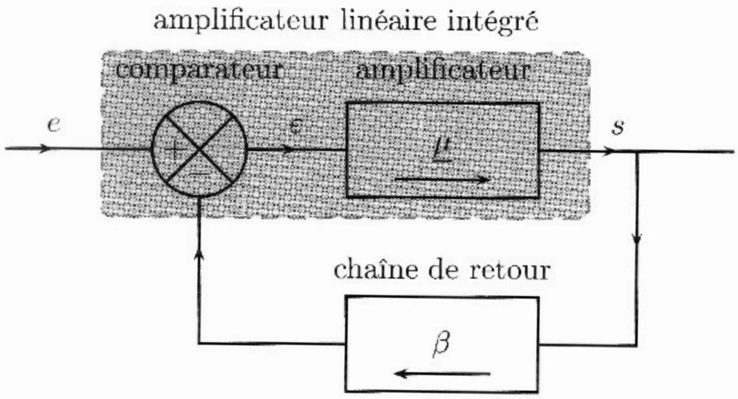


FIG. 7.2.1. Système bouclé.

On note e la valeur du potentiel d'entrée (entrée « + » du comparateur). Dans les montages fonctionnant en régime linéaire, l'ALI est utilisé avec une boucle de retour unidirectionnelle de fonction de transfert $\underline{\beta}$.

1. Que se passerait-il s'il n'y avait pas de boucle de rétroaction ?

2. La boucle de rétroaction est désormais présente dans le montage. On suppose que $\beta \in \mathbb{R}^+$. Établir la relation entrée-sortie du système bouclé (équation différentielle liant e et s) et discuter la stabilité du montage. Donner le temps de réponse τ' et le gain statique μ_{stat} du système bouclé. Conclure sur les avantages de la boucle de rétroaction.

3. Donner l'expression de la fonction de transfert complexe $\underline{H} = \frac{\underline{s}}{\underline{e}}$ du système bouclé. Définir le gain G_0 statique et la bande passante $\Delta\omega$ du système bouclé.

Que dire du « produit gain × bande passante » $G_0 \times \Delta\omega$?

4. On suppose que la boucle de rétroaction est caractérisée par la fonction de transfert $\underline{\beta} = \frac{\omega_1}{\mathrm{j}\omega}$, où ω_1 est une constante positive. De quel type de filtre s'agit-il ? Le système bouclé est-il stable ? Le produit gain × bande passante est-il simple à exprimer ?

EXERCICE 2 : Oscillateur quasi-sinusoïdal

On considère le montage amplificateur non inverseur de la figure 7.3.1, dans lequel l'amplificateur linéaire intégré (ALI) a, en régime linéaire, un comportement de filtre passe-bas d'ordre 1 caractérisé par la fonction de transfert

$$\underline{\mu}(j\omega) = \frac{\underline{V_s}}{\underline{\varepsilon}} = \frac{\mu_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}} ,$$

où $j^2 = -1$, $\mu_0 \simeq 10^5$ et $\omega_0 \simeq 2 \cdot 10^2 \,\mathrm{rad \cdot s^{-1}}$. Les éventuels autres défauts de l'ALI ne sont pas pris en compte. En particulier, les courants d'entrée sont considérés nuls. On note $G = \frac{R_1+R_2}{R_2}$.

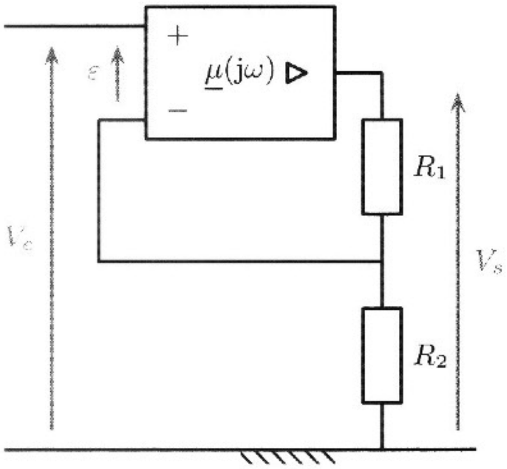


FIG. 7.3.1. Amplificateur non inverseur.

1. Justifier que le fonctionnement de ce montage peut être linéaire. Sous cette hypothèse, établir sa fonction de transfert $\underline{H} = \frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}}$ et la mettre sous forme canonique.

2. De quel type de filtre s'agit-il ? Que dire de son produit gain × bande passante ?

3. Dans le cas où l'ALI est idéal ($\mu_0 \to \infty$), que devient la fonction de transfert du montage ? Justifier le nom d'amplificateur non inverseur donné à ce montage.

On considère le montage de la figure 7.4.1, constitué de deux filtres. Le filtre 1, dont le comportement en régime linéaire a été étudié à l'exercice 7.3 page 180, contient un amplificateur linéaire intégré (ALI) dont le gain est supposé infini (voir question 3 de l'exercice 7.3). Le seul défaut de l'ALI pris en compte ici est la saturation en tension de sortie, $|V_s| \leqslant V_{\text{sat}}$.

1. En distinguant les cas où l'ALI fonctionne en régime linéaire ou saturé, déterminer la relation entre V_s et V_e imposée par le filtre 1. Représenter le tracé de V_s en fonction de V_e.

2. Déterminer sans calcul la nature du filtre 2. Établir sa fonction de transfert $\underline{H} = \frac{\underline{V_e}}{\underline{V_s}}$ et la mettre sous forme canonique en faisant apparaître une constante H_0, un facteur de qualité Q et une pulsation caractéristique ω_0, dont les expressions sont à déterminer en fonction de R, L et C.

3. En gardant les notations G, H_0, Q et ω_0, établir les équations différentielles vérifiées par la tension V_e seule, en distinguant les régimes linéaire et saturé de l'ALI.

4. Montrer que $t \mapsto V_e(t)$ est une fonction de classe $\mathscr{C}^1$.

5. Déduire des questions précédentes que, sous certaines conditions à préciser, le montage entier de la figure 7.4.1 peut constituer un oscillateur quasi sinusoïdal. Dans ce cas, préciser les caractéristiques des oscillations de $t \mapsto V_e(t)$.

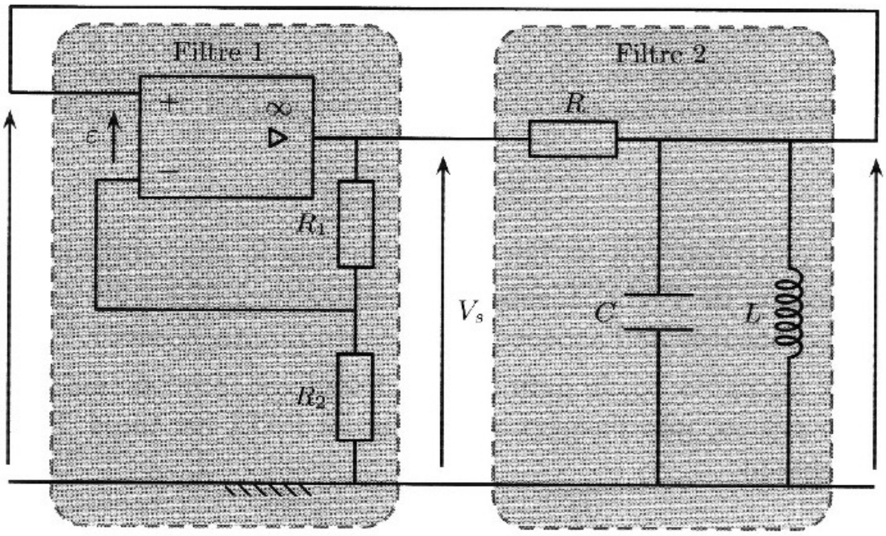


FIG. 7.4.1. Oscillateur quasi sinusoïdal. Le filtre 1 a été étudié à l'exercice 7.3 page 180.

EXERCICE 3 : Oscillateur de relaxation

On étudie le montage de la figure 7.5.1, dans lequel l'amplificateur linéaire intégré (ALI) a, en régime linéaire, un comportement de filtre passe-bas d'ordre 1 caractérisé par la fonction de transfert

$$\underline{\mu}(\mathrm{j}\omega) = \frac{\underline{V_s}}{\underline{\varepsilon}} = \frac{\mu_0}{1 + \mathrm{j}\frac{\omega}{\omega_0}},$$

où $\mathrm{j}^2 = -1$, $\mu_0 \simeq 10^5$ et $\omega_0 \simeq 2 \cdot 10^2\,\mathrm{rad \cdot s^{-1}}$. On note $\beta = \frac{R_2}{R_1 + R_2} < 1$.

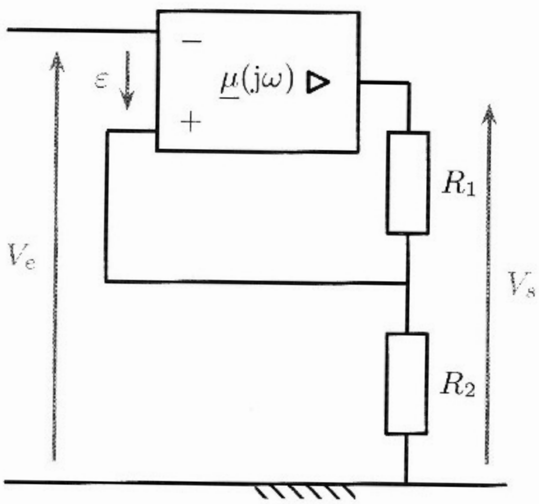


FIG. 7.5.1. Comparateur à hystérésis.

1. Établir l'équation différentielle liant V_e et V_s. Le régime linéaire de l'ALI est-il stable ?

2. On suppose l'ALI idéal ($\mu_0 \to +\infty$). Celui-ci fonctionne donc toujours en régime saturé, $V_s = \pm V_{\text{sat}}$. En distinguant les cas de saturation haute et basse, établir les deux relations entrée-sortie du montage. Les résumer dans un graphe où V_e est en abscisse et V_s en ordonnée.

3. On part d'une situation où $V_e < -\beta V_{\text{sat}}$ et $V_s = +V_{\text{sat}}$, puis on fait croître V_e jusqu'à une valeur supérieure à $+\beta V_{\text{sat}}$. On fait ensuite redécroître V_e jusqu'à une valeur inférieure à $-\beta V_{\text{sat}}$. Représenter, en le justifiant, le trajet parcouru par le point de fonctionnement du montage dans le plan (V_e,V_s). Expliquer l'appellation « cycle d'hystérésis » donnée à ce trajet.

On étudie le circuit de la figure 7.6.1 dans lequel l'amplificateur linéaire intégré (ALI) est idéal (gain infini à toute fréquence). Le montage 1 de ce circuit est un comparateur à hystérésis, déjà étudié à l'exercice 7.5 page 187. Sa relation entrée-sortie est résumée sur le graphe de la figure 7.5.2 page 190.

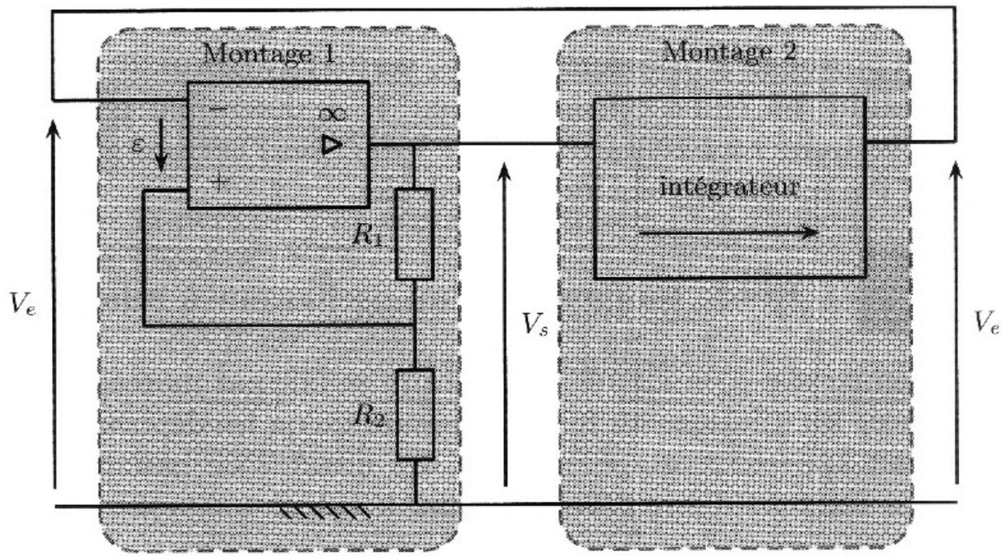


FIG. 7.6.1. Oscillateur à relaxation.

Le montage 2 est un intégrateur unidirectionnel caractérisé par la relation entrée-sortie

$$V_e(t') = V_e(t) + \frac{1}{\tau} \int_t^{t'} V_s(t)\ \mathrm{d}t\,, \tag{7.6.1}$$

où τ est un temps caractéristique (sa présence est nécessaire pour l'homogénéité de la relation (7.6.1)).

À l'instant initial, l'état du montage est caractérisé par $V_s = +V_{\text{sat}}$ et $V_e = 0$.

1. Déterminer le fonctionnement ultérieur du montage. Donner les représentations graphiques de $t \mapsto V_e(t)$ et $t \mapsto V_s(t)$ ainsi que le parcours du point de fonctionnement du montage dans le plan (V_e, V_s).

2. Établir l'expression de la période T des oscillations. D'où provient l'énergie nécessaire à l'entretien des oscillations ? Justifier l'appellation d'« oscillateur à relaxation » donnée à ce type de montage.

3. Ce montage permet-il de générer un signal sinusoïdal ?

EXERCICE 4 : Générateur de salves

L'amplificateur opérationnel utilisé sur le montage de la figure 5.13 est idéal et on suppose qu'il fonctionne en saturation pour sa tension de sortie. Les tensions de saturation sont notées $\pm E$, on pose $\tau = \frac{2RC}{3}$.

1. Justifier qualitativement que l'amplificateur peut fonctionner en régime de saturation.
2. Déterminer la relation donnant $u_+(t)$ en fonction de $e(t)$, $s(t)$ et E.
3. On suppose que $e(t) = -E$. Montrer que $s(t)$ conserve une valeur constante que l'on déterminera.
4. On suppose que $e(t) = +E$.

a. Montrer, en raisonnant par l'absurde, que la tension de sortie ne peut pas conserver une valeur constante s_0. Quel est alors le régime de fonctionnement de l'amplificateur opérationnel ?

b. Déterminer l'équation différentielle liant $\varepsilon(t)$ à $s(t)$.

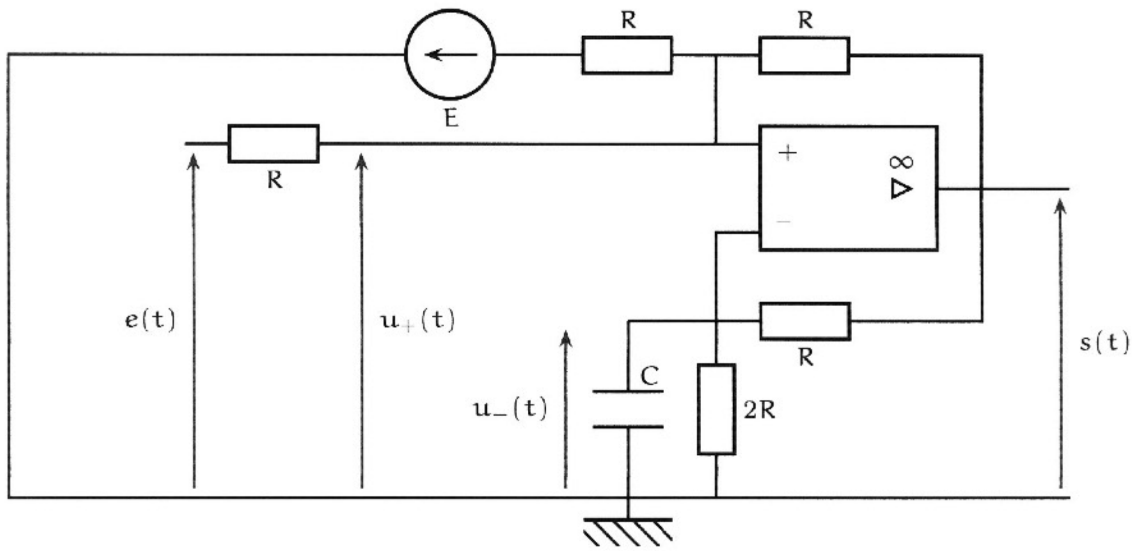


FIG. 5.13. Générateur de salves.

c. On décide que l'instant $t = 0$ coïncide avec celui auquel la tension de sortie bascule de $-E$ à $+E$. Déterminer $u_-(0^+)$ puis l'expression de $\varepsilon(t)$ pour $t > 0$.
Déterminer également l'instant t_0 auquel cette expression n'est plus vérifiée.

d. Que se passe-t-il pour $t \geqslant t_0$? Déterminer la période T de $s(t)$.

5. On veut réaliser un générateur de salves fournissant la tension $s(t)$ représentée en figure 5.14 (voir page 104).

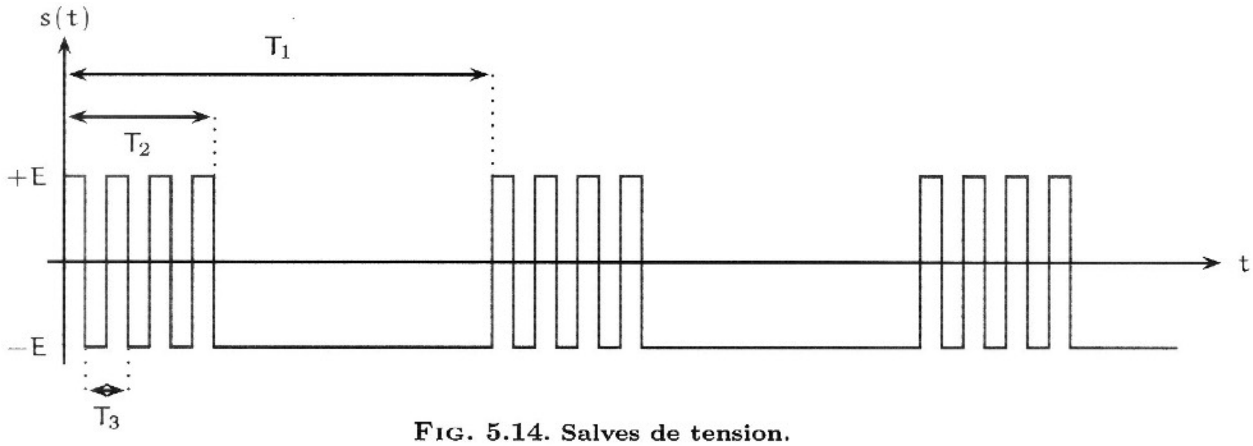


FIG. 5.14. Salves de tension.

Montrer que c'est possible en utilisant un générateur de signaux fournissant l'entrée $e(t)$ appropriée. Quel montage permet-il de créer la tension $e(t)$ nécessaire ?

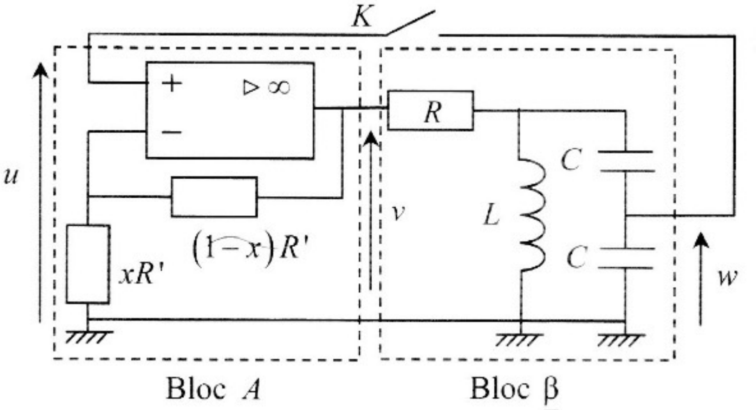
EXERCICE 5 : Un oscillateur quasi-sinusoïdal à inductance et double condensateur

On considère le montage de la figure ci-dessous utilisant un potentiomètre de résistance totale R' et de coefficient $0 \leq x \leq 1$, une résistance R et une inductance L, deux condensateurs de capacités C et un amplificateur opérationnel considéré comme idéal et en régime linéaire.

1. Lorsque l'interrupteur K est ouvert, calculer en régime sinusoïdal de pulsation ω la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \underline{w}/\underline{u}$.

On donne pour le bloc $\underline{\beta}$:

$$\underline{\beta} = \frac{\underline{w}}{\underline{v}} = \frac{1/2}{1 + jRC\omega/2 + R/jL\omega}$$



Montrer que $\underline{H}$ s'écrit :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\Omega} - \frac{\Omega}{\omega}\right)}$$

avec $H_0 = \frac{1}{2x}$, $Q = R\sqrt{\frac{C}{2L}}$ et $\Omega = \sqrt{\frac{2}{LC}}$.

En déduire l'équation différentielle liant $u(t)$ et $w(t)$ sous la forme :

$\frac{d^2w}{dt^2} + a\frac{dw}{dt} + bw = c\frac{du}{dt}$. On exprimera les coefficients a, b, c en fonction de Ω, H_0, Q.

2. On ferme l'interrupteur afin de boucler le système. En traduisant la condition de Barkhausen, montrer que le circuit peut être le siège d'une tension w sinusoïdale pour une valeur particulière x_0 de x. Exprimer la pulsation ω_0 des oscillations en fonction de L et C.

3. En pratique, il est impossible de réaliser exactement la condition $x = x_0$. Observe-t-on l'apparition des oscillations pour x légèrement inférieur ou supérieur à x_0 ? On pourra écrire l'équation différentielle satisfaite par $w(t)$.

4. Quel phénomène détermine l'amplitude des oscillations ?

EXERCICE 6 : Analyse spectrale des signaux générés par un oscillateur quasi-sinusoïdal

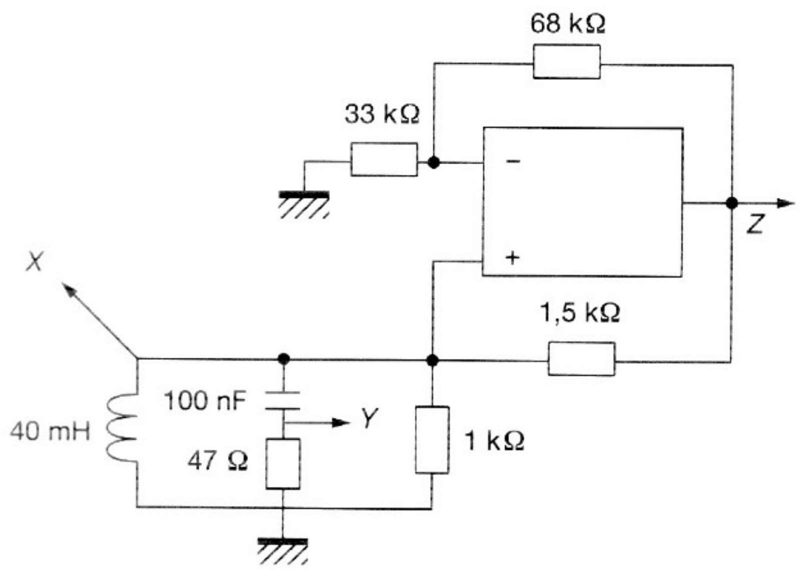


Figure 7

Résultats expérimentaux

L'expérimentation réalisée avec les valeurs numériques indiquées ci-dessus a donné les oscillogrammes suivants (Fig. 8), pour les tensions relevées :
- aux bornes du circuit *RLC* (signal *X*) ;
- en sortie de l'amplificateur opérationnel (signal *Z*).

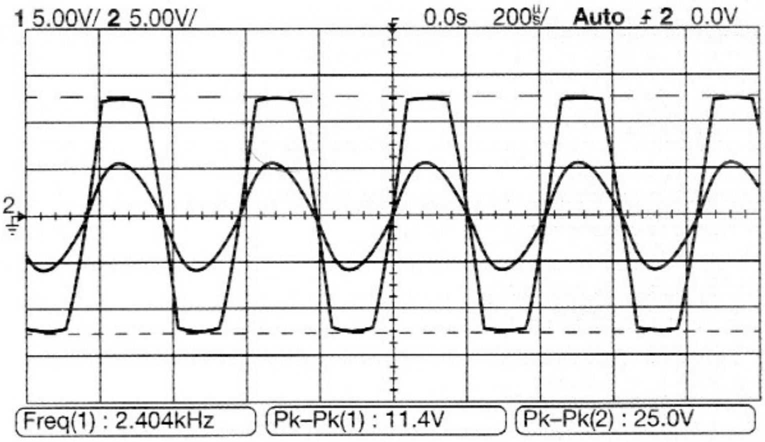


Figure 8

a) Quelle caractéristique de ces signaux permet de les identifier ?
b) La fréquence mesurée à l'oscilloscope est $f_{exp} = 2\,404$ Hz. Ce résultat est-il conforme aux attentes, si l'on considère que l'oscillateur doit vibrer au rythme du résonateur qu'il contient ?
c) La valeur de l'inductance utilisée lors de l'expérience n'est pas $L = 40$ mH, mais $L = 42{,}7$ mH. Cet écart a-t-il une influence perceptible sur la valeur de la fréquence ?
d) L'analyse spectrale des signaux *X* et *Z* donne les spectres de la figure 9, (a) pour le signal en sortie de l'amplificateur intégré, (b) aux bornes de la bobine. Le calibre horizontal est 2 kHz/div et le calibre vertical 10 dB/div. Commenter ces relevés.

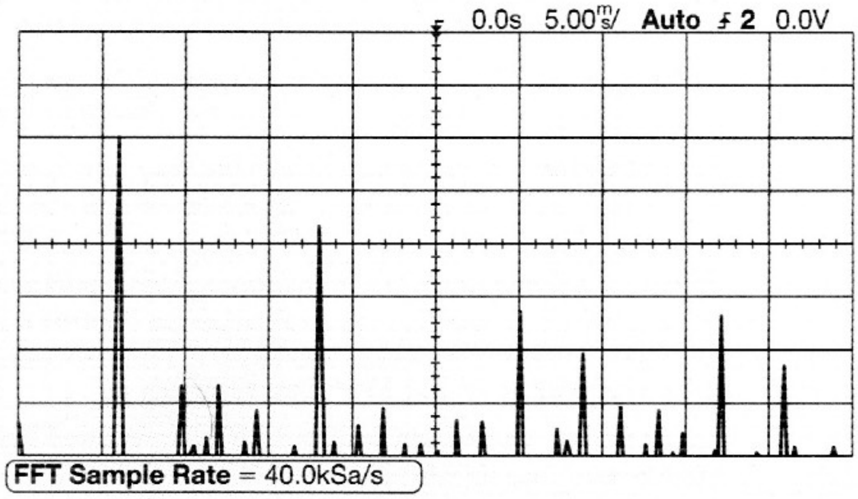


Figure 9a

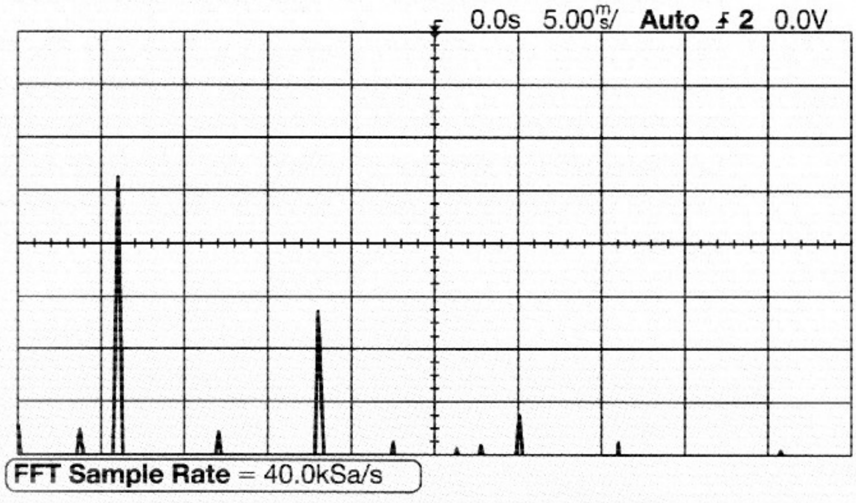


Figure 9b