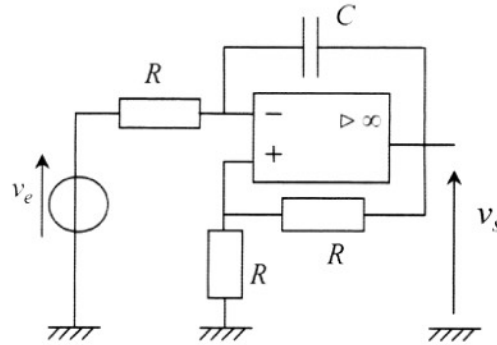


TD Ec-2 : ALI, Filtres actifs, Oscillateurs

EXERCICE 1 : Toujours vérifier la stabilité avant de calculer une fonction de transfert !!

L'analyse fréquentielle de Bode inclut a priori une hypothèse de stabilité pour le fonctionnement des montages électroniques étudiés. Faute de cette justification, les diagrammes représentant l'amplitude et la phase de transferts perdent leur sens physique.

Le montage étudié ci-après donne l'exemple d'une fonction de transfert dont la représentation de Bode peut-être dessinée, mais dont il serait vain de vouloir exécuter un relevé expérimental.



1. Analyse fréquentielle : tracé du diagramme de Bode.

On s'intéresse au montage schématisé ci-dessus, incluant un amplificateur opérationnel considéré comme idéal. Lorsqu'une tension sinusoïdale $v_e(t)$ de pulsation ω est appliquée à l'entrée, une tension $v_s(t)$ apparaît en sortie. Exprimer la fonction de transfert complexe $H = \underline{V}_s / \underline{V}_e$ associée à ce montage, en supposant le fonctionnement linéaire. En préciser la valeur du gain et du déphasage, puis dessiner une représentation asymptotique pour le gain et le déphasage.

2. Prise en compte du comportement temporel de l'amplificateur opérationnel.

- a) Recomposer à l'aide de la fonction de transfert obtenue l'équation différentielle qui régit $v_s(t)$ en fonction de $v_e(t)$.
- b) Résoudre cette équation différentielle dans le cas où, le condensateur étant initialement déchargé et la tension de sortie v_s nulle, un échelon de tension égal à $+1\mu\text{V}$ est appliqué en v_e au temps $t = 0$. Décrire l'évolution de la tension $v_s(t)$ au cours du temps. Justifier alors, dans ces conditions, l'impossibilité d'un relevé expérimental du tracé de Bode déterminé plus haut.

EXERCICE 2 : Résistance d'entrée d'un amplificateur inverseur

On veut observer, en sortie v_s du montage schématisé sur la figure a, une tension v_e amplifiée au moyen d'un amplificateur opérationnel qui sature à ± 15 volts. Les résistances de $1\text{k}\Omega$ sont notées R_1 et celle de $10\text{k}\Omega$ notée R_2 .

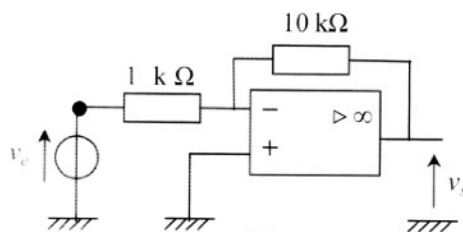


Figure a

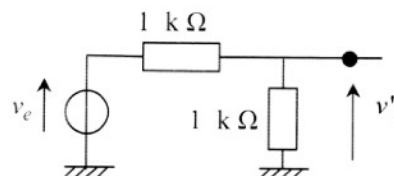
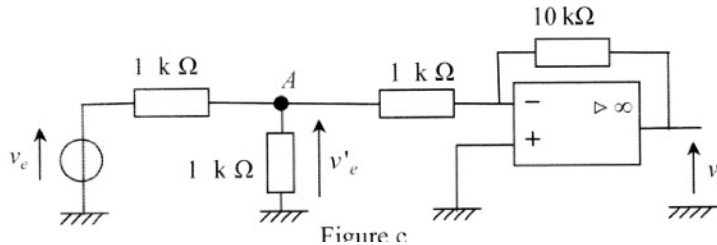


Figure b

1. Sachant que la tension v_e peut atteindre 2 volts, expliquer pourquoi ce montage pose problème.
2. Un moyen simple pour éviter cette difficulté consiste à interposer, entre la source de tension v_e et l'entrée de l'amplificateur, un diviseur de tension tel que représenté sur la figure b.

Dans l'état de la figure b (c'est-à-dire avant raccordement) exprimer en fonction de v_e , la tension v'_e observée en sortie du pont diviseur.

3. En multipliant le coefficient d'atténuation du pont diviseur (v'_e/v_e) par le gain de l'amplificateur, on peut penser obtenir ainsi un gain convenable ; préciser la valeur du gain ainsi calculé. Dans cette hypothèse, quelle est la valeur prévisible de la tension v_s lorsque v_e atteint 2 volts ?
4. En fait, l'expérience lors du raccordement des deux circuits (figure c) donne une valeur différente ; préciser laquelle et en déduire le gain effectivement obtenu. Expliquer, en terme d'adaptation d'impédance, les raisons de ce désaccord.



EXERCICE 3 : Interprétation d'observations expérimentales sur un montage amplificateur

A. Étude d'un amplificateur inverseur

Un amplificateur intégré linéaire est associé à deux résistors $R_1 = 33 \text{ k}\Omega$ et $R_2 = 68 \text{ k}\Omega$ comme indiqué figure 23.

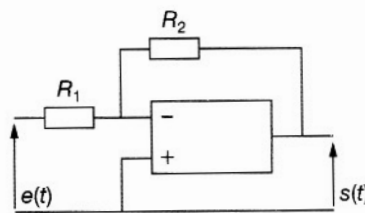


Figure 23

1. Observations expérimentales

En appliquant un signal sinusoïdal d'amplitude crête à crête égale à 10,0 V et de fréquence 100 Hz à l'entrée de cet opérateur, on obtient les oscillogrammes de la figure 24. L'amplitude crête à crête du signal de sortie s'avère égale à 21,7 V.

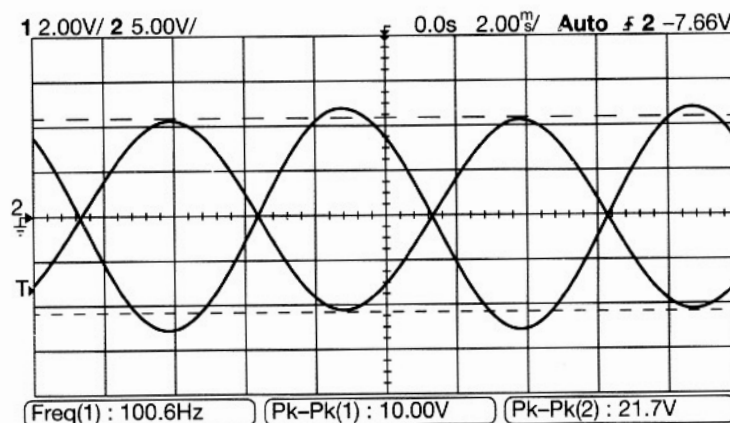


Figure 24

- a) Commenter la forme des signaux et leur déphasage.
- b) Les observations quantitatives sont-elles conformes aux attentes, compte tenu des valeurs de résistances utilisées ?
- c) Dans un deuxième temps, l'utilisateur applique un signal sinusoïdal d'amplitude crête à crête égale à 18,1 V, de fréquence 1,0 kHz à l'entrée du même dispositif et obtient les oscillogrammes de la figure 25. L'amplitude crête à crête du signal de sortie s'avère égale à 27,0 V. Quel phénomène est apparu ? Que peut-on déduire comme renseignement de l'amplitude crête à crête relevée en sortie ?

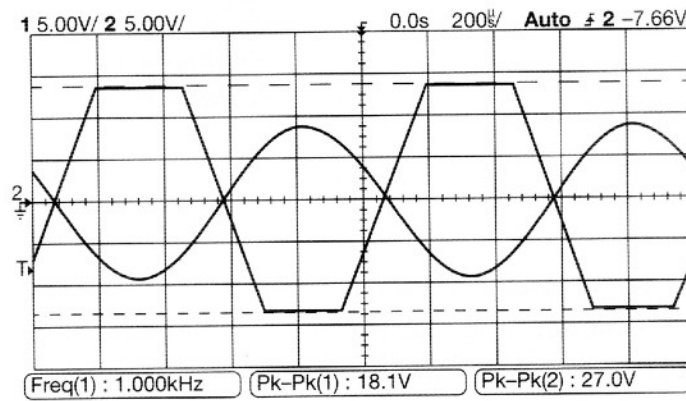


Figure 25

d) Avec les mêmes signaux, mais en sélectionnant le mode XY, le manipulateur obtient la trace représentée à la figure 26. Expliquer. Quelle propriété de l'opérateur peut-on déduire de l'indication des curseurs : $\Delta X = 12,4 \text{ V}$ et $\Delta Y = 27,2 \text{ V}$?

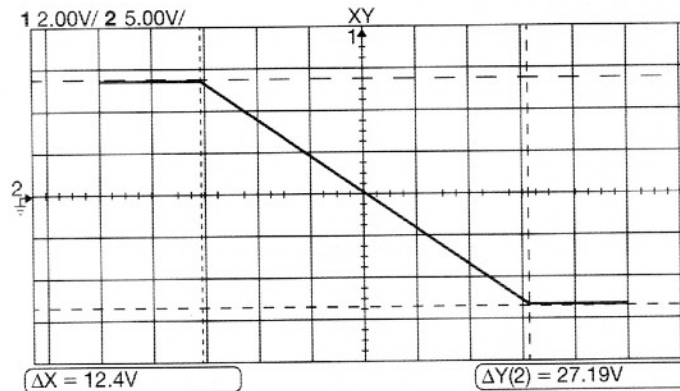


Figure 26

EXERCICE 4 : Réjection partielle

3. Déformation d'un signal

En relevant le diagramme de Bode d'un filtre réjecteur de bande (filtre dont le gain est nul à une fréquence ν_0), un étudiant constate que le signal de sortie n'est pas rigoureusement nul lorsque la fréquence du signal d'entrée est égale à ν_0 (Fig. 34). Néanmoins, les ondulations sont stables à l'oscilloscope, vis-à-vis de celles du signal d'entrée (pas de défilement). Comment interpréter cette observation ?

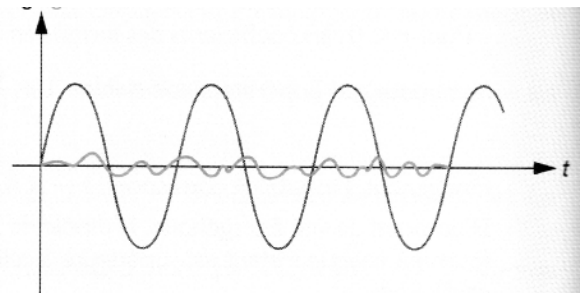


Figure 34

EXERCICE 5 : TP : écarts à l'idéalité de l'ALI

Lors de travaux pratiques, un expérimentateur souhaite mettre en œuvre le circuit suiveur. L'ALI étant un composant actif, il n'oublie pas d'utiliser une alimentation $+15/0/-15 \text{ V}$. Afin de tester son montage, il met en entrée un signal $e(t)$ sinusoïdal d'amplitude 10 V pour vérifier qu'il obtient bien en sortie un signal sinusoïdal $s(t) = e(t)$.

1. Malheureusement, il observe en sortie un signal continu $s(t) = -14,6 \text{ V}$ dont la photo de l'écran d'oscilloscope est reproduite ci-contre. Quelle erreur a-t-il probablement faite ?
2. Après avoir corrigé son erreur de câblage, il observe en sortie le signal de la photo b.... Quasi triangulaire ! On précise que la fréquence de $e(t)$ est de $1,2 \text{ MHz}$.

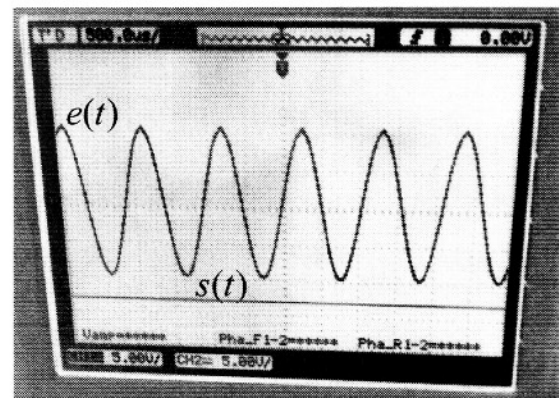


Photo a

- a) Le comportement du montage est-il linéaire ?

Proposer une explication compte tenu de ce qui a été vu dans le cours.

- b) Estimer la valeur du facteur limitant, sachant que la mesure crête-crête du signal est de 5 V. Est-ce en accord avec la valeur attendue ? Quelle fréquence maximale ne doit-il pas dépasser pour que le signal sinusoïdal ne soit pas déformé ?
3. Après avoir abaissé la fréquence à 1 kHz et résolu son problème, il utilise le suiveur pour alimenter une résistance de $R_u = 100 \Omega$ placée entre la sortie et la masse, et là à nouveau... quel désarroi ! Il observe le signal de la photo c, proche d'un créneau + 2,5 V / - 2 V.
- a) Le comportement du montage est-il linéaire ? Est-ce dû à une saturation en tension ? Proposez une explication du problème.
- b) Estimer la valeur de la saturation en cause. Est-ce en accord avec la valeur attendue ? Que pouvez-vous lui proposer pour l'aider à résoudre son problème s'il veut garder un signal de 10 V d'amplitude en entrée ?

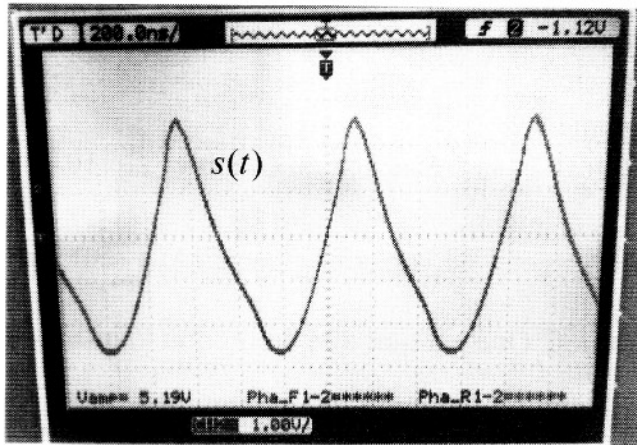


Photo b

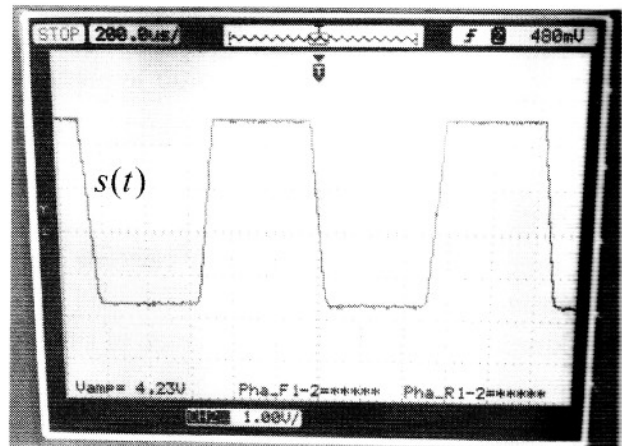
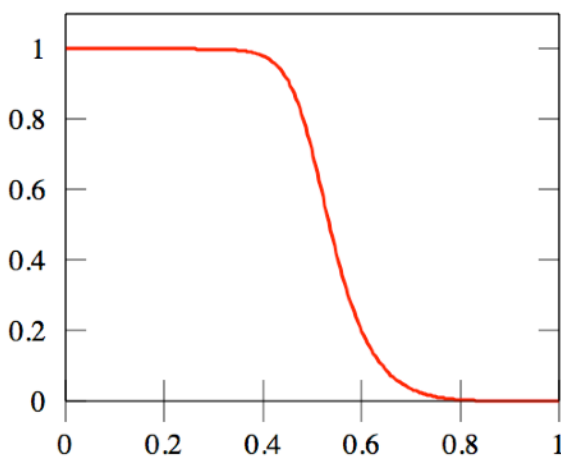


Photo c

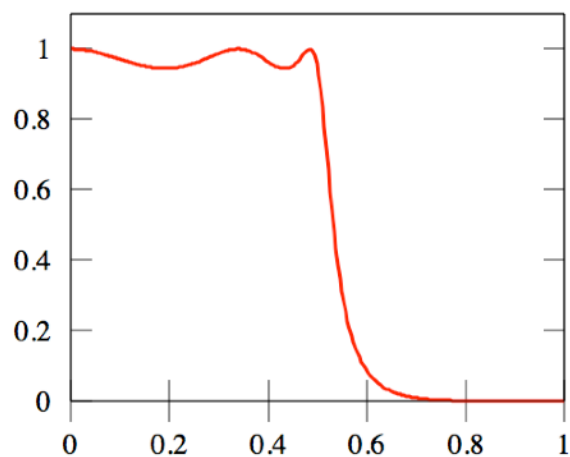
EXERCICE 6 : Filtre passe-bas de Butterworth d'ordre 2

Un filtre de Butterworth est conçu pour posséder un gain aussi constant que possible dans sa bande passante même si sa pente en dB/décade après coupure n'est pas particulièrement abrupte. Un filtre de Chebyshev de type 1 aura les qualités opposées (cf courbes de gain linéaire ci-dessous)

Butterworth



Chebyshev type 1



1. Calculer la transmittance complexe

$$\underline{T} = \frac{\underline{V}_s}{\underline{V}_e}$$

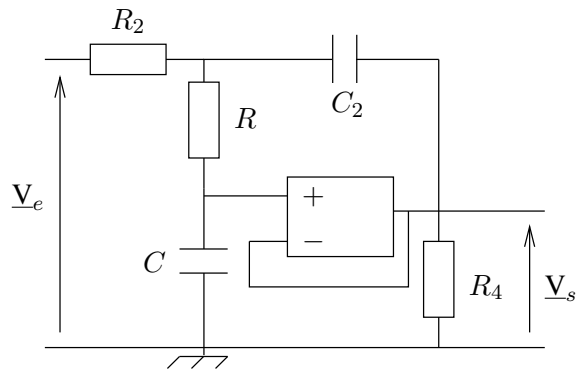
2. Comment choisir C_2 pour que

$$|\underline{T}| = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\omega^4}{\omega_0^4}}}$$

Donner la valeur correspondante de ω_0 .

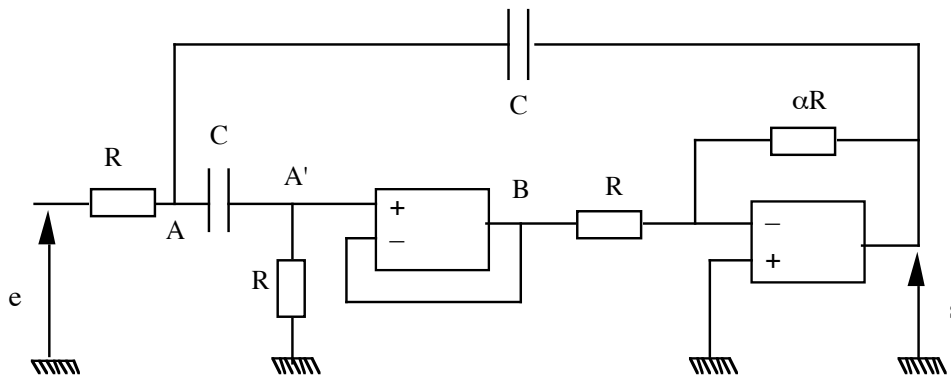
3. Tracer alors le diagramme de Bode du filtre.

4. Retrouver la tension d'entrée correspondant à un signal de sortie de la forme $v_s(t) = V_{sm} \cos^2(\omega t)$.



EXERCICE 7 : Réponse permanente d'un filtre du second ordre à un signal triangulaire

1°) Examiner rapidement le comportement basse fréquence et haute fréquence du système représenté ci-dessous.



- 2°) Déterminer la fonction de transfert $\underline{H} = \frac{\underline{S}}{\underline{E}}$. On la mettra sous la forme canonique généralement adoptée

pour un tel filtre : $\underline{H} = \frac{H_0}{1 + jQ(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega})}$. Quelles sont les expressions et les significations des termes H_0 , ω_0 et Q ?

Donner l'équation différentielle reliant $s(t)$ et $e(t)$.

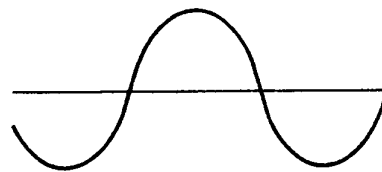
- 3°) Tracer le diagramme de Bode correspondant pour $\alpha=1$ et $\alpha=10$.

- 4°) $e(t)$ est un signal triangulaire de valeur moyenne nulle, d'amplitude $2E_0$ et de période T .

On observe les réponses suivantes pour $\alpha = 10$. Interpréter ces deux résultats ($T_0 = 2\pi/\omega_0$)



en BF ($T = 10 T_0$)



en HF ($T = 0,1 T_0$)

- 5°) a) On considère maintenant que la tension d'entrée v_e est une tension en créneaux de période T , qui vaut V_0 pour $0 < t < T/2$ et $-V_0$ pour $T/2 < t < T$.

Donner le développement en série de Fourier de cette tension.

- b) Que devient ce développement si $v_e = V_0$ pour $-T/4 < t < T/4$ et $v_e = -V_0$ pour $T/4 < t < 3T/4$?

- c) Compte tenu des valeurs numériques précédentes, quelle doit être la valeur la fréquence de v_e pour que $f_0 = \omega_0/2\pi$ corresponde à la fréquence de l'harmonique 3 de la décomposition du 5°)a) ?

Quelles seront les amplitudes du fondamental et des harmoniques 2,3,4 et 5 à l'entrée et à la sortie du montage ? On prendre $V_0 = 0,5V$. Conclure.

EXERCICE 8 : Oscillateur quasi-sinusoidal

On considère le montage amplificateur non inverseur de la figure 7.3.1, dans lequel l'amplificateur linéaire intégré (ALI) a, en régime linéaire, un comportement de filtre passe-bas d'ordre 1 caractérisé par la fonction de transfert

$$\underline{\mu}(j\omega) = \frac{V_s}{\underline{\varepsilon}} = \frac{\mu_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}},$$

où $j^2 = -1$, $\mu_0 \simeq 10^5$ et $\omega_0 \simeq 2 \cdot 10^2 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$. Les éventuels autres défauts de l'ALI ne sont pas pris en compte. En particulier, les courants d'entrée sont considérés nuls. On note $G = \frac{R_1 + R_2}{R_2}$.

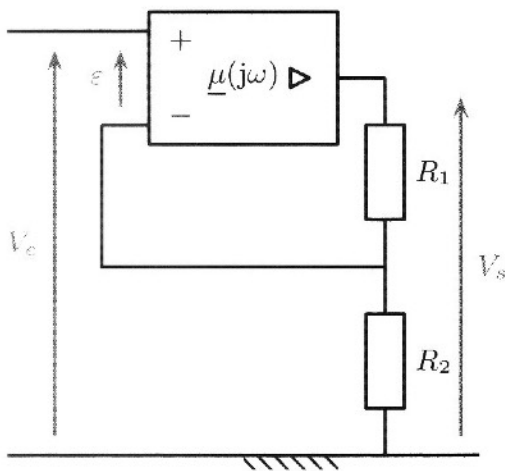


FIG. 7.3.1. Amplificateur non inverseur.

1. Justifier que le fonctionnement de ce montage peut être linéaire. Sous cette hypothèse, établir sa fonction de transfert $\underline{H} = \frac{V_s}{V_e}$ et la mettre sous forme canonique.
2. De quel type de filtre s'agit-il ? Que dire de son produit gain $\times$ bande passante ?
3. Dans le cas où l'ALI est idéal ($\mu_0 \rightarrow \infty$), que devient la fonction de transfert du montage ? Justifier le nom d'amplificateur non inverseur donné à ce montage.

On considère le montage de la figure 7.4.1, constitué de deux filtres. Le filtre 1, dont le comportement en régime linéaire a été étudié à l'exercice 7.3 page 180, contient un amplificateur linéaire intégré (ALI) dont le gain est supposé infini (voir question 3 de l'exercice 7.3). Le seul défaut de l'ALI pris en compte ici est la saturation en tension de sortie, $|V_s| \leq V_{\text{sat}}$.

1. En distinguant les cas où l'ALI fonctionne en régime linéaire ou saturé, déterminer la relation entre V_s et V_e imposée par le filtre 1. Représenter le tracé de V_s en fonction de V_e .
2. Déterminer sans calcul la nature du filtre 2. Établir sa fonction de transfert $\underline{H} = \frac{V_e}{V_s}$ et la mettre sous forme canonique en faisant apparaître une constante H_0 , un facteur de qualité Q et une pulsation caractéristique ω_0 , dont les expressions sont à déterminer en fonction de R , L et C .

3. En gardant les notations G , H_0 , Q et ω_0 , établir les équations différentielles vérifiées par la tension V_e seule, en distinguant les régimes linéaire et saturé de l'ALI.
4. Montrer que $t \mapsto V_e(t)$ est une fonction de classe $\mathcal{C}^1$.
5. Dédire des questions précédentes que, sous certaines conditions à préciser, le montage entier de la figure 7.4.1 peut constituer un oscillateur quasi sinusoïdal. Dans ce cas, préciser les caractéristiques des oscillations de $t \mapsto V_e(t)$.

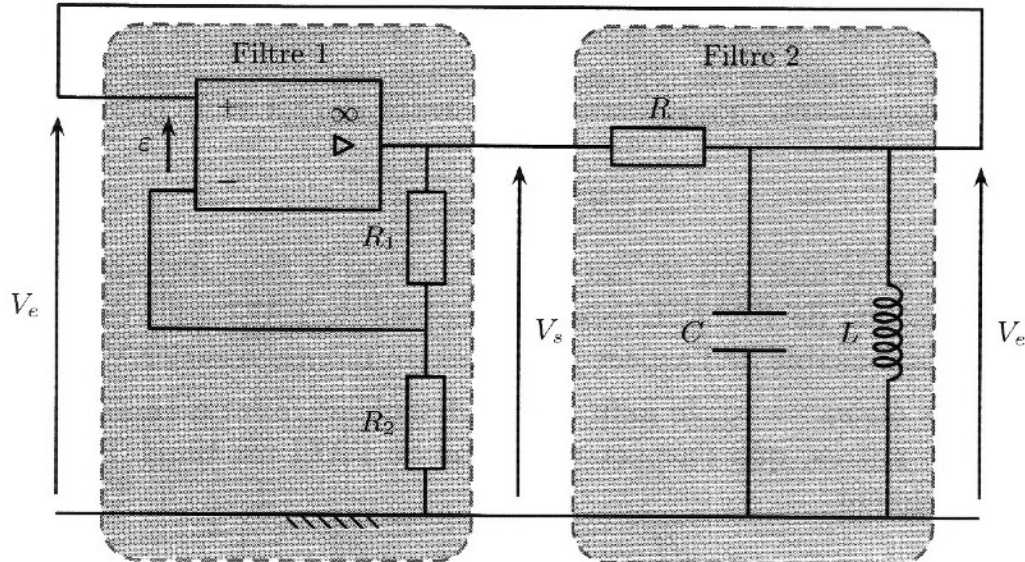


FIG. 7.4.1. Oscillateur quasi sinusoïdal. Le filtre 1 a été étudié à l'exercice 7.3 page 180.

EXERCICE 9 : Oscillateur de relaxation

On étudie le montage de la figure 7.5.1, dans lequel l'amplificateur linéaire intégré (ALI) a, en régime linéaire, un comportement de filtre passe-bas d'ordre 1 caractérisé par la fonction de transfert

$$\underline{\mu}(j\omega) = \frac{V_s}{\underline{\varepsilon}} = \frac{\mu_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}},$$

où $j^2 = -1$, $\mu_0 \simeq 10^5$ et $\omega_0 \simeq 2 \cdot 10^2 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$. On note $\beta = \frac{R_2}{R_1 + R_2} < 1$.

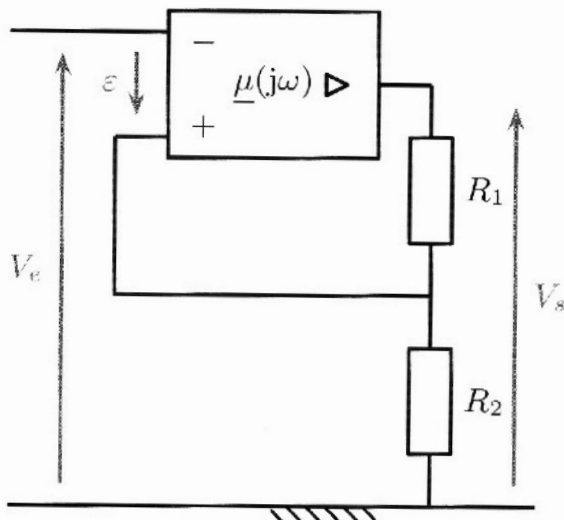


FIG. 7.5.1. Comparateur à hystérésis.

1. Établir l'équation différentielle liant V_e et V_s . Le régime linéaire de l'ALI est-il stable ?

2. On suppose l'ALI idéal ($\mu_0 \rightarrow +\infty$). Celui-ci fonctionne donc toujours en régime saturé, $V_s = \pm V_{\text{sat}}$. En distinguant les cas de saturation haute et basse, établir les deux relations entrée-sortie du montage. Les résumer dans un graphe où V_e est en abscisse et V_s en ordonnée.

3. On part d'une situation où $V_e < -\beta V_{\text{sat}}$ et $V_s = +V_{\text{sat}}$, puis on fait croître V_e jusqu'à une valeur supérieure à $+\beta V_{\text{sat}}$. On fait ensuite redécroître V_e jusqu'à une valeur inférieure à $-\beta V_{\text{sat}}$. Représenter, en le justifiant, le trajet parcouru par le point de fonctionnement du montage dans le plan (V_e, V_s) . Expliquer l'appellation « cycle d'hystérésis » donnée à ce trajet.

On étudie le circuit de la figure 7.6.1 dans lequel l'amplificateur linéaire intégré (ALI) est idéal (gain infini à toute fréquence). Le montage 1 de ce circuit est un comparateur à hystérésis, déjà étudié à l'exercice 7.5 page 187. Sa relation entrée-sortie est résumée sur le graphe de la figure 7.5.2 page 190.

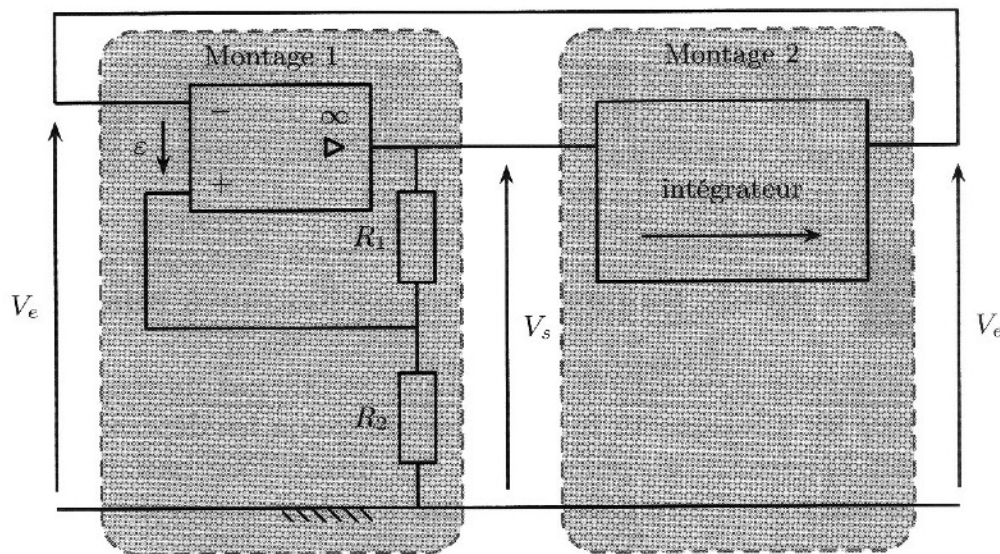


FIG. 7.6.1. Oscillateur à relaxation.

Le montage 2 est un intégrateur unidirectionnel caractérisé par la relation entrée-sortie

$$V_e(t') = V_e(t) + \frac{1}{\tau} \int_t^{t'} V_s(t) dt, \quad (7.6.1)$$

où τ est un temps caractéristique (sa présence est nécessaire pour l'homogénéité de la relation (7.6.1)).

À l'instant initial, l'état du montage est caractérisé par $V_s = +V_{\text{sat}}$ et $V_e = 0$.

1. Déterminer le fonctionnement ultérieur du montage. Donner les représentations graphiques de $t \mapsto V_e(t)$ et $t \mapsto V_s(t)$ ainsi que le parcours du point de fonctionnement du montage dans le plan (V_e, V_s) .

2. Établir l'expression de la période T des oscillations. D'où provient l'énergie nécessaire à l'entretien des oscillations? Justifier l'appellation d'« oscillateur à relaxation » donnée à ce type de montage.

3. Ce montage permet-il de générer un signal sinusoïdal?

EXERCICE 10 : Un oscillateur quasi-sinusoïdal à inductance et double condensateur

On considère le montage de la figure ci-dessous utilisant un potentiomètre de résistance totale R' et de coefficient $0 \leq x \leq 1$, une résistance R et une inductance L , deux condensateurs de capacités C et un amplificateur opérationnel considéré comme idéal et en régime linéaire.

1. Lorsque l'interrupteur K est ouvert, calculer en régime sinusoïdal de pulsation ω la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \underline{w} / \underline{u}$.

On donne pour le bloc β :

$$\beta = \frac{w}{v} = \frac{1/2}{1 + jRC\omega/2 + R/jL\omega}$$

Montrer que $\underline{H}$ s'écrit :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\Omega} - \frac{\Omega}{\omega}\right)}$$

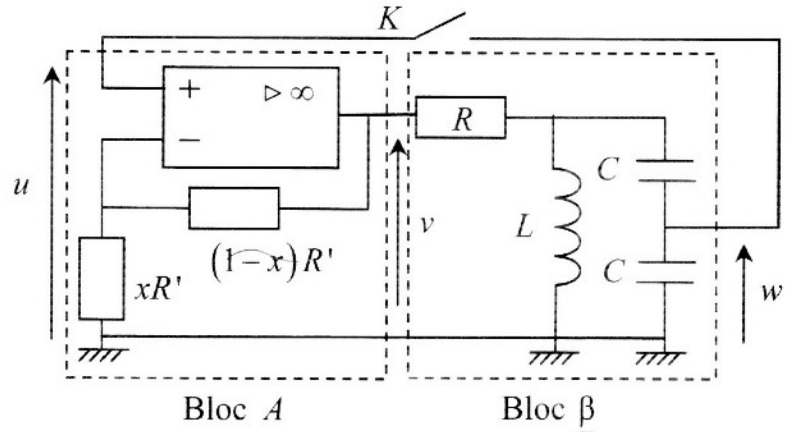
avec $H_0 = \frac{1}{2x}$, $Q = R\sqrt{\frac{C}{2L}}$ et

$$\Omega = \sqrt{\frac{2}{LC}}.$$

En déduire l'équation différentielle liant $u(t)$ et $w(t)$ sous la forme :

$$\frac{d^2w}{dt^2} + a \frac{dw}{dt} + bw = c \frac{du}{dt}. \text{ On exprimera les coefficients } a, b, c \text{ en fonction de } \Omega, H_0, Q.$$

2. On ferme l'interrupteur afin de boucler le système. En traduisant la condition de Barkhausen, montrer que le circuit peut être le siège d'une tension w sinusoïdale pour une valeur particulière x_0 de x . Exprimer la pulsation ω_0 des oscillations en fonction de L et C .
3. En pratique, il est impossible de réaliser exactement la condition $x = x_0$. Observe-t-on l'apparition des oscillations pour x légèrement inférieur ou supérieur à x_0 ? On pourra écrire l'équation différentielle satisfaite par $w(t)$.
4. Quel phénomène détermine l'amplitude des oscillations ?



EXERCICE 11 : Analyse spectrale des signaux générés par un oscillateur quasi-sinusoïdal

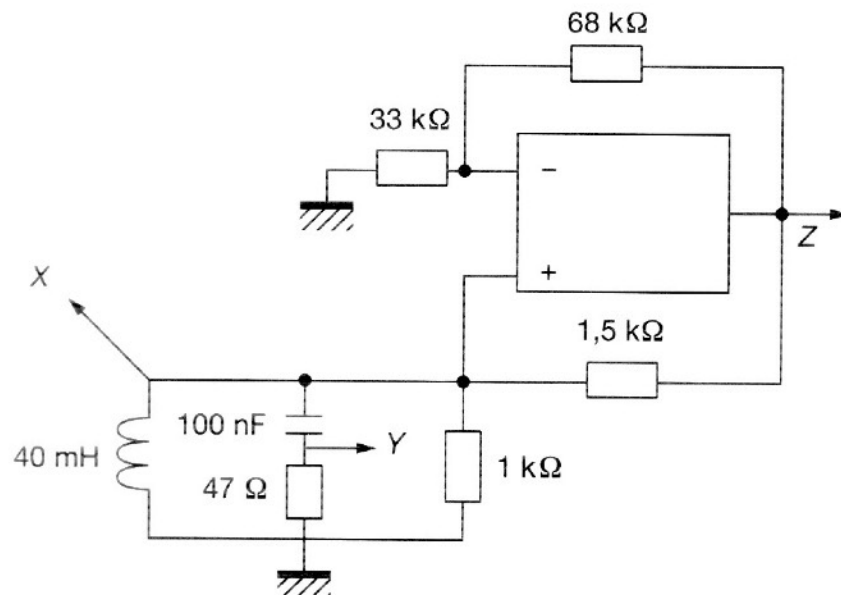


Figure 7

Résultats expérimentaux

L'expérimentation réalisée avec les valeurs numériques indiquées ci-dessus a donné les oscillogrammes suivants (Fig. 8), pour les tensions relevées :

- aux bornes du circuit RLC (signal X) ;
- en sortie de l'amplificateur opérationnel (signal Z).

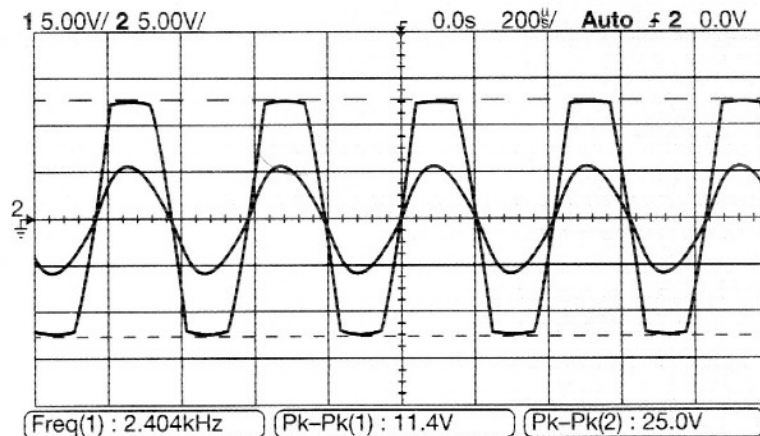


Figure 8

- Quelle caractéristique de ces signaux permet de les identifier ?
- La fréquence mesurée à l'oscilloscope est $f_{\text{exp}} = 2404 \text{ Hz}$. Ce résultat est-il conforme aux attentes, si l'on considère que l'oscillateur doit vibrer au rythme du résonateur qu'il contient ?
- La valeur de l'inductance utilisée lors de l'expérience n'est pas $L = 40 \text{ mH}$, mais $L = 42,7 \text{ mH}$. Cet écart a-t-il une influence perceptible sur la valeur de la fréquence ?
- L'analyse spectrale des signaux X et Z donne les spectres de la figure 9, (a) pour le signal en sortie de l'amplificateur intégré, (b) aux bornes de la bobine. Le calibre horizontal est 2 kHz/div et le calibre vertical 10 dB/div . Commenter ces relevés.

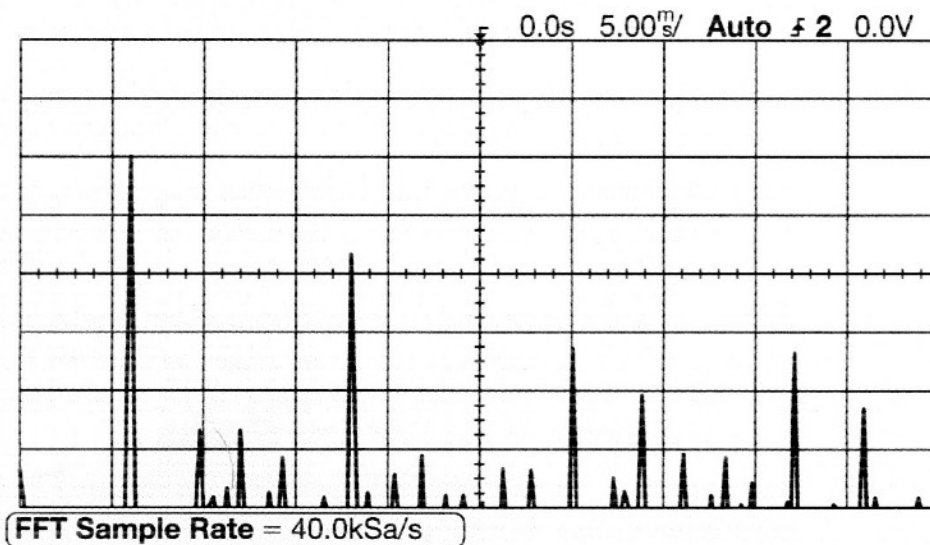


Figure 9a

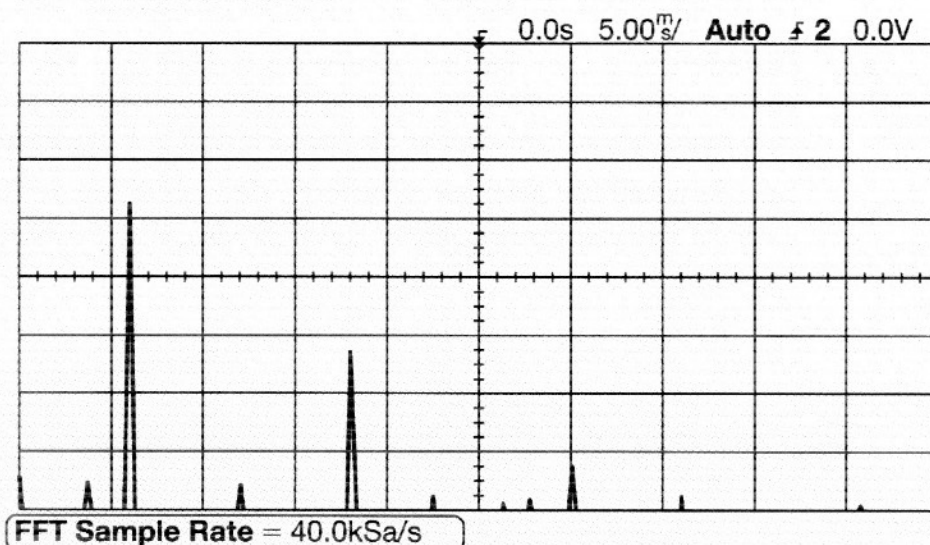


Figure 9b