Corrigé : Condition(s) de BARKHAUSEN
Oscillateur à filtres RC en cascade

I. Circuit « 5RC »

A. Reconnaissance

1. Dans tous les montages, la rétroaction relie la sortie de l'ALI à son entrée inverseuse sans aucune rétroaction déstabilisante et aucun des potentiels d'entrée n'est directement imposé. Tous les ALI peuvent donc fonctionner en régime linéaire.
2. Premier montage : Amplificateur inverseur de gain $-\frac{R_2}{R_1}$. Suivants : 5 suiveurs de tension intercalés entre les filtres RC du premier ordre.
3. L'amplificateur est déjà identifié. L'ensemble des 5 filtres RC suivis systématiquement d'un suiveur est assimilable à un filtre passe-bas d'ordre 5.

B. Etude du filtre

1. temps caractéristique évident $\tau = RC = 100\mu s = 0.10ms$
2. La fonction de transfert à vide d'un seul filtre RC passe-bas s'obtient aisément (diviseur de tension) :

$\frac{1}{1+jx}$. Et dans la mesure où chaque filtre est suivi par un suiveur de résistance d'entrée « infinie », le calcul de la fonction de transfert à vide de chaque module est utilisable pour obtenir : $\underline{H}(x) \equiv \frac{\underline{u_S}}{\underline{u_B}} = \left(\frac{1}{1+jx}\right)^5$

avec $x = RC\omega = \omega.\tau = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{f}{f_0} = 2\pi RCf = 6{,}28\ 10^{-4}.f$

C. Simulation

1. 15,3-12,7=2,6ms pour 3 périodes soit T=0,87ms
2. f =1,15 kHz et donc x=0.722
3. Le critère de BARKHAUSEN s'écrit ici : $\underline{H}(x).\left(-\frac{R_2}{R_1}\right) = \left(\frac{1}{1+jx}\right)^5.(-k) = 1$

en développant le dénominateur on obtient : $-k = 1 + 5jx - 10x^2 - 10jx^3 + 5x^4 + jx^5$

soit le système de deux équations :

$$\begin{cases} 5x - 10x^3 + x^5 = 0 \\ 1 - 10x^2 + 5x^4 = -k \end{cases}$$

(Un calcul approché de k à partir du x estimé précédemment donne : 2.9)

4. On lit une valeur R_2=30kΩ et R_1=10kΩ soit k=3,0. On en déduit que le gain de boucle est supérieur à l'unité pour la fréquence associée à x=0.73 donc le régime est légèrement divergent et le signal quasi-sinusoïdal : on observe en effet des harmoniques sur la FFT. Toutes les harmoniques sont à environ -45 dB du pic fondamental soit des composantes plus de 100 fois plus petites d'où l'allure quasi-sinusoïdal.

5. Dans cette nouvelle FFT, le premier harmonique n'est qu'à -25dB du fondamental donc le signal n'est vraiment plus sinusoïdal (-25 dB -> 18 fois plus petit). La déformation est certainement visible. La valeur de R_2=100kΩ donne un gain trop important : régime diverge plus vite et le temps dans les phases non-linéaires augmente. On remarque d'ailleurs que la fréquence fondamentale d'oscillation (et des harmoniques) a légèrement diminué (augmentation de la période des oscillations).

II. <u>Circuit « 4RC »</u>

1. Des oscillations préalables sont progressivement atténuées et disparaitront complètement.

Le calcul de BARKHAUSEN conduit à : $-k = 1 + 4jx - 6x^2 - 4jx^3 + x^4$

soit le système de deux équations :

$$\begin{cases} 4x - 4x^3 = 0 \\ 1 - 6x^2 + x^4 = -k \end{cases} \text{ soit } \begin{cases} x = 1 \\ 1 - 6 + 1 = -k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ k = 4 \end{cases}$$

Le choix de R_2=39kΩ correspond donc à un k trop faible : zone de stabilité => disparition des oscillation

2. On choisira R_2 légèrement supérieur à 40 kΩ et la fréquence des oscillations doit correspondre à x=1 soit une fréquence de $1/(6{,}28.10^{-4})$=1.59 kHz. Quant à l'amplitude des oscillations en régime permanent, elle sera fixé par l'équation en régime non-linéaire…que nous ne connaissons pas.

III. Avec deux filtres en cascade, la fonction de transfert du filtre du second ordre ne peut présenter une partie imaginaire nulle : impossible d'avoir $-k = 1 + 2jx - x^2$ avec k réel ! (R et C non nuls !)