

TD Op1 : Interférences lumineuses

EXERCICE 1 : Longueur de cohérence dans le modèle de trains d'ondes rectangulaires

On modélise la succession de paquets d'ondes (photons) émis par un point source par des trains rectangulaires de sinusoides de longueur d'onde dans le vide λ_0 . [aucune interruption totale de vibration mais des discontinuités instantanées de phase au bout de la durée caractéristique τ des trains d'onde] Le système interférentiel permet la superposition de ces trains d'onde après qu'ils aient parcouru deux types de chemins optiques de différence de marche δ . Ils ont la même amplitude.

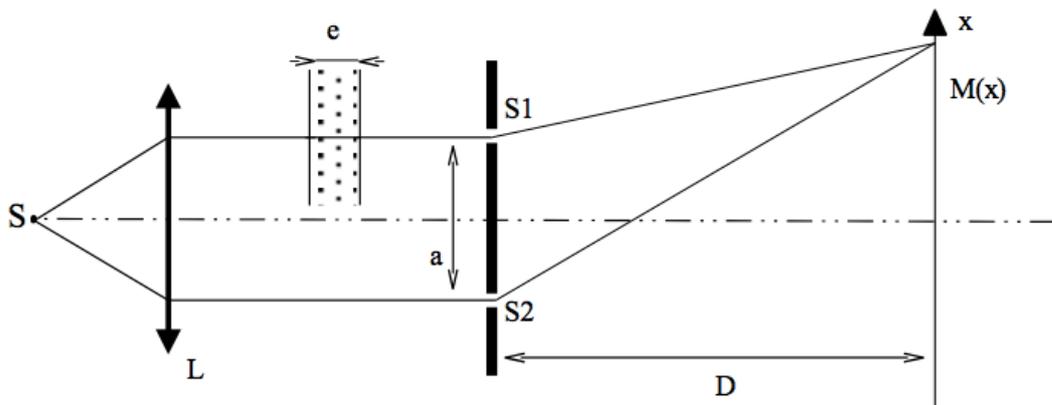
- 1- Représenter sur deux axes temporels placés l'un sous l'autre l'allure des vibrations temporelles lumineuses au point de superposition.
- 2- Exprimer les durées d'interférence en fonction de τ , δ et c .
- 3- L'éclairement est mesuré par un détecteur de temps caractéristique $T_d \gg \tau$. Que vaudrait l'éclairement s'il n'y avait pas ces discontinuités aléatoires de phase ?
Que vaudrait-il si les déphasages étaient totalement aléatoires ?
- 4- Proposer une expression pour le contraste (ou facteur de visibilité). En déduire l'expression de la longueur de cohérence L_c et représenter la courbe d'éclairement $E(\delta)$. La forme de l'« enveloppe » de contraste n'est pas linéaire en vérité : qu'en déduire pour notre modèle ?
- 5- Dans vos expériences sur l'interféromètre de Michelson en lame d'air, vous pourrez isoler la raie verte d'une lampe à mercure grâce à un filtre interférentiel et réaliser des figures d'anneaux interférentiels. Vous ne perdrez que partiellement le contraste pour des chariotages de plusieurs centimètres (ce qui est énorme avec un vis micrométrique repérant au 1/100 de mm !). La longueur de cohérence avoisine les 10 cm. Quelle intervalle de longueur d'onde attribuez-vous à cette raie (de valeur centrale 546,1nm) ?

EXERCICE 2 : Trois trous d'Young

On réalise une expérience à 3 trous d'Young en utilisant deux lentilles convergentes avec 3 trous équidistants de a . Les deux lentilles sont identiques et de focale f' . La source primaire S est supposée ponctuelle et monochromatique. La source S est placée au foyer objet de la première lentille. L'écran d'observation est placé au foyer image de la seconde lentille.

- 1) Faire un schéma du dispositif expérimental. Quel est le rôle de chaque lentille ?
- 2) Evaluer la différence de marche δ entre les ondes interférant en un point M de l'écran et sortant de deux trous d'Young successifs ?
- 3) Quelle est l'intensité lumineuse observée entre les différents rayons en fonction de φ où φ est le déphasage entre les deux trous d'Young. On note I_0 l'intensité issue d'un seul trou d'Young.
- 4) Représenter l'allure de l'intensité lumineuse I observée sur l'écran.

EXERCICE 3 : Trous d'Young en lumière blanche



- On considère le dispositif interférentiel des trous de Young éclairés en incidence normale par une onde monochromatique. L'indice de l'air est confondu avec l'indice du vide. On donne $a=3,3\text{ mm}$, $D=3\text{ m}$, $\lambda_0=550\text{ nm}$ (il s'agit de la longueur d'onde correspondant au maximum de sensibilité pour l'oeil). Donner l'expression de la différence de marche δ en un point M de l'écran. Donner l'expression de l'éclairement de l'écran. Calculer l'interfrange.
- On ajoute une lame d'indice $n=1,5$ et d'épaisseur $e=10\text{ }\mu\text{m}$ (voir figure). Dans quel sens les franges défilent-elles ? Combien de franges vont défiler?
- La source émet désormais de la lumière blanche. L'indice n varie avec la longueur d'onde de la lumière suivant la loi de Cauchy : $n=A+\frac{B}{\lambda^2}$ avec $A=1,487$, $B=4,0.10^3(\text{nm})^2$. Décrire ce que l'on observe sur l'écran
 - en l'absence de la lame
 - en présence de la lame.
- La lame étant présente, on place en $x=0$ un spectroscope afin d'analyser la lumière. On remarque des raies sombres dans le spectre (cannelures), ce qui indique l'absence de certaines longueurs d'onde dans la lumière.
 - Expliquer la présence de cannelures.
 - Combien y-a-t-il de cannelures dans l'intervalle ($\lambda_1=400\text{ nm}$, $\lambda_2=800\text{ nm}$).

EXERCICE 4 : Anneaux de Newton

On réalise un dispositif interférentiel en disposant, sur un miroir plan, une lentille de verre plan-convexe (L) dont la face en contact avec le miroir (M) a pour rayon de courbure $R = 1\text{ m}$ (cf. fig. 4). Ce dispositif est éclairé (au travers d'une lame semi-réfléchissante) par un faisceau parallèle, cylindrique, de rayon $r = 2\text{ cm}$. On observe les interférences à l'infini. La réflexion sur un miroir entraîne une différence de marche supplémentaire de $\lambda/2$.

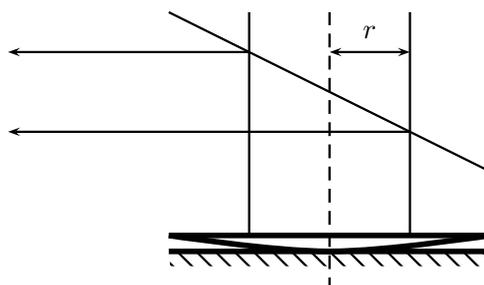


FIGURE 4 – Anneaux de Newton

- On remarque que $r \ll R$. Quelle hypothèse simplificatrice peut-on en déduire quant à la direction des faisceaux réfléchis sur (M) et sur la face inférieure de (L) ?
En déduire l'expression de la différence de marche, puis le nombre d'anneaux observables.
Application numérique : $\lambda = 589 \text{ nm}$.
- La source émet en fait deux radiations (raies D du Sodium) de longueurs d'onde voisines $589,0 \text{ nm}$ et $589,6 \text{ nm}$. Observe-t-on un brouillage des franges ?
- Même question si on soulève (L) d'une hauteur z au dessus du miroir. On calculera la première valeur de z assurant un brouillage au centre et on étudiera l'aspect de la figure sur toute son étendue pour cette même valeur de z .

EXERCICE 5 : Interférences observées au viseur

Un viseur est constitué de deux lentilles (objectif et oculaire) de focales respectives f'_1 et f'_2 , et centrées en O_1 et O_2 (Fig. 10).

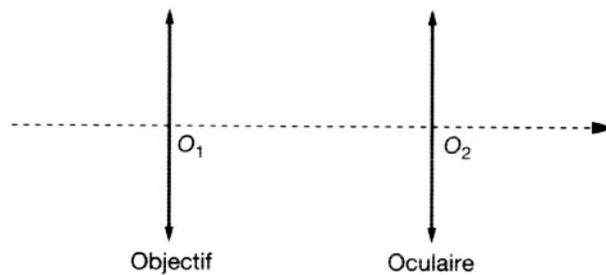
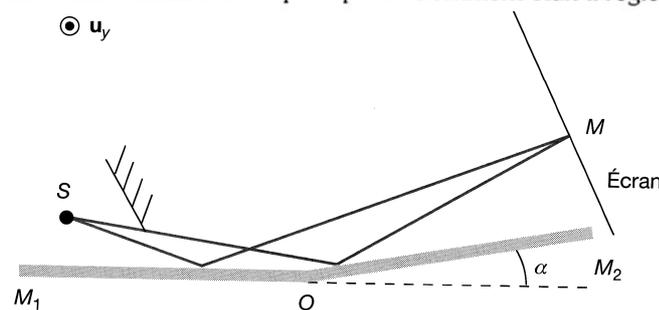


Figure 10

- De quel côté doit-on placer l'objet à observer et où placer l'œil ? Où doit être l'image de l'objet par le viseur pour permettre une observation sans fatigue ?
- Déterminer la distance objectif-oculaire d pour qu'un objet placé à la distance $2f'_1$ devant l'objectif donne son image à l'infini.
- Cet objet est une petite règle et il existe un micromètre (assimilable à une règle graduée transparente) dans le plan focal objet de l'oculaire. Que voit-on et quel est l'intérêt du dispositif ?
- On observe au travers du viseur deux trous d'Young (éclairés par une source ponctuelle et monochromatique de longueur d'onde λ) situés à grande distance D devant l'objectif. Les deux trous sont situés sur une même horizontale. Que voit-on ? Application numérique pour $f'_1 = 5 \text{ cm}$, $f'_2 = 1 \text{ cm}$, $D = 80 \text{ cm}$, $\lambda = 500 \text{ nm}$ et $a = 0,1 \text{ mm}$.
- À quel moment avez-vous utilisé un viseur en travaux pratiques ? Comment était-il réglé ?

EXERCICE 6 : Miroir



Soit M un point de l'écran atteint par deux rayons réfléchis sur chacun des miroirs (voir figure ci-dessus).

- D'où semblent venir ces deux rayons ? En déduire graphiquement la zone d'interférence.
- Définir et préciser la position des sources secondaires S_1 et S_2 pour ce dispositif. Sont-elles cohérentes en phase ?
- Quelle est la forme de la figure d'interférence ?
- Que vaut la différence de marche de deux rayons interférant en M . On note $d = OS$ et la distance entre O et l'écran vaut l .
- En déduire l'intensité sur l'écran.
- Calculer l'interfrange.
- Application numérique : $l = 1,00 \text{ m}$, $d = 50,0 \text{ cm}$, $\alpha = 2'00''$ et $\lambda = 514,0 \text{ nm}$.

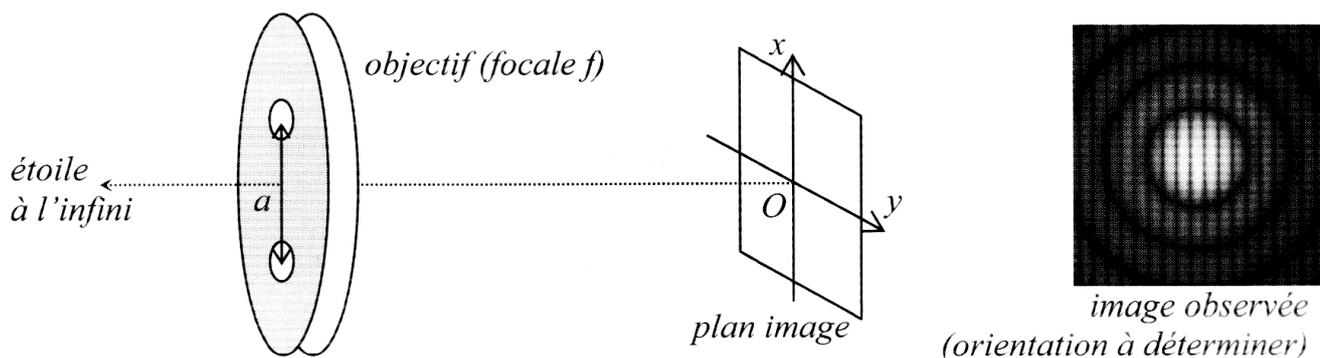
EXERCICE 7 : Principe de l'interférométrie stellaire

Lorsqu'on observe une étoile à travers un télescope, sa dimension angulaire est souvent trop petite pour être résolue par l'appareil : l'image apparaît sous la forme d'une tache, dont la dimension est liée aux défauts de l'instrument, qui peuvent être :

- les aberrations des optiques (non-stigmatisme : l'image d'un point n'est pas un point) ;
- les fluctuations atmosphériques (qui déforment le front d'onde et donc altèrent la qualité de l'image, comme quand on regarde au-dessus d'une nappe d'essence qui s'évapore) ;
- la diffraction par l'ouverture limitée de l'instrument (même avec un appareil de diamètre d très grand devant la longueur d'onde λ de la lumière, l'angle de diffraction, de l'ordre de λ/d , n'est pas toujours négligeable devant les angles intéressants en astronomie).

Le but de cet exercice est de montrer qu'on peut dépasser cette dernière limite, de façon à avoir des informations fines sans pour autant réaliser des appareils de diamètre gigantesque, en utilisant les interférences produites par deux appareils différents de taille raisonnable : on obtient alors la même résolution qu'avec un seul appareil dont le diamètre serait égal à la distance entre les deux appareils couplés.

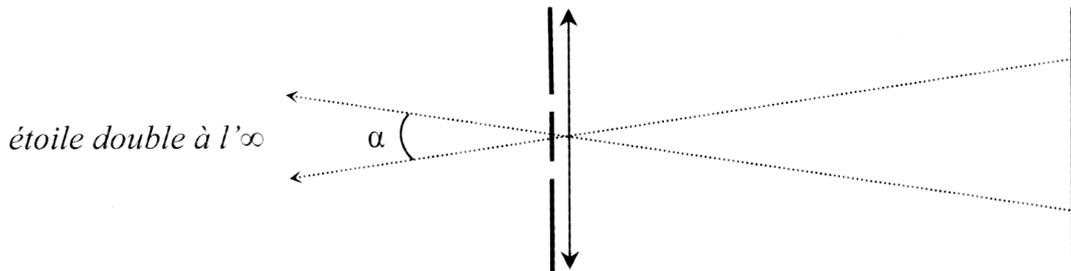
1. Dans cet exercice, pour simplifier les constructions de rayons on supposera que l'observation se fait à travers une lunette astronomique. Quelle différence avec un télescope ?
2. On observe une étoile, considérée d'abord ponctuelle et à l'infini sur l'axe optique de la lunette, dont l'objectif a pour distance focale f . Où se forme l'image de l'étoile donnée par l'objectif ? Quelle est la distance entre l'objectif et le plan image ?
3. On place contre l'objectif un écran opaque percé de deux petits trous identiques, dont on peut faire varier la distance a . Les trous sont assez petits pour produire une diffraction forte et isotrope de la lumière. L'image de l'étoile n'est donc pas ponctuelle : on observe dans le plan image une tache de lumière comportant des anneaux concentriques dus à la diffraction par les trous, auxquels se superposent des franges rectilignes (voir l'image ci-dessous).



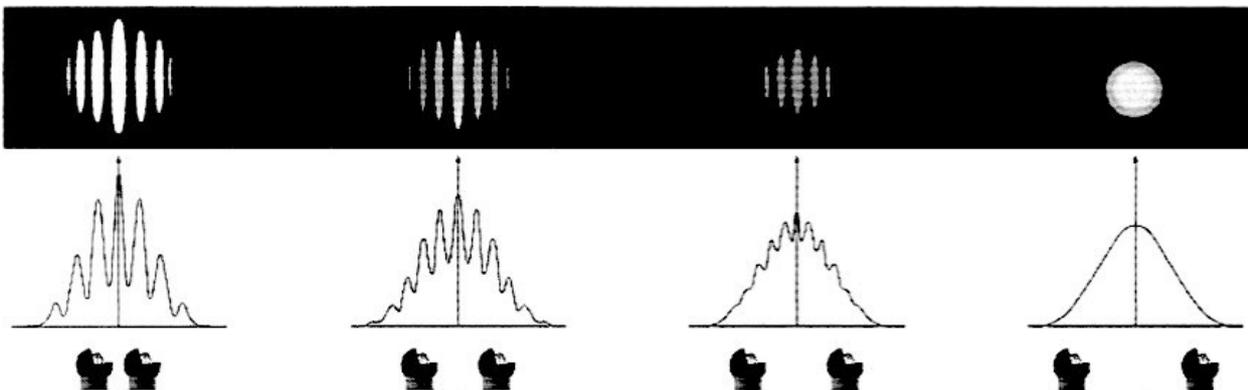
Expliquer la présence de franges rectilignes. Quelle est leur orientation par rapport à la direction des trous ? Exprimer la variation d'éclairement correspondante $\varepsilon(x,y)$ dans le plan image (à un facteur ε_0 près qu'on ne cherchera pas à expliciter) en supposant la lumière monochromatique de longueur d'onde λ_0 (l'indice du milieu ambiant est $n = 1$). Tracer cette fonction. Donner l'expression de l'interfrange i . Que se passe-t-il si la distance a entre les trous augmente ?

4. Comment est modifié l'éclairement dans le plan image si l'étoile n'est pas sur l'axe optique de la lunette (on supposera que les rayons arrivent sous un angle θ) ?

5. Maintenant, on considère que l'étoile est double et on cherche à mesurer la distance angulaire α entre ses deux composantes, qu'on suppose émettre des ondes de même puissance et de même longueur d'onde mais mutuellement incohérentes. Préciser ce que cela signifie et justifier cette hypothèse. Dire quelle conséquence cela a sur le calcul de l'éclairement dû aux deux étoiles.



6. En utilisant le résultat de la question 4, tracer sur le même graphique la fonction d'éclairement due à chaque étoile, puis montrer qu'il est possible, pour certaines valeurs de la distance a entre les trous dont on précisera la plus faible, que les franges d'interférences disparaissent.
7. Montrer qu'on peut retrouver le résultat précédent en utilisant comme critère de visibilité des interférences la condition $\Delta p < \frac{1}{2}$, où Δp est la variation de l'ordre d'interférence en un point donné de l'image quand on passe d'une étoile ponctuelle à l'autre.
8. Dans la pratique, on observe une étoile double avec un système de deux télescopes identiques, placés sur un grand rail de façon à pouvoir faire varier la distance a les séparant. À cause de la diffraction, la résolution de chaque télescope individuel ne permet pas de différencier les deux composantes de l'étoile double, mais l'image obtenue en superposant les signaux captés par les deux télescopes montre une tache dans laquelle on distingue des franges rectilignes. L'étude du contraste de ces franges permet de remonter de façon indirecte aux caractéristiques géométriques de l'étoile. Le VLT (Very Large Telescope, au Chili) fonctionne sur ce principe et permet d'atteindre une résolution angulaire proche de $5 \cdot 10^{-9}$ rad (0,001 seconde d'arc) en travaillant à une longueur d'onde de $1 \mu\text{m}$ (proche infrarouge) :



Évolution des franges d'interférences avec la distance entre deux télescopes observant une étoile (source VLT)

En déduire l'espacement maximal a entre les télescopes du VLT. Si on utilisait un télescope simple, quel devrait être le diamètre d de son miroir pour obtenir une résolution aussi bonne, en supposant qu'elle est limitée par la diffraction par l'ouverture de son objectif, ce qui conduit à la limite $\alpha \approx \lambda/d$?