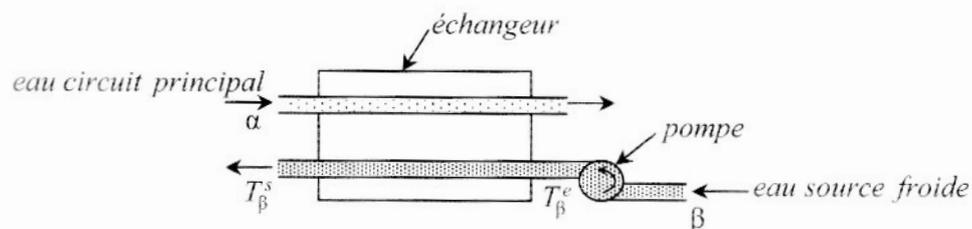


## TD Tphy2 : Machines thermiques

### EXERCICE 1 : Echangeur avec pompe

Le condenseur d'une centrale nucléaire est un échangeur surfacique réalisant l'échange thermique entre un fluide  $\alpha$  et un fluide  $\beta$ . Le fluide  $\alpha$  est de l'eau issue du circuit principal, il transite dans l'échangeur à la température constante  $T_\alpha$  de  $32,7^\circ\text{C}$  et à la pression de  $0,05$  bar, où il est admis à l'état de mélange liquide-vapeur saturante d'enthalpie massique  $h_\alpha^e = 2228,76 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ , et dont il sort à l'état de liquide saturant d'enthalpie massique  $h_\alpha^s = 136,9 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ . Ce faisant, il échange une quantité de chaleur avec l'unité de masse de fluide  $\beta$  (également de l'eau) en provenance de la source froide (souvent une rivière, un lac ou une tour réfrigérante...) qui est injectée dans l'échangeur par une pompe à la température  $T_\beta^e$  de  $13,0^\circ\text{C}$ , et en ressort à la température  $T_\beta^s$  de  $23,0^\circ\text{C}$ . On donne  $c_p = 4,17 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$  la chaleur massique moyenne de l'eau entre  $13$  et  $23^\circ\text{C}$ .

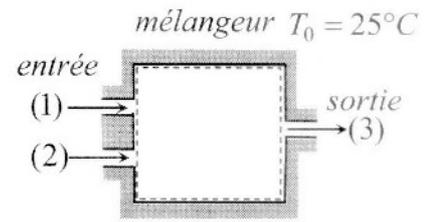
**Hypothèses :** les deux écoulements sont unidimensionnels et en régime permanent, l'échangeur est calorifugé de même que les canalisations. Les variations d'énergies cinétique et potentielle du fluide sont négligées.



1. Rappeler brièvement le principe d'un cycle de Rankine de puissance vapeur décrit par l'eau du circuit principal et l'intérêt de la présence d'un condenseur.
2. Sachant que le débit massique de l'eau du circuit principal est  $D_m^a = 830 \text{ kg}\cdot\text{s}^{-1}$ , déterminer la puissance thermique  $\mathcal{P}_{CO}$  évacuée par la source froide dans le condenseur lorsque celui-ci est supposé parfaitement calorifugé. On précisera clairement le système étudié.
3. Établir la relation entre le titre massique  $x_{vap}$  en vapeur d'eau, l'enthalpie massique  $h(M)$  du mélange liquide-vapeur en un point  $M$  représentatif de l'état du fluide sur le palier de changement de phase liquide-vapeur, l'enthalpie massique de la vapeur d'eau  $h_{vap}$  et celle de l'eau liquide  $h_{liq}$ , à température et pression données. En déduire l'expression littérale et la valeur du titre en vapeur  $x_{vap}$  à l'entrée du condenseur, sachant qu'à  $32,7^\circ\text{C}$  et à une pression de  $0,05$  bar on a  $h_{vap} = 2561,26 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ .
4. On suppose toujours l'échangeur calorifugé. Le fluide refroidissant est entraîné par une pompe, elle aussi calorifugée, d'une puissance de  $3,3 \text{ MW}$ . Déterminer le débit massique  $D_m^\beta$  du fluide de refroidissement correspondant (préciser le système étudié) ainsi que la variation de température de l'eau entre l'entrée et la sortie de la pompe. Commenter.
5. Lorsque l'échangeur n'est pas parfaitement calorifugé, cela se traduit, dans le bilan enthalpique, par un terme de puissance thermique correspondant aux pertes :  $\mathcal{P}_{pertes}$ . Compte tenu de la valeur précédente du débit massique  $D_m^\beta$ , établir l'expression littérale de la puissance thermique  $\mathcal{P}_{pertes}$  en fonction de  $c_p$ ,  $T_e$ ,  $T_s$ ,  $D_m^a$ ,  $\Delta h_\alpha$  et  $D_{m,\beta}$ . Faire l'application numérique et conclure sur la qualité du calorifugeage du condenseur.

## EXERCICE 2 : Irréversibilité au sein d'un mélangeur

Un écoulement d'eau à la température  $T_1 = 10^\circ\text{C}$  pénètre par l'entrée (1) d'un mélangeur calorifugé et isobare dans lequel règne une pression de 1 bar. Il s'y mélange avec un écoulement de vapeur d'eau à la température  $T_2 = 150^\circ\text{C}$  entrant par l'entrée (2). L'écoulement résultant du mélange isobare des deux fluides émerge de la chambre à la température de  $T_3 = 50^\circ\text{C}$ . On note  $T_0 = 25^\circ\text{C}$  la température du milieu extérieur autour du mélangeur, dans son environnement immédiat (elle est supposée uniforme et constante).



**Hypothèses** : l'écoulement est unidimensionnel et en régime permanent. Les variations d'énergies cinétique et potentielle du fluide sont négligées. On donne les débits massiques des écoulements entrants :  $D_m^1 = 0,938 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $D_m^2 = 0,062 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$ , ainsi que les valeurs thermodynamiques regroupées dans le tableau suivant :

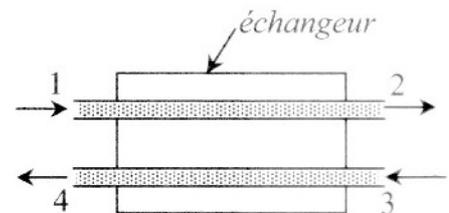
état	$h$ (kJ.kg <sup>-1</sup> )	$s$ (kJ.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> )
1	42	0,151
2	2746	6,838
3	209,6	0,703

1. Montrer que l'hypothèse de mélangeur calorifugé est bien légitime.
2. Établir l'expression littérale et la valeur numérique du taux de création d'entropie  $\dot{S}_{crée}$  dans le mélangeur. Commenter. On précisera clairement le système étudié.

## EXERCICE 3 : Irréversibilité au sein d'un échangeur

On considère un échangeur thermique surfacique constitué de deux circulations d'eau à contre courant. L'échangeur est supposé parfaitement calorifugé et les écoulements supposés isobares et en régime permanent. La capacité thermique de l'eau à pression constante  $c_p$  est supposée indépendante de la température. On note  $T_1$  et  $T_3$  les températures d'entrée dans l'échangeur et  $T_2$  et  $T_4$  les températures de sortie. Le débit massique est noté  $D_m$  dans la conduite 1  $\rightarrow$  2 et  $D'_m$  dans la conduite 3  $\rightarrow$  4.

Données :  $T_1 = 350 \text{ K}$ ,  $T_2 = 290 \text{ K}$ ,  $T_3 = 280$ ,  $T_4 = 340 \text{ K}$ ,  
 $c_p = 4,17 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ,  $D_m = 1 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$ .



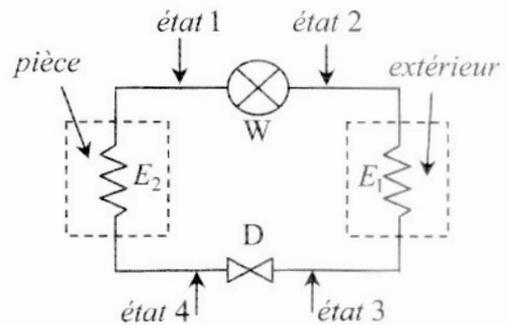
1. Exprimer et calculer  $D'_m$  en fonction des données du problème. Calculer sa valeur numérique.
2. Exprimer et calculer le taux d'entropie créée dans l'échangeur complet en fonction des données du problème. Calculer sa valeur numérique, commenter.

## EXERCICE 4 : Climatiseur

On s'intéresse au fonctionnement d'un appareil de climatisation domestique à fluide caloporteur R134-a, dont le but est de maintenir une température moyenne constante dans une pièce en été.

**Hypothèses :** dans toute l'étude, on suppose l'écoulement du fluide permanent et unidimensionnel, on néglige toute variation d'énergie cinétique massique et d'énergie potentielle massique. Le compresseur W aspire le fluide sous une basse pression, le comprime en lui fournissant un travail et le refoule à haute pression. Pour simplifier, on considère que la compression est adiabatique et réversible. Le détendeur D, calorifugé et sans pièce mécanique mobile, est muni d'un pointeau qui permet de réguler le débit du fluide. La chute de pression est due aux variations de section dans cet élément.

Les échangeurs thermiques  $E_1$  et  $E_2$  sont isobares (suivant le fonctionnement il s'agit d'un évaporateur ou d'un condenseur), dépourvus de pièce mécanique mobile. Ils ressemblent à des radiateurs, offrant ainsi une grande surface de contact thermique avec l'air du local à climatiser (pour l'un) et l'air extérieur (pour l'autre). On suppose que les pressions sont uniformes dans chacune des deux parties du circuit (la partie haute pression où la pression est fixée à 10 bar et la partie basse pression où elle vaut 2 bar). Cela revient à négliger les pertes de charge, sauf dans le détendeur.



**Question préliminaire.** Préciser et justifier la nature des transformations du fluide (isobare, isotherme, isenthalpique ou isentropique) au cours du cycle.

### Fonctionnement du climatiseur

On désire refroidir la pièce en contact avec l'échangeur  $E_2$ . Dans ce cas, l'échangeur  $E_1$  est un condenseur : le fluide y entre en (2) à haute pression sous forme de vapeur sèche, il en ressort sous forme de liquide saturant en (3), à la température  $T_3$ .  $E_2$  est un évaporateur : le fluide y est admis à basse pression sous forme de mélange liquide-vapeur en (4) et se vaporise totalement pour ressortir sous forme de vapeur sèche saturante en (1) à la température  $T_1$ .

1. Tracer, en justifiant son orientation et en expliquant la nature de chaque étape, l'allure du cycle du fluide en diagramme entropique ( $T,s$ ). Montrer que le fonctionnement correspond bien à un refroidissement de la source froide en contact avec l'air de la pièce.
2. On dispose du diagramme de Mollier des frigorigères ( $\ln(P),h$ ) du fluide R134-a (la pression  $y$  figure en ordonnée sur une échelle logarithmique). Évaluer graphiquement la chaleur latente de vaporisation de fluide R134-a pour une pression de 2 bar, quel intérêt présente, de ce point de vue, l'utilisation de ce fluide ?

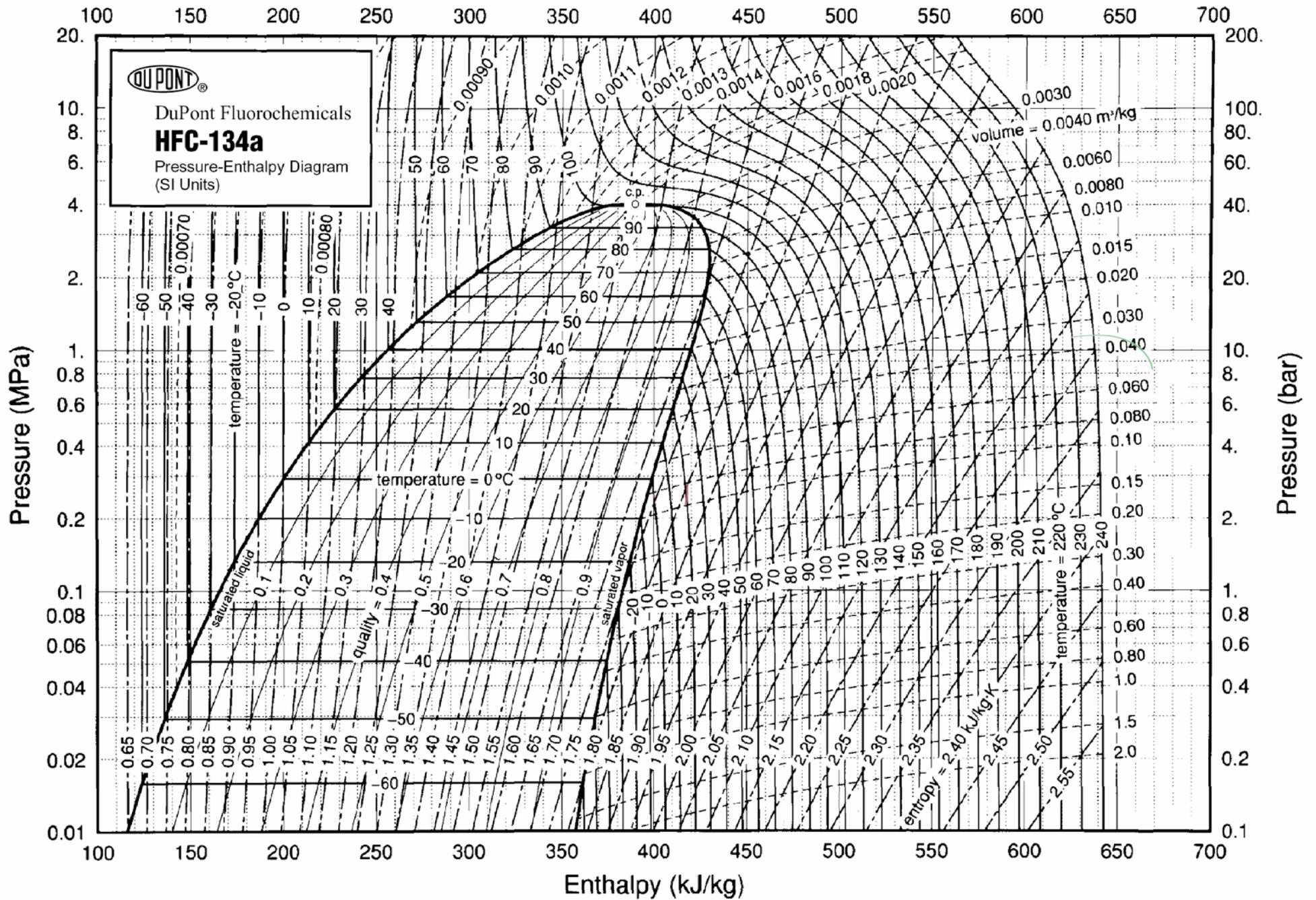
Tracer, en précisant votre raisonnement, le cycle d'évolution du fluide en diagramme de Mollier des frigorigères. Reporter dans un tableau les valeurs relevées sur ce diagramme de la pression, température, enthalpie massique et titre en vapeur aux différents points remarquables du cycle (correspondant aux différents états du fluide de 1 à 4).

3. Déterminer les expressions littérales et numériques des transferts énergétiques massiques  $w_i$  et  $q_i$  en fonction des enthalpies massiques aux points remarquables du cycle. Appliquer le premier principe au système fermé constitué d'une unité de masse de fluide décrivant le cycle complet. Commenter.
4. Définir et calculer le coefficient de performance (noté  $COP$ ) du climatiseur. Quel serait ce coefficient (noté  $COP_{carnot}$ ) si le fluide décrivait un cycle de Carnot en effectuant les échanges thermiques avec les mêmes sources de chaleur ? En quoi le cycle étudié diffère-t-il d'un cycle de Carnot ? Évaluer le rendement du cycle par rapport au cycle de Carnot :

$$\eta = \frac{COP}{COP_{carnot}} .$$

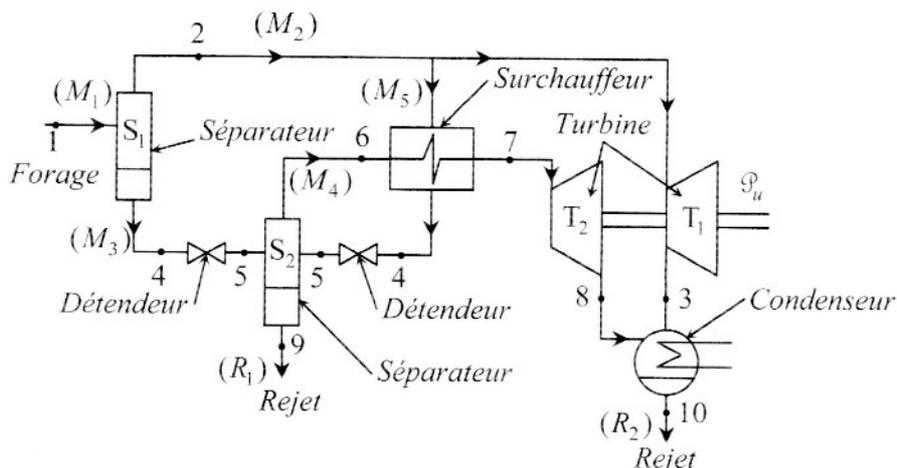
### Optimisation du coefficient de performance de l'installation

5. À la sortie de l'évaporateur, les vapeurs sont surchauffées de façon isobare à la température  $T_1'$ , avant d'être aspirées par le compresseur. On définit la « surchauffe à l'aspiration » par la valeur de la différence  $T_1' - T_1$  qui est ici fixée à  $5\text{ °C}$ . En quoi cette surchauffe est-elle souhaitable ?
6. Reporter le point qui représente l'état correspondant, numéroté (1'), du fluide sur le diagramme de Mollier des frigoristes à l'entrée du compresseur, et en déduire la position du point (2') représentatif de l'état du fluide à la sortie du compresseur. Donner les valeurs numériques  $h_1'$ ,  $h_2'$  et  $T_2'$  correspondantes.
7. À la sortie du compresseur, le fluide circule dans le tuyau de refoulement qui mène au condenseur. Ce tuyau n'étant pas calorifugé, le fluide s'y refroidit en subissant une « désur-surchauffe » de  $6\text{ °C}$ . Quelle est la température à l'entrée du condenseur (après la désur-surchauffe de  $6\text{ °C}$ ) ? Sous quel état se trouve alors le fluide ? Reporter le point (2'') correspondant sur le diagramme et donner la valeur numérique de la température correspondante  $T_2''$ .
8. À la sortie du condenseur le fluide est sous-refroidi jusqu'à la température  $T_3'$ . Quel est l'intérêt de ce sous-refroidissement ? Quelle valeur faut-il lui donner pour améliorer encore la puissance frigorifique de  $5\%$  par rapport à la situation étudiée à la question 6, à débit massique fixé ? En déduire la valeur de  $h_3'$ , reporter le point qui représente l'état correspondant, numéroté (3'), sur le diagramme. Montrer que les isothermes sont verticales dans le domaine du liquide et en déduire la température  $T_3'$ .
9. Qualitativement, comment faut-il régler le débit pour s'assurer que tout le liquide se vaporise bien dans l'évaporateur ? Quelle doit être la valeur du débit massique  $D_m$  de fluide pour obtenir une puissance frigorifique  $\mathcal{P}_{\text{frig}}$  de  $3\text{ kW}$  ? Quelle est alors la puissance  $\mathcal{P}_{\text{comp}}$  consommée par le compresseur ?
10. Calculer le coefficient de performance  $COP'$  de l'installation optimisée. Commenter.
11. Pour assurer une température moyenne de  $20\text{ °C}$ , l'air chaud intérieur à  $23\text{ °C}$  est envoyé, à l'aide d'un ventilateur, au contact de l'évaporateur où il est refroidi à  $17\text{ °C}$ . Pour optimiser les transferts thermiques, une différence de température de  $10\text{ °C}$  doit être maintenue entre le fluide dans l'évaporateur et l'air de la pièce. À quelle température maximale doit s'effectuer le changement d'état dans l'évaporateur pour que le refroidissement soit optimal ? Cette condition est-elle remplie dans le cas étudié ? Commenter, de ce point de vue, le choix de la température  $T_1'$  dans l'évaporateur ainsi que l'intérêt de l'utilisation du fluide R134-a.
12. En supposant que l'intégralité de la puissance thermique cédée par l'air à l'évaporateur est transmise au fluide, quelle doit être la valeur du débit volumique  $D_v^{\text{air}}$  (que l'on exprimera en  $\text{m}^3 \cdot \text{heure}^{-1}$ ) du ventilateur pour assurer le refroidissement souhaité ? On assimilera l'air à un gaz parfait diatomique pour lequel le rapport des capacités thermiques est  $\gamma = \frac{7}{5}$ , dont la masse volumique est  $\rho_a = 1,3\text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  et la masse molaire  $M = 29\text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ .



## EXERCICE 5 : Centrale géothermique

On considère le schéma suivant d'une centrale géothermique. Le séparateur est un réservoir dont l'unique rôle est de séparer les deux phases : le liquide saturant à la partie inférieure, la vapeur saturante sèche à la partie supérieure (la pression qui y règne est constante). On supposera cet élément calorifugé. Le détendeur est un organe statique (pas de partie mobile) permettant d'adapter la pression à une valeur imposée. On supposera que l'évolution du fluide y est adiabatique. Le surchauffeur est un échangeur permettant de surchauffer la vapeur saturante sèche provenant du séparateur  $S_2$  par échange thermique avec la vapeur saturante sèche provenant du séparateur  $S_1$ . On supposera que les évolutions du fluide y sont isobares.



**Présentation de l'installation :** la vapeur humide (titre de vapeur égal à 0,25) provenant du forage est admise dans le séparateur  $S_1$  où règne une pression  $P$ , égale à 7 bars ( $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$ ). De ce séparateur, il sort, d'une part la vapeur saturante sèche qui est dirigée vers le surchauffeur ou la turbine  $T_1$ , et d'autre part le liquide saturant. Ce liquide saturant, après passage dans le détendeur, est envoyé dans le séparateur  $S_2$  où règne une pression  $P_5$  égale à un bar. De ce séparateur, il sort d'une part la vapeur saturante sèche, dirigée vers le surchauffeur puis vers la turbine  $T_2$ , et d'autre part le liquide saturant rejeté vers l'extérieur. La vapeur saturante sèche sortant du séparateur  $S_2$  est surchauffée jusqu'à la température de  $140^\circ\text{C}$  ( $T_7=140^\circ\text{C}=413 \text{ K}$ ) grâce à la condensation totale d'une partie de la vapeur saturante sèche provenant du séparateur  $S_1$ . Le liquide saturant sortant du surchauffeur est réintroduit dans le séparateur  $S_2$  après passage dans le détendeur. Après passage dans les turbines  $T_1$  et  $T_2$ , la vapeur humide parvient au condenseur où la pression est maintenue à la valeur de 0,1 bar. Le liquide saturant provenant du condenseur est rejeté vers l'extérieur. La puissance mécanique utile, notée  $\mathcal{P}_u$ , est disponible sur l'arbre commun aux deux turbines.

**Hypothèses :** les détenteurs dans les turbines  $T_1$  et  $T_2$  sont supposés adiabatiques réversibles. On négligera les pertes mécaniques dans les turbines. Dans tout ce problème, les variations d'énergies cinétique et potentielle du fluide seront négligées.

### Première partie : étude de la détente dans la turbine $T_1$

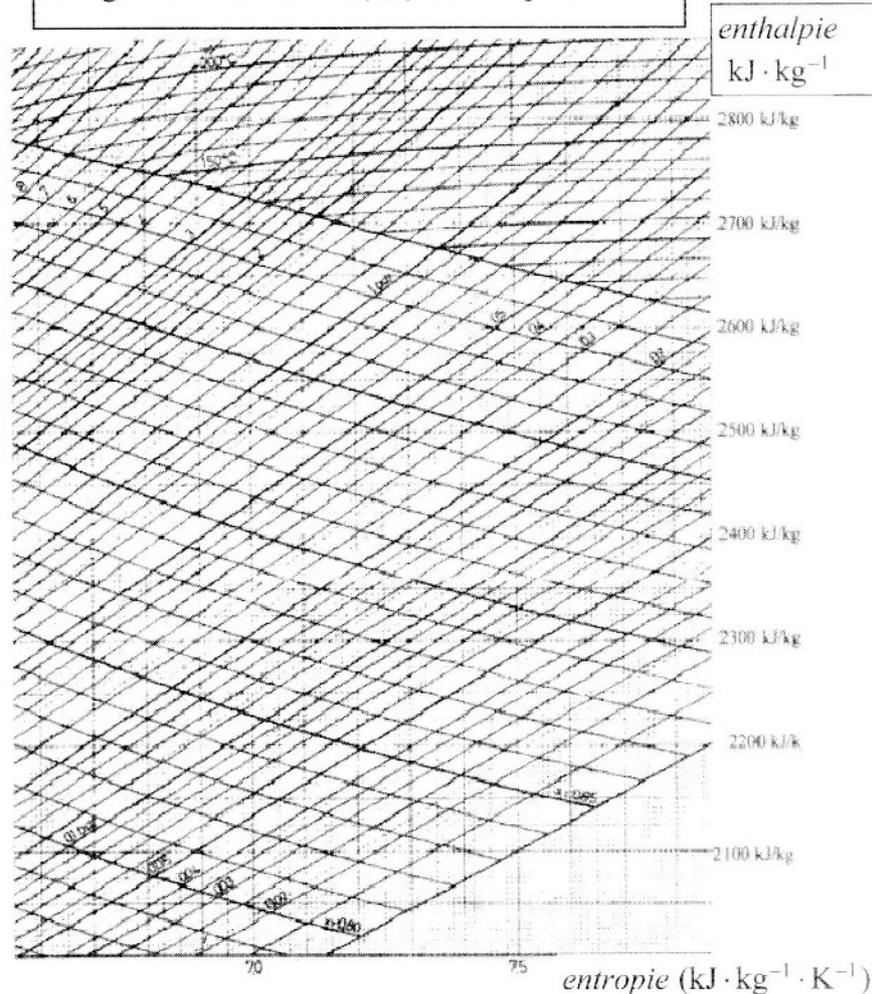
1. Préciser la pression (en bar), température (en  $^\circ\text{C}$ ), enthalpie massique (en  $\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ ) et entropie massique (en  $\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ) au point 2.
2. Calculer le titre de vapeur  $x_3$  au point 3. En déduire son enthalpie massique.
3. Calculer le travail indiqué massique de la détente, noté  $w_i^{T1}$ .

### Seconde partie : étude de l'installation

On dispose ci-joint d'un extrait d'un tableau de constantes thermodynamiques relatif à la vapeur d'eau saturée ainsi que d'une partie du diagramme ( $h,s$ ) relatif à la vapeur d'eau.

$P$ (bar)	$T$ ( $^\circ\text{C}$ )	$h'$ ( $\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ )	$h''$ ( $\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ )	$s'$ ( $\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ )	$s''$ ( $\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ )
		liquide saturant	vapeur saturante	liquide saturant	vapeur saturante
0,1	45,883	191,83	2584,8	0,6493	8,1511
1,0	99,632	417,51	2675,4	1,3027	7,3598
7	164,96	697,06	2762,0	1,9918	6,7052

Diagramme de Mollier ( $h,s$ ) de la vapeur d'eau



4. Démontrer que l'évolution dans un détendeur est isenthalpe.
5. Placer les points 2, 3, 6, 7 et 8 sur le diagramme ( $h,s$ ). Donner l'enthalpie massique aux points 7 et 8.
6. En utilisant les tableaux de valeurs numériques de la vapeur d'eau saturée, déterminer l'enthalpie massique aux points 1, 4, 5, 6, 9 et 10.
7. Dresser un tableau récapitulatif précisant : pression, température, enthalpie massique et titre en vapeur aux points 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 et 10.

### Troisième partie : bilan de l'installation

#### Les notations

$M_1$  est le débit massique de vapeur humide obtenu par forage pénétrant dans le séparateur  $S_1$ .  $M_2$  est le débit massique de vapeur saturante sèche sortant du séparateur  $S_1$ .

$M_3$  est le débit massique de liquide saturant sortant du séparateur  $S_1$ .

$M_4$  est le débit massique de vapeur saturante sèche sortant du séparateur  $S_2$  et pénétrant dans le surchauffeur, puis la turbine  $T_1$ .

$M_5$  est le débit massique de vapeur saturante sèche pénétrant dans le surchauffeur et retournant dans le séparateur  $S_2$ .

$R_1$  est le débit massique de liquide saturant, provenant de  $S_1$  et rejeté vers l'extérieur.

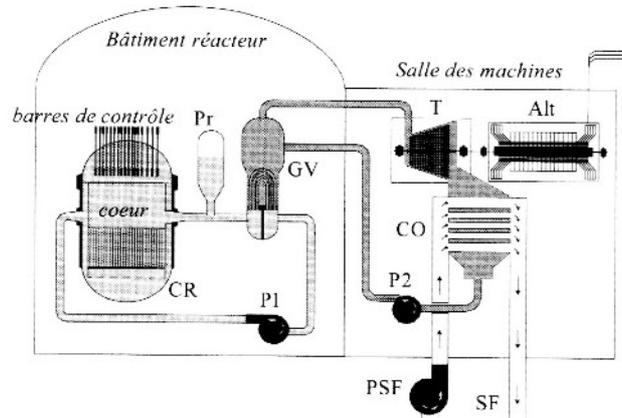
$R_2$  est le débit massique de liquide saturant, provenant du condenseur et rejeté vers l'extérieur.

On donne  $M_1 = 250 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$ .

8. Calculer les débits massiques  $M_2$ ,  $M_3$ ,  $M_4$  et  $M_5$ ,  $R_1$  et  $R_2$ .
9. Calculer le travail indiqué massique de la détente, noté  $w_i^T$ .
10. Calculer la puissance mécanique utile  $\mathcal{P}_u$  disponible sur l'arbre commun des turbines.
11. Comparer la puissance mécanique utile obtenue précédemment avec celle disponible sur l'arbre de la turbine lors de l'étude de l'installation simplifiée (comportant uniquement le séparateur  $S_1$  alimentant en vapeur saturée la seule turbine  $T_1$ ). Commenter.

## EXERCICE 6 : Centrale nucléaire

Une centrale nucléaire est composée d'un circuit primaire utilisant une source d'énergie nucléaire pour chauffer de l'eau borée (fluide caloporteur), et d'un circuit secondaire dont le fluide caloporteur (aussi de l'eau) suit un cycle de Rankine visant à la production d'énergie électrique par un turboalternateur.



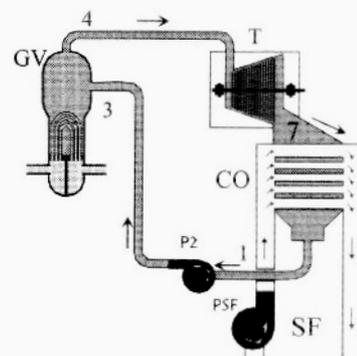
L'eau du circuit primaire transmet une quantité de chaleur à l'eau circulant dans le circuit secondaire. Ce transfert thermique s'effectue dans le générateur de vapeur (GV) (un échangeur thermique). Au contact de tubes parcourus par l'eau du circuit primaire, l'eau du circuit secondaire s'échauffe et se vaporise. Cette vapeur est utilisée pour entraîner l'arbre d'une turbine à aubage couplée à un alternateur triphasé qui produit de l'électricité. Après son passage dans la turbine, la vapeur passe dans le condenseur où elle se liquéfie totalement au contact de l'eau provenant de la source froide (SF) (souvent une rivière, un lac ou une tour réfrigérante...). L'eau liquide saturante qui en émerge est renvoyée vers le générateur de vapeur par une pompe pour décrire un nouveau cycle. Il est important de noter qu'une fraction de la puissance électrique délivrée par le turboalternateur est utilisée pour alimenter les pompes, le reste est délivré au réseau.

**Hypothèses :** l'écoulement est unidimensionnel et en régime permanent. Toutes les évolutions sont supposées réversibles, dans les turbines et les pompes, elles sont supposées adiabatiques. On négligera les pertes mécaniques dans les turbines, les pompes et l'ensemble du turboalternateur. Les échangeurs sont calorifugés (pas d'échange thermique avec l'extérieur). Dans tout le problème, les variations d'énergies cinétique et potentielle du fluide seront négligées, l'évolution du fluide dans chaque canalisation est supposée adiabatique, réversible, isobare et isotherme.

### Rendement du circuit secondaire (cycle de Rankine idéal avec surchauffe)

Attention, De façon à pouvoir être comparés aux installations qui suivent dans les parties suivantes, les états remarquables du fluide sur le cycle sont numérotés de 1 à 7 dans l'ordre en partant de la sortie du condenseur : 1, 3, 4 et 7.

Le circuit secondaire est composé d'un générateur de vapeur (GV, source chaude), d'un turboalternateur, d'un condenseur (CO) échangeant avec la source froide, et d'une Pompe (P2). À la sortie du condenseur (état 1), le fluide est à l'état de liquide saturant à basse pression  $P_1 = 0,05$  bar où il est admis dans le compresseur et comprimé de façon isentropique jusqu'à haute pression  $P_3$  (état 3). Il est ensuite admis dans le (GV) dans lequel il passe, à pression constante, sous forme de vapeur d'eau surchauffée (vapeur sèche à l'état 4) par échange thermique avec le circuit primaire duquel il reçoit la quantité de chaleur massique  $q_{GV}$ . Il subit ensuite une détente isentropique dans la turbine (T) du turboalternateur (l'alternateur (Alt) est entraîné par un arbre commun à la turbine) et passe sous forme de mélange eau liquide-vapeur d'eau saturante à basse pression (état 7). Le condenseur le ramène ensuite de façon isotherme et isobare à l'état de liquide saturant (retour à l'état 1).

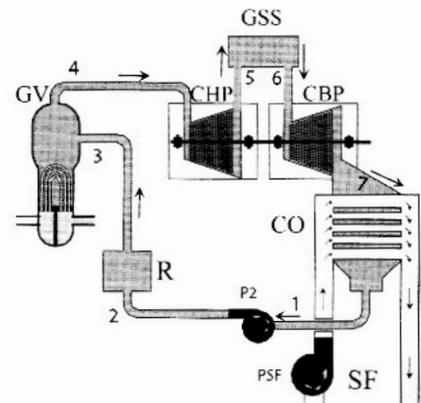


1. Tracer l'allure du diagramme  $(T,s)$  du cycle Rankine avec surchauffe, décrit par l'unité de masse de fluide, correspondant aux différents états du fluide aux points de mesures 1, 3, 4 et 7. On justifiera clairement la démarche suivie et on précisera la nature des transferts d'énergie (sous forme de travaux et de quantité de chaleur) entre le fluide et son environnement. On exagérera l'écart entre les états 1 et 3 dans le domaine du liquide pour plus de clarté.
2. Que représente l'aire circonscrite par le cycle ainsi obtenu ?
3. On définit le rendement thermique du cycle secondaire (ou efficacité motrice) par  $COP_2 = \frac{\mathcal{P}_{elec}}{\mathcal{P}_{therm}}$ , où  $\mathcal{P}_{elec}$  est la puissance électrique fournie au réseau par le turboalternateur (on veillera à tenir compte de la fraction de puissance prélevée nécessaire au fonctionnement du cycle) et  $\mathcal{P}_{therm}$  la puissance thermique reçue par le fluide dans le (GV) de la part du fluide du primaire. Établir son expression littérale en fonction des enthalpies massiques  $h_i$  aux points du circuit secondaire.
4. Quel serait la forme du cycle de Rankine simple sans surchauffe (la turbine étant alors alimentée en vapeur saturante sèche) ? Montrer que la puissance disponible  $\mathcal{P}_{elec}$ , pour être délivrée par l'alternateur au réseau, est le produit du débit massique au secondaire par le travail total fourni par le cycle au milieu extérieur. Quel est alors, par rapport au cycle de Rankine simple sans surchauffe, l'intérêt de surchauffer la vapeur dans le générateur de vapeur (GV) ?

### Rendement thermique du circuit secondaire avec resurchauffe et réchauffe

Le titre de la vapeur changeant au cours de l'évolution dans le turboalternateur, il est plus intéressant de séparer la partie génération de travail en deux turboalternateurs, un corps haute pression (CHP) et un corps basse pression (CBP). Il est ainsi possible d'introduire entre ces deux turbines un groupe sécheur surchauffeur (GSS) qui sépare l'eau de la vapeur et qui resurchauffe la vapeur sèche de façon isobare. Il joue donc, à l'entrée de (CBP), le même rôle que la surchauffe du (GV) à l'entrée de (CHP).

Le circuit principal ainsi réalisé est représenté ci-contre. La resurchauffe est produite à l'aide de fluide soutiré sur le circuit principal à la sortie du (GV). Ce circuit annexe de soutirage n'est pas représenté sur le schéma. Il conduit à une variation d'enthalpie massique du fluide du circuit principal de  $\Delta h_{GSS} = h_6 - h_5$  que l'on assimilera à une quantité de chaleur  $q_{GSS}$  directement prélevée au niveau du (GV). Ce fluide soutiré n'ayant pas cédé toute son énergie dans le (GSS), on le fait interagir au niveau du réchauffeur (R) à la sortie de (P2). On chauffe ainsi, de façon isobare, l'eau d'injection du (GV) du circuit principal par échange thermique avec le fluide soutiré. La variation d'enthalpie massique du fluide au niveau du réchauffeur (R) est  $\Delta h_R = h_3 - h_2$ . Elle sera assimilée à une quantité de chaleur  $q_R$  **directement prélevée au (GV)**.



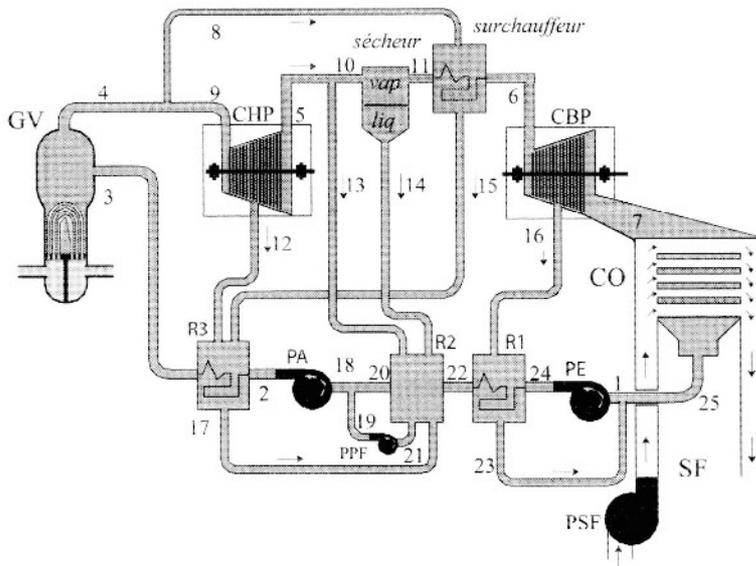
5. Décrire chaque étape du cycle décrit par le fluide du circuit principal (partie du fluide non prélevée) correspondant aux points de mesure numérotés de 1 à 7 et tracer le cycle correspondant en diagramme  $(T,s)$ . Quel est l'intérêt, pour le cycle principal, de la resurchauffe ainsi que de la réchauffe obtenue à la sortie de (P2) ?
6. Établissez l'expression littérale du rendement thermique  $COP_2' = \frac{\mathcal{P}_{elec}}{\mathcal{P}_{therm}}$  du cycle principal en fonction des enthalpies massiques  $h_i$  mesurées aux points remarquables du cycle. Quel est le rendement global ( $COP'$ ) d'une telle installation ? Comparer au rendement de l'installation simple et conclure.

### Rendement thermique du circuit réel

Pour augmenter l'efficacité de réchauffement, on procède à des soutirages dans chaque turbine alimentant des réchauffeurs. Le fluide ainsi extrait n'a pas fourni toute son énergie sous forme mécanique et peut donc la rendre sous forme thermique au sein des réchauffeurs (R1) et (R3). Ci-dessous, outre le circuit déjà présenté, on a détaillé le groupe sécheur surchauffeur (GSS). Le sécheur permet au fluide du circuit principal de passer d'un état de mélange liquide-vapeur saturante en entrée (au point 10) à une vapeur sèche à la sortie (au point 11 sur le circuit principal), il est isobare. Le surchauffeur élève alors la température de cette vapeur sèche de façon quasi-isobare. On a découpé l'étage de pompage en deux, et les résidus du (GSS) sont incorporés aux réchauffeurs (R2) et (R3). On a reporté dans le tableau les grandeurs thermodynamiques relevées en différents points du circuit, repérés par un numéro. Le surchauffeur, ainsi que les réchauffeurs (R1) et (R3) sont des échangeurs thermiques surfaciques (de type tube-calandre) n'autorisant pas le mélange entre le fluide du circuit principal et celui provenant des différents soutirages ou du résidu du surchauffeur. Le réchauffeur (R2) est un mélangeur (appelé **bâche d'alimentation**) récupérant l'ensemble du fluide soutiré pour l'adjoindre au fluide du cycle principal avant réchauffé dans (R3) et injection dans le (GV).

Le condenseur (CO) d'une tranche 900 MW est un échangeur thermique réalisant, à température constante de 32,7°C et pression de 0,05 bar, le changement d'état suivant : l'unité de masse de fluide (de l'eau) du circuit secondaire y est admis à l'état de mélange liquide-vapeur saturante de titre en vapeur égale à  $x_{v,un} = 0,86$  (voir exercice 18.4). Il en sort à l'état de liquide saturant.

Ce faisant, il échange une quantité de chaleur avec l'unité de masse de fluide en provenance de la source froide (SF).



Point	$h$ (kJ·kg <sup>-1</sup> )	$D_m$ (kg·s <sup>-1</sup> )	$P$ (bar)	$T$ (°C)
1	136,9	997,5	0,95	32,7
2	767,6	1434,0	66,2	180,4
3	931,6	1434,0	63,1	217,1
4	2786,6	1434,0	52,2	266,6
5	2561,0	1217,0	11,0	184,1
6	2942,7	997,5	10,3	250,4
7	2228,8	804,5	0,05	32,7
8	2786,6	111,3	52,2	266,6
9	2786,6	1322,7	52,2	266,6
10	2561,0	1109,0	11,0	184,1
11	2759,7	997,5	11,0	184,1
12	2649,7	105,7	24,7	223,3
13	2561,0	108,0	11,0	184,1
14	781,4	?	11,0	184,1
15	1138,8	111,3	47,5	260,7
16	2328,0	193,0	0,93	97,65
17	785,7	217,0	15,9	185,6
18	765,5	1434,0	35,3	178,4
19	781,0	436,5	35,3	178,4
20	757,1	997,5	35,3	178,4
21	771,7	436,5	10,5	182,0
22	560,2	997,5	36,4	132,7
23	185,9	193,0	0,5	50,0
24	142,5	997,5	43,7	33,1

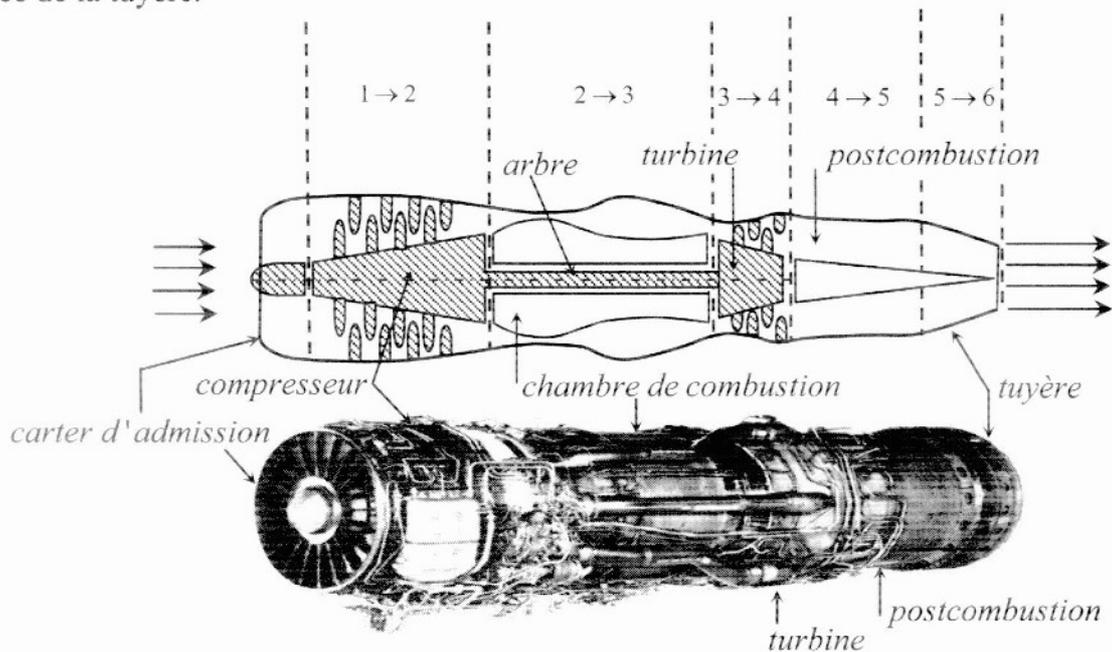
- Compte tenu des précisions apportées, donner l'allure du cycle du fluide dans le circuit principal en diagramme ( $T,s$ ). On fera figurer l'isotitre en entrée du condenseur.
- Rappeler le premier principe des systèmes ouverts pour un organe comportant plusieurs entrées et sorties. En déduire l'expression de la puissance extraite par la turbine (CHP) en fonction de  $D_{m,9}$  et  $D_{m,5}$  et des enthalpies aux points 5, 9 et 12. De même pour la puissance extraite par la turbine (CBP) en fonction de  $D_{m,6}$  et  $D_{m,7}$  et des enthalpies aux points 6, 7 et 16. Faire l'application numérique.
- Déterminer la puissance nécessaire au sécheur. Déterminer le débit massique  $D_{m,14}$  à l'extraction du sécheur.
- Déterminer la puissance nécessaire à l'ensemble des pompes.
- Quelle est la puissance thermique reçue par le fluide dans le surchauffeur ? Même question pour le réchauffeur (R3).
- Justifier qualitativement que seule la puissance thermique fournie au fluide du circuit principal dans (R3) et dans le surchauffeur, puisse être considérée comme directement prélevée au (GV) (comme dans la partie précédente), contrairement à celle fournie dans (R2) et (R1).

Déterminer le rendement  $COP_2$  de cette version du circuit secondaire. On tiendra également compte de la pompe du circuit de refroidissement qui consomme 3,3 MW.

Quel est le rendement global de cette centrale sachant que le rendement du primaire est de  $COP_1 = 0,993$ . Commenter.

## EXERCICE 7: Turboréacteur

On se propose d'étudier, de façon simplifiée, le fonctionnement du turboréacteur mono-flux et mono-corps à postcombustion qui équipe les avions de chasse. Le schéma de principe simplifié du turboréacteur est présenté ci-dessous. En fonctionnement économique, l'air entrant dans le réacteur est comprimé puis mélangé à du carburant et brûlé. Le mélange brûlé est accéléré dans une tuyère, et éjecté à grande vitesse. Ainsi l'énergie thermique générée par la combustion est convertie en énergie cinétique de façon à générer une poussée sur l'avion dont est solidaire le turboréacteur. Pour obtenir une poussée plus importante, le pilote peut enclencher la postcombustion : le mélange subit alors une seconde combustion entre la sortie de la turbine et l'entrée de la tuyère.



**Fonctionnement** : le compresseur axial aspire l'air ambiant via le carter d'admission à la température  $T_1 = 288 \text{ K}$  et à la pression  $P_1 = 1 \text{ bar}$ .

Étape (1)  $\rightarrow$  (2) : après compression de  $P_1$  à  $P_2 = 6,15 \text{ bars}$ , l'air est admis dans la première chambre de combustion où le carburant est injecté.

Étape (2)  $\rightarrow$  (3) : le mélange air-carburant est chauffé par combustion à la température  $T_3 = 1250 \text{ K}$ .

Étape (3)  $\rightarrow$  (4) : détente partielle dans la turbine axiale.

Étape (4)  $\rightarrow$  (5) : postcombustion enclenchée. Après passage dans la turbine, les gaz comburés sont admis dans la seconde chambre de postcombustion où ils subissent une seconde combustion les menant à la température de  $T_5 = 1930 \text{ K}$ .

Étape (5)  $\rightarrow$  (6) : les gaz sont ensuite admis dans la tuyère à la pression  $P_5$  et à vitesse supposée nulle et s'y détendent jusqu'à la pression ambiante  $P_6 = 1 \text{ bar}$ .

**Hypothèses** : on suppose que le régime est permanent, que l'énergie potentielle de pesanteur ne varie pas dans tout le problème et que l'énergie cinétique ne varie que dans la tuyère. L'écoulement est unidimensionnel. Le coefficient isentropique de l'air  $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$  est considéré comme constant et pris égal à 1,4. On rappelle que la capacité calorifique massique du gaz à pression constante est  $c_p = \frac{\gamma r}{\gamma - 1}$  où  $r = \frac{R}{M}$  ( $R$  est la constante des gaz parfaits et  $M$  la masse molaire du gaz). Pour les applications numériques on prendra  $c_p = 1000 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ . Les caractéristiques de l'air ne sont pas modifiées par la combustion. Le débit massique est pris égal à  $D_m = 1 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$  dans tout le système. Les évolutions dans la tuyère, la turbine et le compresseur sont supposées adiabatiques et réversibles. Le système ne comporte aucune pièce mobile en dehors de la turbine et du compresseur. Les pertes de charge sont négligées dans les deux chambres de combustion qui sont donc isobares. Le compresseur et la turbine ont un arbre commun. On néglige les pertes mécaniques par frottement dans le compresseur, la turbine est au niveau des paliers de l'arbre qui les relie. Ainsi, la puissance mécanique fournie par l'écoulement dans la turbine est intégralement transmise au compresseur. Pour une ascension rapide en interception, ou au décollage, le pilote du mirage a recours à la postcombustion.

1. Donner les expressions littérales et les valeurs numériques de la température et du travail massique indiqué  $w_i^{12}$  en fin de compression à l'état (2).
2. Donner les expressions littérales et les valeurs numériques de la température  $T_4$  et de la pression  $P_4$  en sortie de turbine dans l'état (4).
3. Donner les expressions littérales et les valeurs numériques de la température  $T_6$  et de la vitesse des gaz éjectés  $V_6$  en sortie de tuyère dans l'état (6).
4. Donner les expressions littérales et les valeurs numériques de la quantité de chaleur massique totale  $q_{comb}$  fournie au gaz lors des combustions et de l'énergie cinétique massique  $e_c$  en sortie de tuyère. En déduire le rendement thermique du turboréacteur  $\eta_{th}$  défini par le rapport entre l'énergie cinétique massique de l'air en sortie de tuyère et la somme des quantités de chaleur fournies à l'air lors des combustions.
5. Une fois en altitude le vol de croisière s'effectue sans recours à la postcombustion. En reprenant la démarche suivie précédemment mais en supprimant l'étape (4)  $\rightarrow$  (5), évaluer le rendement thermique du turboréacteur  $\eta_{th}$  en régime de croisière. Conclure.

## Exercice 8 : Moteur de STIRLING

*Le moteur de Stirling est constitué de deux chambres, une chaude, une froide, reliées par un régénérateur de volume constant pouvant être constitué de fils de cuivre tressés. Le gaz, en circuit fermé, reçoit un transfert thermique d'une source chaude et cède un transfert thermique à la source froide. Le rôle du régénérateur, base de l'invention de Stirling, est fondamental pour obtenir une bonne efficacité. Dans son brevet original de 1816, Stirling explique que le gaz chaud entre dans la partie chaude du régénérateur et est progressivement refroidi durant son parcours pour ressortir par l'autre extrémité à une température presque identique à la température de la source froide. Dans le parcours inverse, le gaz est progressivement réchauffé. Cette astuce technologique permet d'avoir une partie des échanges thermiques internes au moteur.*

### Constantes du problème :

Constante des gaz parfaits :  $R = 8,314 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$

Constante de Stephan :  $\sigma = 5,67.10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}$

### Données sur le dihydrogène ( $\text{H}_2$ )

Masse molaire :  $M_{\text{H}_2} = 2,00.10^{-3} \text{ kg.mol}^{-1}$

Rapport des capacités thermiques  $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1,40$

### Données sur le cuivre

Masse volumique :  $\rho = 8913 \text{ kg.m}^{-3}$

Chaleur spécifique massique :  $c = 387 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$

Conductivité thermique :  $\lambda = 362 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$

### Données sur le sodium

Masse molaire :  $M_{\text{Na}} = 22,96.10^{-3} \text{ kg.mol}^{-1}$

Masse volumique :  $\rho = 968 \text{ kg.m}^{-3}$

Capacité thermique massique du liquide :  $c = 1230 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$

Température de vaporisation à pression atmosphérique :  $T_v = 1156 \text{ K}$

Enthalpie molaire de vaporisation à pression atmosphérique :  $\Delta H_{m,vap} = 99,2 \text{ kJ.mol}^{-1}$

### Description du cycle de Stirling

Le cycle associé à un moteur de Stirling est constitué de 2 isothermes et de 2 isochores. Il est décrit comme suit :

1→2 : compression isotherme à  $T_f = 313 \text{ K}$

2→3 : transformation isochore de la température  $T_f = 313 \text{ K}$  à la température  $T_C = 1173 \text{ K}$

3→4 : détente isotherme à  $T_C = 1173 \text{ K}$

4→1 : transformation isochore de la température  $T_C = 1173 \text{ K}$  à la température  $T_f = 313 \text{ K}$

Ce cycle est représenté figure 1 :

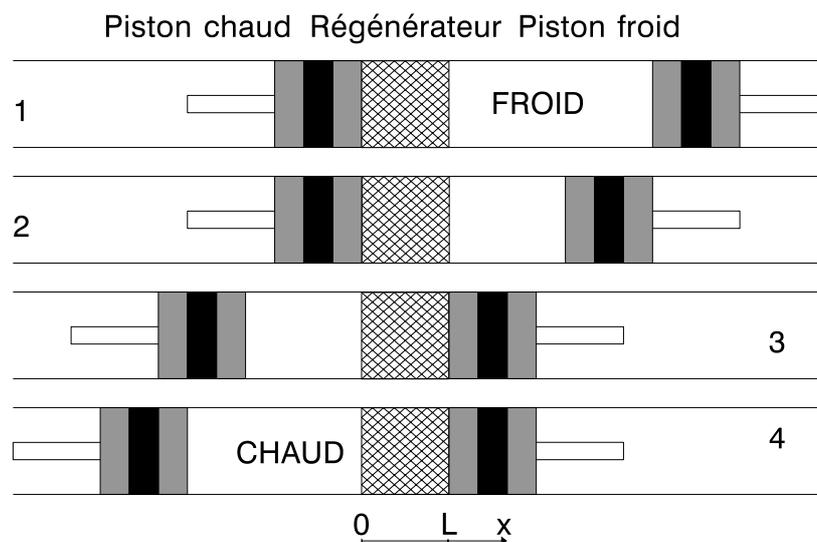


Figure 1 : déplacement des pistons

### Caractéristiques du moteur de Stirling retenu

Température de la source chaude : 1173 K

Température de la source froide : 313 K

Volume minimum du gaz libre (uniquement chambre chaude et/ou froide) :  $V_m = 1,0$  L

Volume maximum du gaz libre (uniquement chambre chaude et/ou froide) :  $V_M = 2,0$  L

Volume du régénérateur accessible au gaz quand il est pris en compte :  $V_r = 0,2$  L

Volume du régénérateur occupé par du cuivre : 0,6 L

Masse de dihydrogène, traitée comme un gaz parfait, contenue dans le moteur : 0,01 kg.

### I - Moteur de Stirling avec un régénérateur parfait

Les questions I.1 à I.9 ne tiennent pas compte de la présence du régénérateur. Dans toutes les questions de cette partie I, le volume du régénérateur est nul ( $V_r = 0$ ), comme indiqué sur la figure 2.

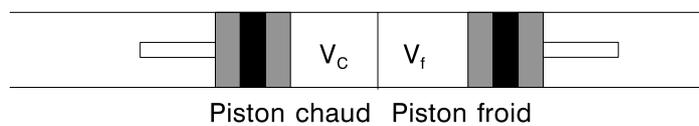


Figure 2 : volumes à considérer pour le régénérateur parfait

- I.1. À partir des caractéristiques du moteur de Stirling, déterminer numériquement le nombre de moles  $n$  de gaz et les pressions  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $p_3$  et  $p_4$ .
- I.2. Représenter le cycle moteur de Stirling sur un diagramme  $p(V)$ .
- I.3. Exprimer algébriquement la variation d'énergie interne  $\Delta U_{ab}$  et les transferts énergétiques,  $W_{ab}$  et  $Q_{ab}$ , entre un état  $a$  et un état  $b$  pour une transformation isotherme.
- I.4. Exprimer algébriquement la variation d'énergie interne  $\Delta U_{cd}$  et les transferts énergétiques,  $W_{cd}$  et  $Q_{cd}$ , entre un état  $c$  et un état  $d$  pour une transformation isochore.
- I.5. Calculer numériquement les travaux  $W_{1-2}$ ,  $W_{2-3}$ ,  $W_{3-4}$ ,  $W_{4-1}$
- I.6. Calculer numériquement les transferts thermiques  $Q_{1-2}$ ,  $Q_{2-3}$ ,  $Q_{3-4}$ ,  $Q_{4-1}$
- I.7. Que valent les transferts thermiques  $Q_c$  et  $Q_f$  provenant des thermostats chaud et froid si aucun dispositif supplémentaire n'intervient (pas de régénérateur) en fonction des transferts thermiques  $Q_{1-2}$ ,  $Q_{2-3}$ ,  $Q_{3-4}$  et  $Q_{4-1}$  ? Effectuer l'application numérique.
- I.8. Que vaut le travail  $W$  sur le cycle ? Effectuer l'application numérique.
- I.9. En déduire numériquement l'efficacité sans régénérateur ( $e_{sr}$ ).

En présence d'un régénérateur parfait (volume négligeable, transfert parfait), les transferts thermiques  $Q_{2-3}$  et  $Q_{4-1}$  sont internes.

- I.10. Vérifier que les transferts thermiques  $Q_{2-3}$  et  $Q_{4-1}$  se compensent.

L'efficacité est alors calculée à partir de  $e = -\frac{W_{1\rightarrow 2} + W_{3\rightarrow 4}}{Q_{3\rightarrow 4}}$ .

- I.11. Justifier cette expression.
- I.12. Calculer algébriquement et numériquement l'efficacité ( $e$ ).
- I.13. Comparer l'efficacité ( $e$ ) à l'efficacité de Carnot ( $e_c$ ).

## II - Régénérateur non idéal

Le régénérateur peut être constitué d'un empilement de disques de fils de cuivre tressés. On suppose que la température dans le régénérateur varie linéairement avec l'abscisse selon la loi :

$T(x) = T_C + \frac{x}{L}(T_f - T_C)$ . On prendra pour origine des abscisses la frontière chambre

chaude/régénérateur.  $L$  représente la longueur du régénérateur. On ne tiendra nullement compte des aspects dynamiques. Il n'y a pas d'échange thermique entre les tranches élémentaires de fluide. Le volume accessible au gaz dans le régénérateur  $V_r$  est aussi appelé volume mort.

### II.1. Influence du volume mort du régénérateur

Dans le régénérateur, le gradient de température conduit à une distribution de densité moléculaire en fonction des abscisses.

Il est donc intéressant de remplacer cette distribution liée au gradient de température par un système équivalent d'un point de vue mécanique : le régénérateur sera alors supposé occupé par  $n_r$  moles de dihydrogène à la température effective  $T_r$ , quelle que soit l'abscisse. Le volume mort du régénérateur vaut  $V_r = 0,2$  L.

**II.1 a)** Dans le régénérateur, en considérant que la pression est homogène, montrer que la température effective moyenne  $T_r$  s'exprime selon :

$$T_r = \frac{T_C - T_f}{\ln\left(\frac{T_C}{T_f}\right)}$$

**II.1 b)** Calculer numériquement  $T_r$ .

Pour les questions **c** à **f**, toutes les molécules présentes dans le régénérateur seront supposées être à la température  $T_r$ .

**II.1 c)** À partir d'un bilan de matière, exprimer la pression  $p$  en fonction de  $n$ ,  $R$ , des températures  $T_r$ ,  $T_C$ ,  $T_f$  et des volumes  $V_r$ ,  $V_C$  et  $V_f$ , volumes associés au régénérateur, au piston chaud et au piston froid (voir figure 3). On considérera la pression identique dans le régénérateur et les deux chambres.

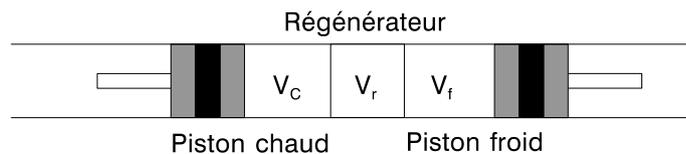


Figure 3 : différents volumes pris en compte

**II.1 d)** Exprimer littéralement le travail  $W_{1-2}$  puis effectuer l'application numérique.

**II.1 e)** Exprimer littéralement le travail  $W_{3-4}$  puis effectuer l'application numérique.

**II.1 f)** Comparer la valeur numérique du travail sur le cycle avec un volume mort de régénérateur de  $V_r = 0,2$  L ( $W_{V_r \neq 0}$ ) à sa valeur obtenue sans volume mort ( $W_{V_r = 0}$ ). Commenter.

Pour les transferts thermiques, il est impératif de considérer le gradient de température dans le régénérateur.

**II.1 g)** En discrétisant l'ensemble du système en fines tranches, chaque tranche de gaz est toujours à la température du thermostat local aussi bien dans les chambres que dans le régénérateur. Y a-t-il création d'entropie au cours d'un cycle ? En déduire sans calcul l'efficacité.

## II.2. Perte thermique dans le régénérateur

Soit  $x$  la fraction de chaleur non échangée dans le régénérateur par le gaz lors de la transformation isochore ( $x$  varie de 0 à 1). Cette fraction est supposée identique dans les 2 sens de passage. Dans cette partie, le volume mort est supposé nul ( $V_r = 0$ ).

**II.2 a)** Donner une raison qui pourrait expliquer que le transfert thermique n'est pas idéal.

**II.2 b)** Exprimer l'efficacité sous la forme :

$$e = \frac{1 - \frac{T_f}{T_C}}{1 + C_2 \left(1 - \frac{T_f}{T_C}\right)},$$

$C_2$  étant une constante à exprimer en fonction de  $x$ ,  $\gamma$ ,  $V_M$  et  $V_m$ .

**II.2 c)** Calculer numériquement  $C_2$  et l'efficacité qui en résulte, en considérant un transfert non idéal correspondant à  $x = 0,1$ .

**II.2 d)** Le volume de cuivre nécessaire à la construction du régénérateur vaut 0,6 L. Estimer la variation de température du cuivre induite par le passage du gaz du piston froid au piston chaud (2→3) dans le cas non idéal  $x = 0,1$ .