

TD Ec0 : Révisions : électrocinétique et inductances

EXERCICE 1 : Interprétation qualitative du phénomène d'auto-induction par Faraday

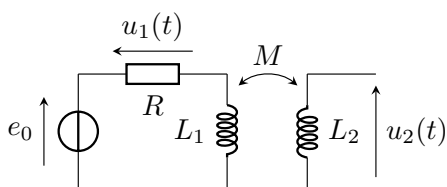
Une bobine de fil conducteur est constituée d'un enroulement de N spires (de section plane S) sur une longueur l suffisamment élevée devant le rayon des spires pour pouvoir adopter pour expression du champ magnétique en son sein (air intérieur) celle d'un solénoïde infini. Elle présente une résistance totale R .

A l'instant initial, on branche à ses extrémités un générateur de tension (modèle de Thévenin) de fem fixe E et de résistance de sortie r .

1. Donnez (en la justifiant) l'expression de l'intensité électrique limite pouvant circuler dans le circuit
2. Expliquez l'évolution préalable de l'intensité (régime transitoire) par une description qualitative du phénomène d'auto-induction.
3. En définissant l'auto-inductance L (en henrys H) par sa relation au flux champ magnétique propre au courant traversant le circuit, déterminez son expression fonction de μ_0 , N , S et l . Commentez la dépendance quadratique en N . Déduez de façon simple l'unité de μ_0
4. Par une simple équation aux dimensions, retrouvez le temps caractéristique relatif à ce phénomène transitoire.
5. Quelle puissance électrique instantanée consomme cette bobine ? L'énergie est-elle intégralement stockée ? Que vaudra l'énergie électrique « emmagasinée » au bout d'un temps long devant le temps caractéristique ?
6. En admettant que nous avons relié cette bobine au générateur par la fermeture d'un interrupteur, quel problème pose notre modèle à l'ouverture de celui-ci ? Quelle incompatibilité de modèles en déduisez-vous ? Que risque-t-il de se passer en pratique à l'ouverture de l'interrupteur ? Quelles autres incompatibilités de modèles connaissez-vous ?
7. On s'intéresse désormais aux régimes sinusoïdaux forcés $E(t) = E_0 \cos(\omega_0 t)$. Justifiez qualitativement l'augmentation de l'impédance réelle de cette bobine avec la pulsation forcée ω_0 sans avoir à l'exprimer littéralement.
8. Quelle valeur doit largement dépasser cette pulsation pour pouvoir assimiler la bobine à une auto-inductance pure ? Peut-on alors simplifier le circuit à une « bobine pure » branchée sur le générateur de Thévenin ?

Exercice 2 : Mesure d'une inductance mutuelle

[◆◆◆]



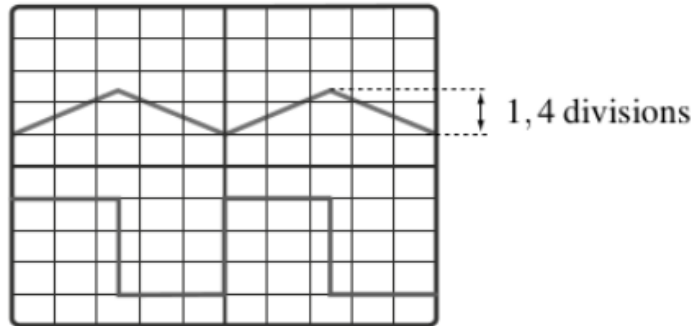
Le montage ci-contre permet de mesurer le coefficient d'inductance mutuelle entre deux bobines. Les deux bobines se font face comme sur la figure. La première bobine est montée en série avec une résistance $R = 100 \Omega$ et un générateur de tension e_0 harmonique de fréquence $f = 2,0 \text{ kHz}$. Les tensions u_1 et u_2 sont mesurées grâce à un oscilloscope supposé idéal, c'est-à-dire de résistance d'entrée infinie.

- 1 - Quelle est l'intensité circulant dans la bobine 2 ? D'après la loi de comportement de la bobine que vous connaissez, que vaudrait alors la tension u_2 ? Pourquoi cette loi n'est-elle pas applicable telle quelle ici ?
- 2 - Exprimer la tension u_2 en fonction de M et u_1 .
- 3 - Calculer M sachant que les tensions lues à l'oscilloscope ont des amplitudes $U_1 = 3,00 \text{ V}$ et $U_2 = 0,50 \text{ V}$.

4. On peut également déduire une valeur de mutuelle M avec un signal excitateur triangulaire

On considère deux bobines identiques, de résistances faibles, que l'on place face à face. On alimente la première, branchée en série avec une résistance de $100\ \Omega$, avec un générateur délivrant un signal triangulaire.

On obtient l'oscillogramme suivant, avec les réglages $0,2\ ms/div$ et $1\ V/div$.



Déterminer la valeur de l'inductance mutuelle entre les deux circuits.

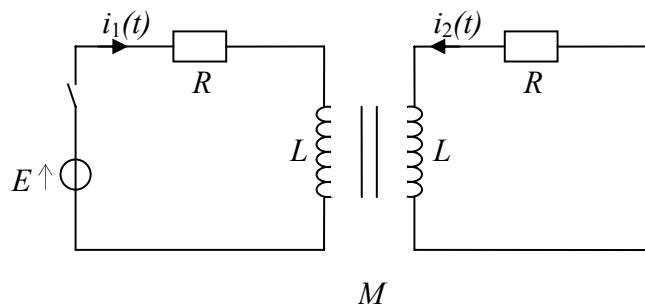
EXERCICE 3 : Couplage inductif et régime transitoire

8/ Soit deux circuits couplés.

- Le premier circuit comporte un solénoïde d'inductance L , une résistance R , un générateur de tension stabilisée de force électromotrice E et un interrupteur disposés en série. Soit $i_1(t)$ l'intensité du courant qui parcourt ce circuit.
- Le deuxième circuit comporte un solénoïde d'inductance L et une résistance R en série. Soit $i_2(t)$ l'intensité du courant qui parcourt ce circuit.

Les sens choisis pour les intensités $i_1(t)$ et $i_2(t)$ sont mentionnés sur le schéma ci-dessous.

Pour simplifier les calculs, on suppose que le coefficient d'inductance mutuelle M est positif.



8.1/ En utilisant la loi des mailles, écrire les deux équations différentielles couplées vérifiées par $i_1(t)$ et $i_2(t)$ lorsque l'interrupteur est fermé.

8.2/ En effectuant le changement de variables $I = i_1 + i_2$ et $J = i_1 - i_2$, en déduire deux équations différentielles découplées en I et J .

8.3/ L'interrupteur est initialement ouvert (pour $t < 0$). A un instant choisi comme origine du temps ($t = 0$), l'interrupteur est fermé.

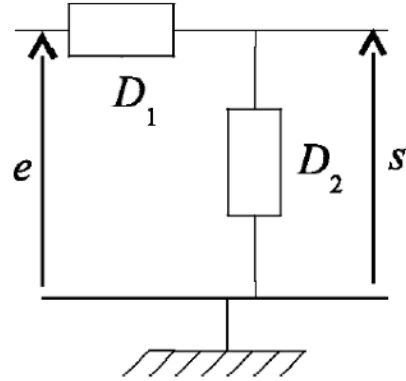
En posant $\tau_1 = \frac{L+M}{R}$ et $\tau_2 = \frac{L-M}{R}$, déterminer les expressions des intensités $i_1(t)$ et $i_2(t)$ pour $t > 0$, dans le cas où M est inférieur à L . Donner l'allure des représentations graphiques de $i_1(t)$ et $i_2(t)$ en fonction du temps.

EXERCICE 4 :

2) Détermination des caractéristiques d'un quadripôle

Un quadripôle, constitué de deux dipôles D_1 et D_2 , contient en tout une résistance R , un condensateur C et une bobine d'inductance L . On réalise les mesures suivantes :

1. on relie l'entrée à une pile de f.é.m. $E_0 = 15\text{ V}$, la sortie étant ouverte. On mesure, en régime établi, une intensité $I_0 = 15\text{ mA}$.
2. On remplace le générateur continu par un générateur sinusoïdal, et on fait une étude en fréquence de la réponse du système. On note $H = \frac{s}{e}$ la fonction de transfert harmonique. L'expérience montre :
 - qu'il s'agit d'un filtre passe-bande dont le gain passe par une valeur maximale à la fréquence $f_0 = 1,16\text{ kHz}$;
 - que la bande passante à -3 dB vaut $\Delta f = 0,34\text{ kHz}$.

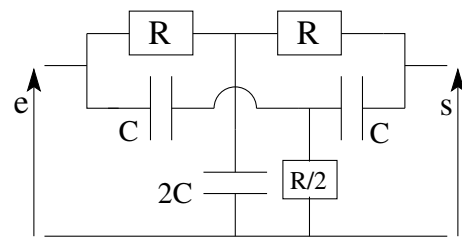


Déterminer le schéma du quadripôle et la valeur numérique de ses composants.

EXERCICE 5 : Filtre en double T ponté

Etudiez le comportement de ce filtre en « haute » puis « basse » fréquence après avoir précisé une fréquence caractéristique pertinente.

Exprimez la fonction de transfert « à vide » de ce filtre



EXERCICE 6 : Influence du générateur et de l'oscilloscope sur l'étude de circuit RL et RC (d'après Petites Mines 2008)

1. On a branché un GBF délivrant une tension continue E sur une association RL parallèle de telle façon que le régime permanent soit établi. (Le GBF est assimilé à un modèle de Thévenin $[e(t), R_g]$ en basse fréquence et $[E, R_g]$ en continu.)

A l'instant $t=0$, on «éteint» le générateur de telle façon que $e(t \geq 0) = 0$ (il n'est pas court-circuité).

On note :

- $u(t)$ la tension aux bornes de l'association RL parallèle
- $i(t)$ l'intensité du courant sortant du GBF (convention générateur)
- $i_1(t)$ l'intensité du courant traversant l'inductance L

1.1. Déterminer, en fonctions des données, les valeurs littérales des :

- tension $u(0^-)$
- intensités $i(0^-)$ $i_1(0^-)$

1.2. Etablir l'équation différentielle de $u(t)$ pour $t \geq 0$ et faire apparaître la constante de temps τ du circuit

1.3. Montrer qu'une équivalence Thévenin-Norton aurait donné immédiatement cette constante de temps.

- 1.4. Déterminer complètement $u(t \geq 0)$ et en donner l'allure sur l'intervalle $[-10\tau, +10\tau]$
- 1.5. Connaissant E et R_g , comment utiliser le relevé expérimental précédent pour déterminer R et L ?

2. La détermination de E et R_g s'est faite de la manière suivante : on a sélectionné un signal de tension continu et on a branché à ses bornes un voltmètre d'impédance d'entrée suffisamment élevée pour l'approximer infinie lors de cette mesure. En l'absence de résistance d'utilisation, on a mesuré 6V et en présence de $R_u = 50\Omega$, on a mesuré 3V.

Donner les valeurs de E et R_g .

3. On substitue la résistance d'utilisation par une association série RC et le GBF délivre désormais un signal sinusoïdal de pulsation ω réglable.

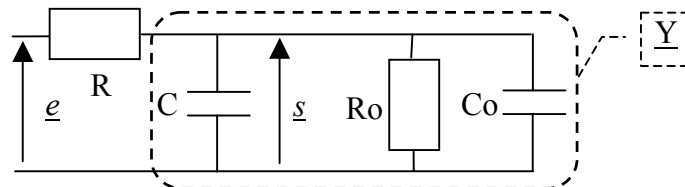
3.1. Y-a-t-il une impédance interne minimale du GBF ? Si oui, que vaut-elle ?

3.2. A quelle condition pourra-t-on considérer le générateur idéal dans cette expérience ?

On supposera cette condition remplie dans la suite, avec $R = 4,7 \text{ k}\Omega$ et $C = 22 \text{ nF}$.

4. En l'absence d'oscilloscope branché sur le circuit, déterminer la fonction de transfert complexe en tension (à vide), la sortie étant prise sur le condensateur. De quel filtrage s'agit-il ? Comment définit-on la fréquence de coupure d'un filtre comme celui-ci ? La calculer numériquement.

5. On utilise alors un oscilloscope numérique pour la visualisation du signal aux bornes du condensateur. On lit sur l'entrée coaxiale de l'appareil « $1 \text{ M}\Omega$, 25 pF » et on désignera par R_0 et C_0 les valeurs correspondantes. Cet appareil, branché sur le filtre étudié, induit la représentation suivante du circuit linéaire :



5.1. Déterminer **simplement** le gain en tension à basse fréquence

5.2. Exprimer l'admittance complexe $\underline{Y}$

5.3. Quelle est la limite du déphasage de $\underline{s}$ par rapport à $\underline{i}$ (traversant R) à basse fréquence ?

5.4. Déterminer la nouvelle fonction de transfert $\underline{H}' \equiv \frac{\underline{s}}{\underline{e}}$ (à présenter sous forme canonique

$$\underline{H}' = \frac{H'_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega'_0}})$$

5.5. Comparer H'_0 et la nouvelle fréquence de coupure f'_0 aux valeurs de la question 4.

Conclure quant à l'utilisation de l'oscilloscope pour étudier le filtre RC

5.6. Construire un mode opératoire pour confirmer les valeurs « $1 \text{ M}\Omega$, 25 pF » à l'aide d'un rhéostat $0-1 \text{ M}\Omega$

EXERCICE 7: Insertion d'un quadripôle entre un générateur réel et une charge résistive

Le but de cet exercice est d'établir le schéma électrique équivalent d'un amplificateur réel de tension.

Le schéma équivalent fait intervenir les résistances d'entrée R_e et de sortie R_s . L'opérateur quadripolaire (deux bornes d'entrée et deux bornes de sortie) amplifie la tension sinusoïdale d'entrée u_e : son gain (intensité i_s nulle ou non) s'écrit $G = U_s/U_e$ avec U_e et U_s , respectivement tensions efficaces d'entrée et de sortie (figure A.1). La résistance des fils de connexion est négligée.

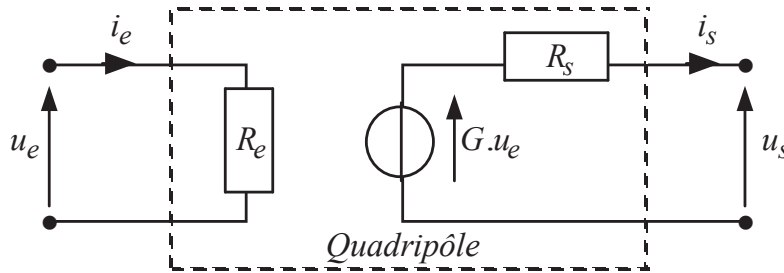


Figure A.1

Remarque : pour compenser l'énergie consommée, l'opérateur est connecté à des sources d'alimentation qui ne sont pas représentées sur les schémas.

I. Préliminaires : indications données par un voltmètre

Deux résistors, de résistances respectives R_1 et R_2 , sont montés en série avec une source indépendante de tension, de f.é.m. e constante (figure A.2.a).

1. Donner, en fonction de e , R_1 et R_2 , l'expression de la tension u_2 aux bornes du résistor de résistance R_2 .
2. Comment se nomme ce type de montage ?
3. Afin de mesurer la tension aux bornes du résistor de résistance R_2 , un voltmètre, noté **V** et de résistance interne R_v , est branché en dérivation. Parcouru par le courant d'intensité i_v , l'appareil indique la tension u (figure A.2.b). Etablir, en fonction de e , R_1 , R_2 et R_v , l'expression de la tension u .
4. Pour quelle valeur de la résistance interne R_v , le voltmètre indique-t-il une tension u identique à la valeur u_2 , tension calculée à la question A.1.1 ? Quelle est, dans ce cas, la valeur de l'intensité i_v ?

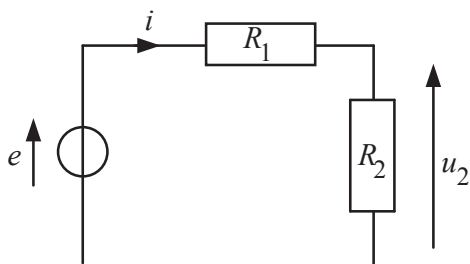


Figure A.2.a

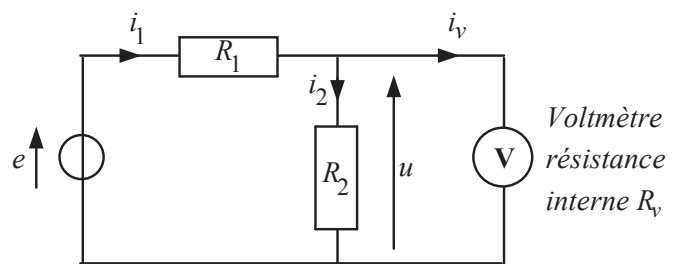


Figure A.2.b

II. Etude expérimentale d'un opérateur quadripolaire réel

Le montage, décrit par la figure A.3, est alimenté par un générateur de tension alternative sinusoïdale $e(t) = E\sqrt{2} \cos(\omega t)$ « basses fréquences » (GBF). La tension aux bornes de l'association série « source $e(t)$ – résistor de résistance variable R (avec $0 \Omega \leq R \leq 10^6 \Omega$) » vaut u_e (tension d'entrée). Les bornes de sortie sont susceptibles, par fermeture de l'interrupteur **K**, d'être reliées à un résistor de charge, de résistance R_c .

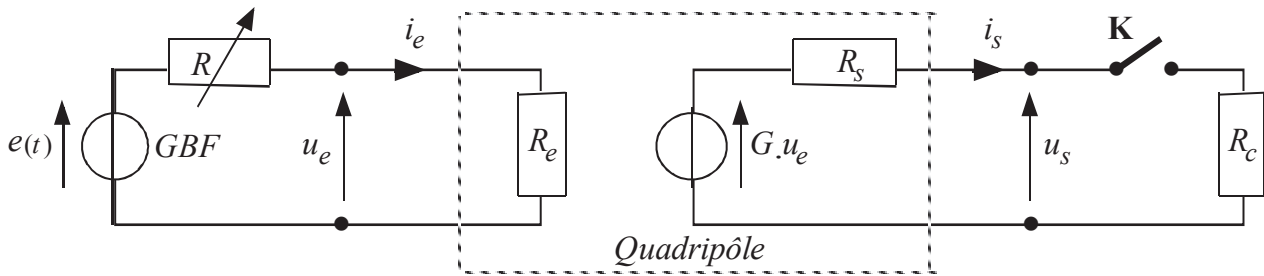


Figure A.3

Trois séries de mesures, numérotées **(1)**, **(2)** et **(3)**, sont effectuées avec un voltmètre électronique d'impédance interne considérée comme infinie. Les tensions efficaces $U_{e,i}$ et $U_{s,i}$ mesurées (avec i indice correspondant à la i^{e} série de mesures) sont consignées dans le tableau 1 ci-dessous :

Série de mesures	Interrupteur K	Résistance R	Tension U_e	Tension U_s
(1)	K ouvert	$R = 0 \Omega$	$U_{e,1} = 1,20 \text{ V}$	$U_{s,1} = 12,0 \text{ V}$
(2)	K fermé	$R = 0 \Omega$	$U_{e,2} = ?$	$U_{s,2} = 9,60 \text{ V}$
(3)	K ouvert	$R = 1,00 \times 10^6 \Omega$	$U_{e,3} = ?$	$U_{s,3} = 7,20 \text{ V}$

Tableau 1

Les données de l'énoncé sont les grandeurs : R , R_c , $U_{e,1}$, $U_{s,1}$, $U_{s,2}$ et $U_{s,3}$.

- Montrer que les trois séries de mesures permettent d'aboutir aux expressions des grandeurs G , R_s et R_e , en fonction de certaines données de l'énoncé.
- Applications numériques : $R_c = 1,00 \times 10^2 \Omega$.
 - Calculer le gain G , la résistance d'entrée R_e et la résistance de sortie R_s .
 - Déterminer les deux valeurs manquantes $U_{e,2}$ et $U_{e,3}$ du tableau 1 ci-dessus.