

TD Ec1 : Réponses temporelle et fréquentielle de filtres

EXERCICE 1 : Test de linéarité

On envoie à l'entrée de différents systèmes un signal $e(t)$ dont le spectre est donné sur la figure 3.24.

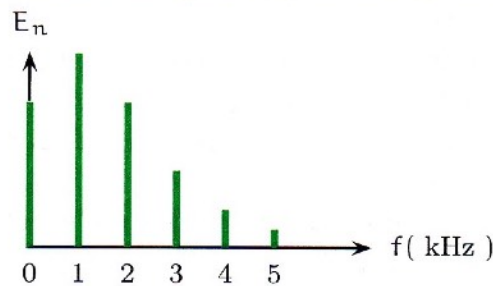


FIG. 3.24. Spectre du signal d'entrée.

Les spectres des signaux de sortie des différents systèmes sont représentés sur la figure 3.25.

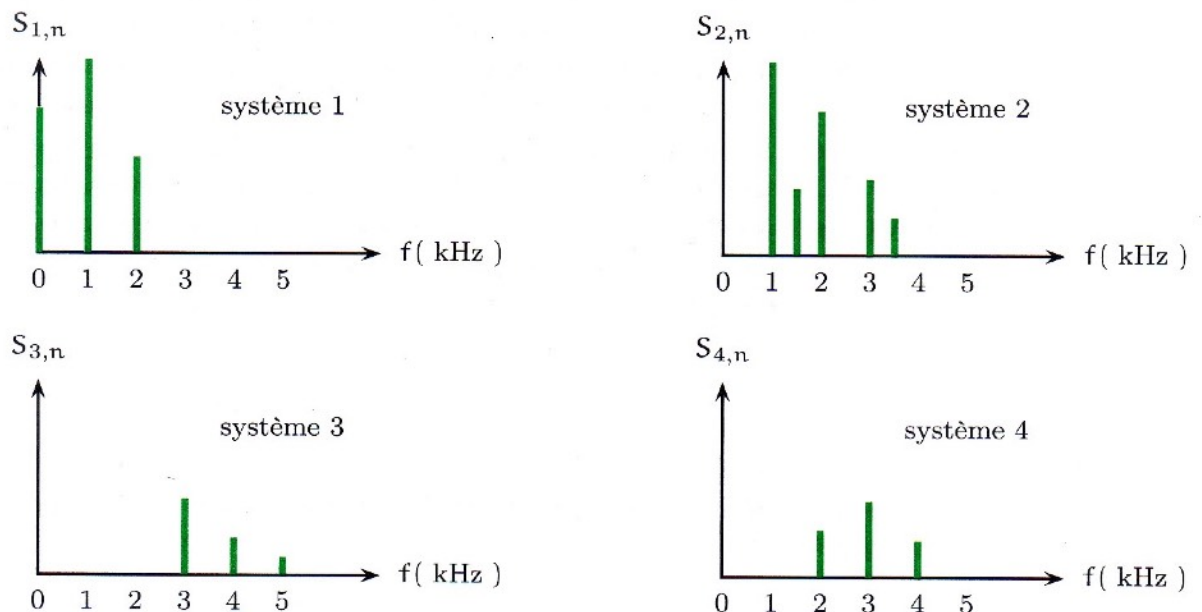


FIG. 3.25. Spectre des signaux de sortie.

1. Déterminer si les systèmes utilisés sont linéaires ou non.
2. Déterminer les natures des systèmes identifiés comme linéaires ainsi que leurs bandes passantes.

EXERCICE 2 : Action d'un filtre sur un signal périodique

Un filtre a pour fonction de transfert : $H(j\omega) = \frac{-1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j\sqrt{5} \frac{\omega}{\omega_0}}$ avec $\omega_0 = 1,2 \cdot 10^5 \text{ rad.s}^{-1}$

Nature du filtre ? Fréquence de coupure à -3dB ?

Expressions de $v_s(t)$ en régime permanent pour les signaux d'entrée suivants :

(v_0, v_1, v_2 et E sont des constantes)

$$\Rightarrow v_e(t) = v_1 \cdot \cos(\omega_0 t)$$

$$\Rightarrow v_e(t) = v_0 + v_1 \cdot \cos(\omega_0 t)$$

$$\Rightarrow v_e(t) = v_1 \cdot \cos(\omega_0 t) + v_2 \cdot \cos(2\omega_0 t)$$

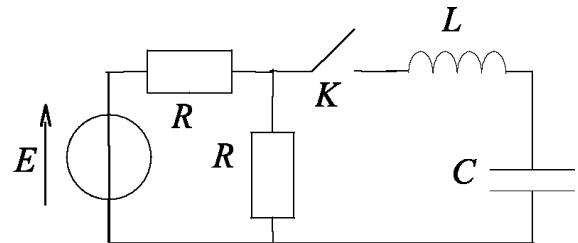
$$\Rightarrow v_e(t) = \frac{E}{2} + \sum_{p=0}^{\infty} \frac{2E}{\pi(2p+1)} \cdot \sin\left((2p+1) \cdot 2\pi \frac{t}{T}\right) \text{ avec } T=1 \text{ ms}$$

$$\Rightarrow v_e(t) = \frac{E}{2} + \sum_{p=0}^{\infty} \frac{2E}{\pi(2p+1)} \cdot \sin\left((2p+1) \cdot 2\pi \frac{t}{T}\right) \text{ avec } T=10 \mu\text{s}$$

EXERCICE 3 : Réponse temporelle critique

Dans le montage schématisé ci-contre, l'interrupteur étant ouvert depuis très longtemps, on le ferme à $t = 0$.

Sachant que $R^2 C = 16L$, déterminer l'équation différentielle dont la charge du condensateur est solution, puis donner son expression en fonction du temps et tracer le graphe correspondant.



EXERCICE 4 : Réponses temporelles

On s'intéresse au circuit de la figure 1.9.

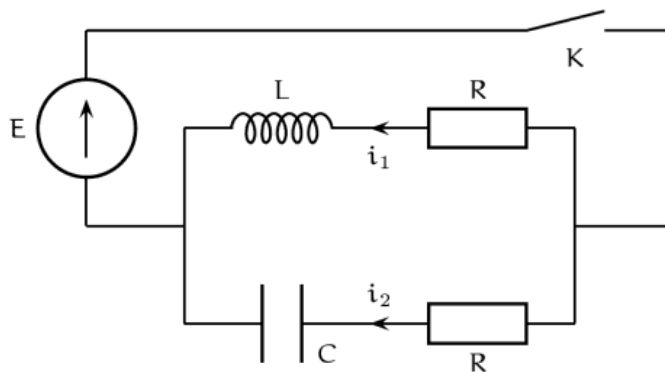


FIG. 1.9. Circuit étudié.

1. L'interrupteur K est ouvert depuis longtemps, on le ferme à $t = 0$.

(a) Préciser sans calcul $i_1(t \rightarrow \infty)$ et $i_2(t \rightarrow \infty)$.

(b) Déterminer $i_1(t)$ et $i_2(t)$; on introduira les temps caractéristiques τ_1 et τ_2 .

2. On attend que le régime permanent précédent soit établi et on ouvre l'interrupteur K à un instant que l'on choisira comme nouvelle origine des temps. On décide d'utiliser $i(t) = i_1(t)$ pour l'intensité du circuit ainsi réalisé.

(a) Établir l'équation différentielle relative à l'intensité du courant $i(t)$ du nouveau circuit.

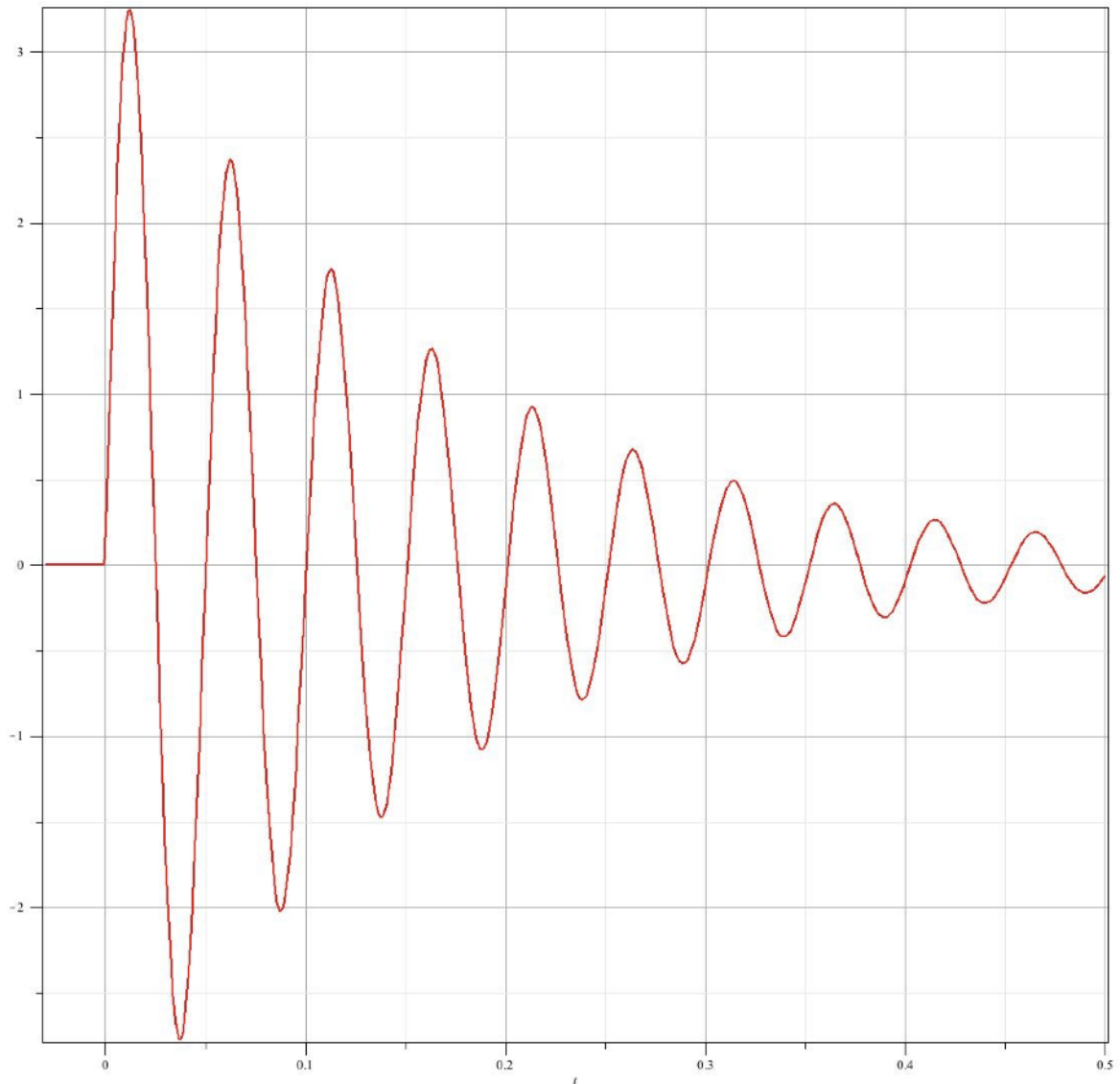
(b) Préciser les différents régimes possibles à l'aide d'une condition sur R .

(c) On se place dans le cas où $\tau_1 = \tau_2 = \tau$: de quel type de régime s'agit-il?

Montrer que $i(0^+) = \frac{E}{R}$ et $\left. \frac{di}{dt} \right|_{0^+} = -\frac{E}{L}$. Déterminer $i(t)$ en fonction de E , R , τ et t pour $t > 0$.

EXERCICE 5 : De la réponse temporelle à la réponse fréquentielle.

La réponse d'un filtre du second ordre à un échelon de tension de 5V est la suivante :



1. Montrer qu'il ne peut s'agir que d'un passe-bande (penser aux théorèmes de la valeur finale et de la valeur initiale)

2. Déterminer les constantes de cette forme canonique :

$$H(p) := \frac{H_0 \cdot \frac{\tau \cdot p}{Q}}{1 + \frac{\tau \cdot p}{Q} + p^2 \cdot \tau^2}$$

(utiliser des abaques ou les formules du cours sans qu'aucune démonstration de celles-ci ne soit nécessaire)

3. En déduire l'allure du diagramme de Bode de ce filtre (asymptotes et points caractéristiques).

Rappel: $\delta \equiv \frac{1}{n} \ln \left(\left| \frac{s(t) - H_0}{s(t + nT) - H_0} \right| \right) = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \text{ avec } T \equiv \frac{2\pi}{\Omega} = \frac{2\pi}{\omega_0 \sqrt{1-\xi^2}}$

EXERCICE 6 : Lissage d'une tension « hachée »

1. Étude d'une cellule de filtrage

On considère le montage de la figure 3.29 pour lequel $L = 200 \text{ mH}$ et $C = 20 \text{ } \mu\text{F}$.

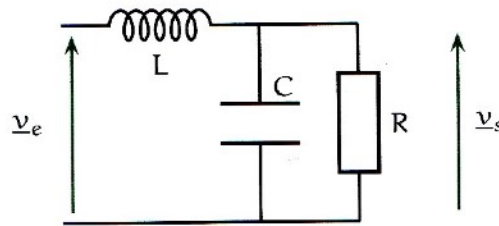


FIG. 3.29. Cellule de lissage d'une tension hachée.

(a) Déterminer la nature du filtrage réalisé par le circuit de la figure 3.29 sans faire de calcul.

(b) Déterminer $\underline{\mathcal{H}} = \frac{v_s}{v_e}$ et la mettre sous la forme $\underline{\mathcal{H}} = \frac{\mathcal{H}_0}{1 + \frac{jx}{Q} + (jx)^2}$ avec $x = \frac{\omega}{\omega_0}$.

On déterminera $\mathcal{H}_0$, ω_0 et Q en fonction des paramètres.

(c) Quelle valeur faut-il donner à R pour que $G(x) = |\underline{\mathcal{H}}| = \frac{1}{\sqrt{1+x^4}}$?

On garde cette valeur particulière pour la suite.

(d) Déterminer la pulsation de coupure ω_c du circuit.

2. Lissage d'une tension hachée

Le filtre est alimenté par la tension périodique $e(t)$ de la figure 3.30 issue d'un hacheur, de fréquence

$f = 1000 \text{ Hz}$; on pose $\alpha = \frac{T_f}{T}$, c'est le rapport cyclique.

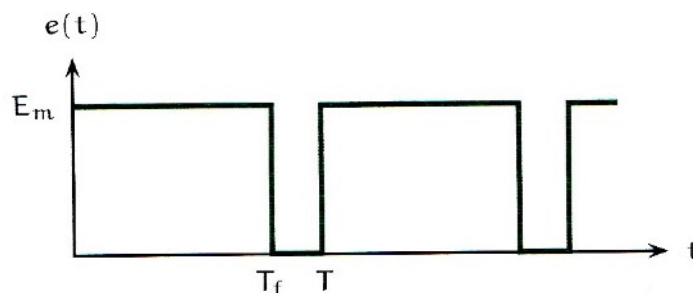


FIG. 3.30. Tension hachée.

On peut montrer que $e(t) = \alpha E_m + \frac{2E_m}{\pi} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{|\sin(\pi n \alpha)|}{n} \cos(n\omega t + \phi_n)$.

(a) Quelle est la signification physique du terme constant αE_m ? Vérifier sa valeur par un calcul simple.

(b) Expliquer pourquoi la tension $v_s(t)$ est pratiquement constante et déterminer sa valeur S_0 .

(c) On s'intéresse à l'ondulation résiduelle, c'est-à-dire aux petites fluctuations de $v_s(t)$ autour de sa valeur moyenne S_0 . Comparer les amplitudes des harmoniques $n = 1$ et $n = 2$ en sortie pour $\alpha = 0,8$. Montrer qu'en première approximation il est possible de ne garder que le terme fondamental de la série de Fourier du signal de sortie.

(d) Déterminer le taux d'ondulation résiduel du signal de sortie défini par $\eta_s = \frac{S_{\max} - S_{\min}}{S_0}$.

Commenter le résultat obtenu sachant que le hacheur alimente un moteur.