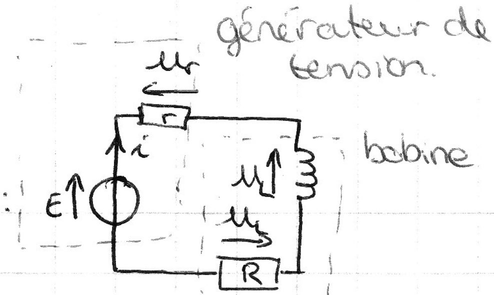
TD Eco Exercice 1. Schéma du circuit :



Révisions

Question 1 ⚠ la question demande l'expression du courant limite pouvant circuler dans le circuit. Il n'est pas question de trouver son expression en fonction du temps avec une équa. diff.

→ On trouve le résultat en appliquant simplement la loi d'Ohm en convention récepteur :

l'intensité limite est $i_{lim} = \frac{E}{r+R}$

Question 2 Là encore n'est pas demandé une expression du courant en fonction du temps. Bien que celle-ci peut montrer que le courant est croissant jusqu'à sa valeur limite, le raisonnement est autre.

→ Un courant croissant implique dans notre cas de figure une augmentation du champ $\vec{B}$ qui implique une augmentation du flux ϕ. Et d'après la loi de Faraday, $e = -\frac{d\phi}{dt} < 0$. On est en présence d'un effet contre-électromoteur qui s'oppose aux variations d'intensité, conformément à la loi de modération de Lenz.

Question 3 Par définition, $\phi_{propre} = Li$

De plus, on n'a pas de flux extérieur, et $B = \mu_0 n i$ où n est le nombre de spires par unité de longueur ℓ

On sait que $\phi = \iint_S N\vec{B}.d\vec{S} = NBS$

Or $\phi_{propre} = \phi$

$\Rightarrow NBS = Li$, en remplaçant B par son expression

$\Leftrightarrow \frac{\mu_0 N^2 i S}{\ell} = Li \Leftrightarrow \mu_0 = \frac{\ell L}{N^2 S}$

et unité (μ_0) = unité $\left(\frac{\ell L}{N^2 S}\right) = \frac{m\,H}{m^2} = H.m^{-1}$

unité $(\mu_0) = H.m^{-1}$

On retrouve N^2 dans l'expression trouvée précédemment car :

▷ Il y a un "N" dans l'expression du flux (car on additionne le flux de chaque spire

▷ B est proportionnel à N ($B \propto N$) car on superpose les champs créés pour chaque spire.

Question 4. Un moyen simple de déterminer le temps caractéristique (noté τ) est d'établir l'équa-diff. régie par le système

Loi des mailles : $E = u_R + u_L + u_r = Ri + L\frac{di}{dt} + ri$

d'où $\frac{di}{dt} + \underbrace{\frac{r+R}{L}}_{=1/\tau} i = \frac{E}{L}$, ainsi, $\tau = \frac{L}{r+R}$

Question 5 Puissance instantanée : $P = u(t)\, i(t) = L\frac{di}{dt} \cdot i(t)$

soit $P = \frac{1}{2} L \frac{d i^2}{dt}$. Rq $\mathcal{E}_{bobine} = \frac{1}{2} L i^2$ donc si l'inductance est constante, on retrouve :

$$P = \frac{d\,\mathcal{E}_{bobine}}{dt}$$

$\mathcal{E}_{bobine}$ est l'énergie "emmagasinée" à $t \gg \tau$.

Question 6 : Ouvrir l'interrupteur entraînerait une discontinuité du courant, incompatible avec le modèle de la bobine, qui impose par continuité de son énergie $\mathcal{E} = \frac{1}{2} L i^2$ une continuité du courant.
En pratique, comme l'énergie ne peut-être discontinue mais qu'elle doit être évacuée, on verra apparaître, lors de l'ouverture de l'interrupteur, un arc électrique.

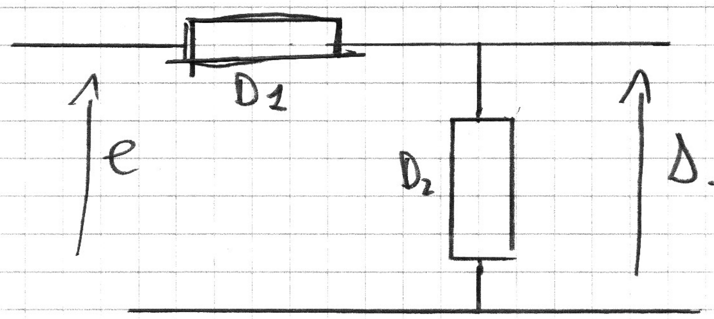
Question 7. À la question 2, on a vu que le phénomène d'auto-inductance comme une opposition aux variations rapides de courant. Ici, on fixe E_0. Plus la fréquence $\frac{\omega_0}{2\pi}$ de la variation est élevée, plus le courant aura de difficultés à augmenter ou à diminuer. À partir de là, plus la pulsation ω_0 est élevée, moins l'amplitude I_0 de l'intensité traversant la bobine sera importante. On a donc augmentation du rapport $\frac{E_0}{I_0}$ qui est exactement l'impédance de la bobine.

Question 8 : Assimiler la bobine à une auto-inductance pure revient à devoir négliger la résistance de la bobine devant son impédance $L.\omega$. On a alors $\omega_0 >> \frac{R}{L}$

- Dans le cas où R est du même ordre de grandeur que r, on doit aussi négliger r, on trouve alors un générateur de tension idéale, sur une bobine idéale. ⇝ OUI
- Dans le cas où $r >> R$, on doit garder r même si R à ~~été~~ négligée devant l'impédance $L.\omega$.

Exercice 3 TD ÉCO.

• On cherche à déterminer le schéma du quadripôle suivant constitué d'1 Résistance, 1 bobine et 1 condensateur.



• On apprend qu'en régime permanent établi, il y a une intensité $I_0 = 15\,mA$.

↳ donc comme l'intensité traversant l'ensemble des dipôles D_1, D_2 est non nul et que le modèle équivalent d'un condensateur en continu est l'interrupteur et l'interrupteur ouvert, le condensateur sera nécessairement branché en parallèle.

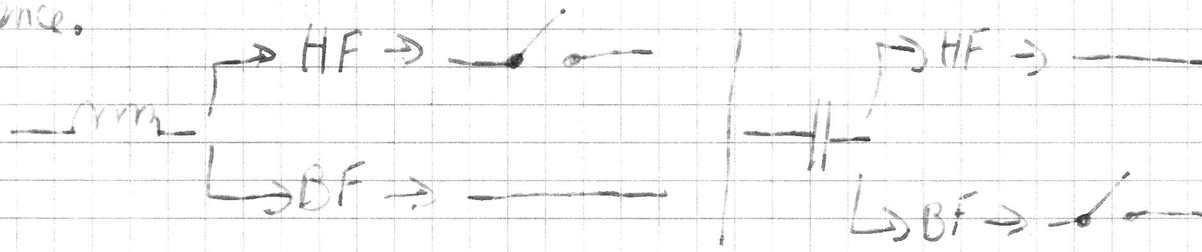
donc 4 modèles peuvent être proposés.

⚠ • Pour déterminer le modèle correct, il faut raisonner sur les tensions d'entrée et de sortie et non sur le courant circulant dans l'ensemble.

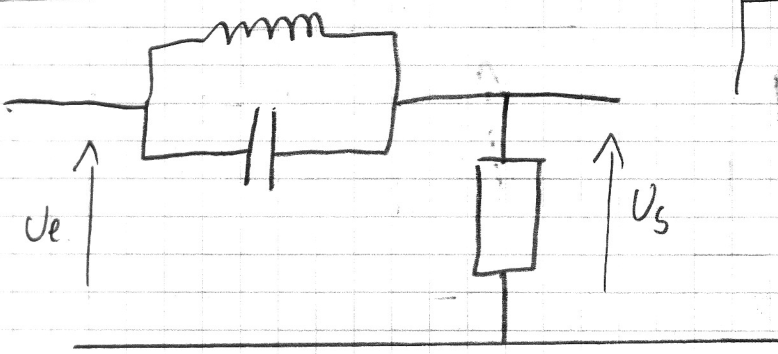
• De plus, le sujet nous apprend que l'ensemble forme un filtre passe bande donc on cherche $u_{sortie} = 0$ alors que $u_{entrée} \neq 0$ en haute et basse fréquence.

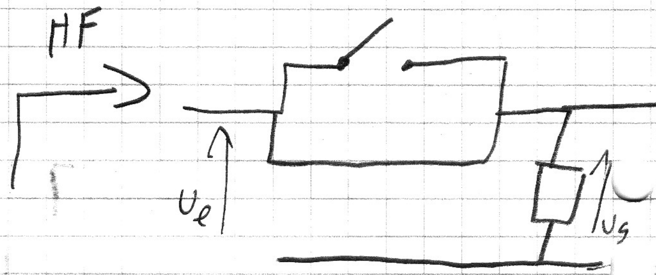
• On construit les 4 modèles et on étudie en haute et basse fréquence.

Rappel :



1er modèle



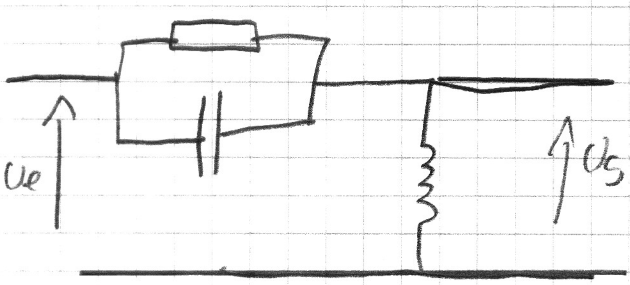


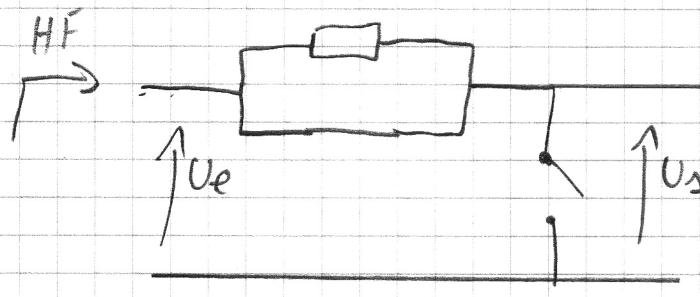
$U_s \neq 0$ et $U_e \neq 0$

modèle non correct.

Car la tension U_e est présente aux bornes de l'interrupteur et la tension U_s est présente aux bornes de la Résistance. et $U_e \neq 0$ et $U_s \neq 0$.

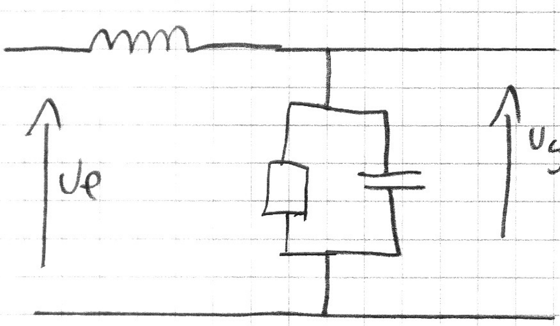
2ème modèle

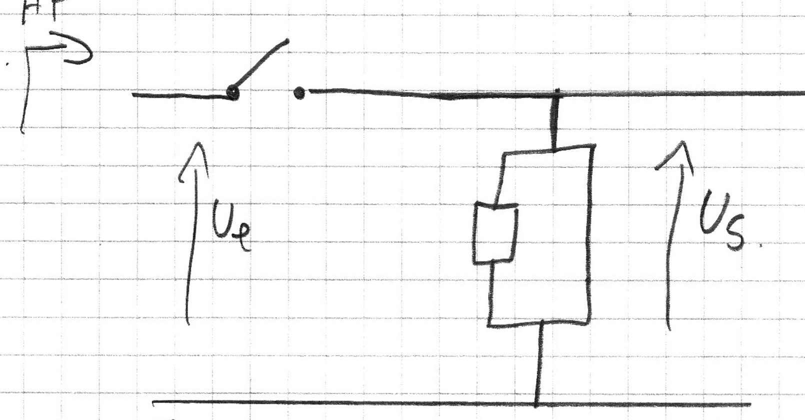




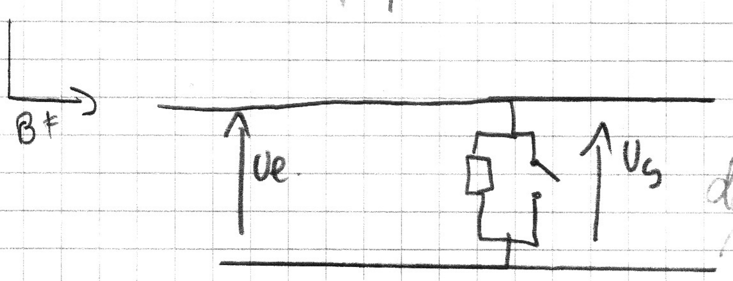
non correct même raison que le 1.

3ème modèle



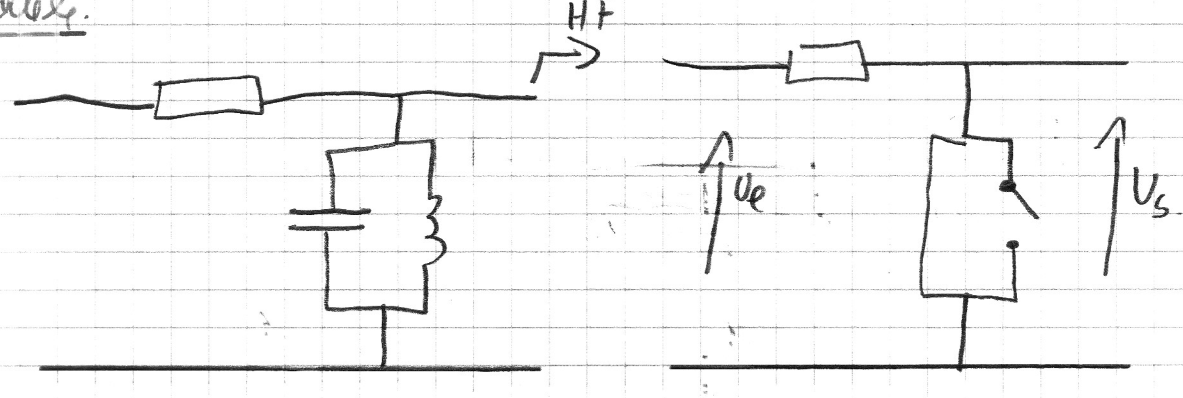


Ici $U_s = 0$ et $U_e \neq 0$ donc vérifions les basses fréquences.



$U_s \neq 0$ et $U_e \neq 0$ donc modèle non correct.

4ème modèle.



On adopte le modèle 4.

- On cherche maintenant les valeurs des composants.
- On sait que $f_0 = 1,16$ kHz, $\Delta f = 0,34$ kHz (Bande passante à -3 db)
- On peut facilement déterminer R car $E_0 = 15\,V$ et $I_0 = 15\,mA$.

$$\text{donc } R = \frac{E_0}{I_0} = \frac{15}{15 \cdot 10^{-3}} = 1000\,\Omega$$

$$\boxed{R = 1000\,\Omega}$$

- On détermine la fonction de transfert $\underline{H} = \frac{\underline{s}}{\underline{e}}$ du modèle.
- On commence par déterminer l'impédance équivalente du circuit LC parallèle.

$$\underline{Z}_{eq} = \frac{\underline{Z}_L \underline{Z}_C}{\underline{Z}_L + \underline{Z}_C} = \frac{jL\omega \cdot \frac{1}{jC\omega}}{jL\omega + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{\frac{L}{C}}{\frac{1 - LC\omega^2}{jC\omega}} = \frac{jL\omega}{1 - LC\omega^2}$$

on applique la loi du diviseur de tension.

$$\underline{U_s} = \frac{\underline{Z}_{eq}}{R+\underline{Z}_{eq}}\underline{U_e} = \frac{\frac{jL\omega}{1-LC\omega^2}}{R+\frac{jL\omega}{1-LC\omega^2}}\underline{U_e}$$

donc $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{U_s}}{\underline{U_e}} = \frac{1}{1+R\left(\frac{1-LC\omega^2}{jL\omega}\right)} = \frac{1}{1+\frac{R}{jL\omega}-\frac{R\cancel{L}C\omega^2}{j\cancel{L\omega}}}$

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1-\frac{jR}{L\omega}+jRC\omega} = \frac{1}{1+j\left(-\frac{R}{L\omega}+RC\omega\right)}$$

• On pose $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ tel que $\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1+jQ\left(x-\frac{1}{x}\right)}$

Par identification, on a $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et $Q = R\sqrt{\frac{C}{L}}$

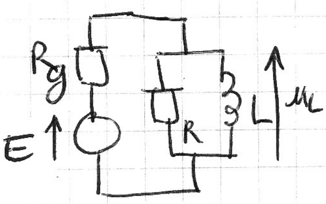
or $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$ donc $\omega_0 = f_0 2\pi$ donc $\frac{1}{\sqrt{LC}} = f_0 2\pi$ donc $\sqrt{L.C}\, f_0 2\pi = 1$. (1)

• Il reste à trouver les fréquences de coupures tel que $G_{dB} = -3\,dB$.

• La bande passante à $-3\,dB$ est la gamme de fréquences où le gain du filtre est supérieur au gain maximum divisé par $\sqrt{2}$

Exercice 6.

1°) 1] Avant l'extinction de la fem du générateur le circuit était le suivant :



En supposant avoir "attendu" assez longtemps pour qu'aucun régime transitoire ne subsiste, les grandeurs électriques sont toutes continues en $t=0^-$.

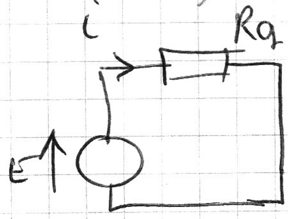
ainsi : la tension aux bornes de la bobine pure :

$$u_L(t) = L\frac{di_L}{dt} = 0 \Rightarrow u_L(0^-) = 0$$

Cette tension est bien celle sur l'association RL //.

$$u(0^-) = 0\ V$$

La résistance R est donc court-circuitée par la bobine donc (à cet instant) le circuit équivalent se limite à :

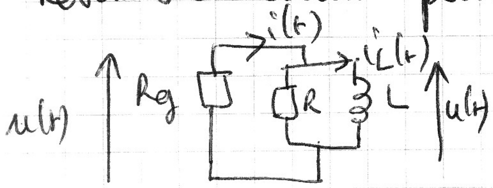


d'où : $i(0^-) = \frac{E}{Rg}$.

et toute cette intensité traverse la bobine :

$$i_L(0^-) = i(0^-) = \frac{E}{Rg}.$$

1.2] Revenons au circuit pour $t \geq 0$



Il y aura du courant dans ce circuit puisque la bobine était le siège d'1 courant $\frac{E}{Rg}$.

Par continuité de l'énergie emmagasinée dans 1 bobine, nous aurons continuité de l'intensité "descendant" dans celle-ci autour de $t=0$: $i_L(0^-) = i_L(0^+) = \frac{E}{Rg}$

L'équation différentielle proviendra de la loi des noeuds :

$$i(t) = i_L(t) + \frac{u(t)}{R} = \frac{-u(t)}{Rg}$$ (attention à la convention générateur !)

et on écrit aussi sur la bobine : $u(t) = L\frac{di_L}{dt}$

Ainsi en dérivant la loi des noeuds précédente :

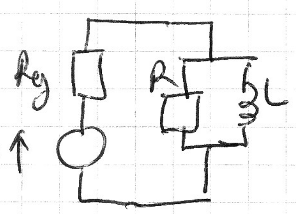
$$\frac{u(t)}{L} + \frac{1}{R}\frac{du}{dt} = -\frac{1}{R_g}\frac{du}{dt}$$

soit $\frac{du}{dt} + \frac{u(t)}{\tau} = 0$ avec $\tau = \frac{L}{\left(\frac{RR_g}{R+R_g}\right)}$.

1.3) Dans le circuit simplifié de la question 1.2) on voit qu'il s'agit de l'association entre 1 résistance de valeur la résistance de R et R_g en // et d'une inductance L donc la grandeur

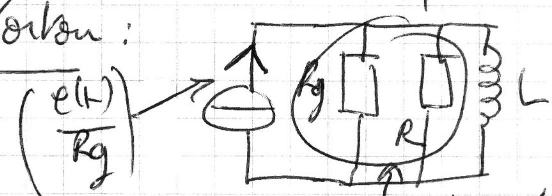
$\tau = \frac{L}{\left(\frac{RR_g}{R+R_g}\right)}$ est nécessairement la constante de temps caractéristique.

Si on avait procédé dès le départ à l'étude sur le circuit présenté en Thévenin :



le positionnement // et donc l'expression du temps τ faisant intervenir le bloc // (R, R_g) n'était pas évident.

... Contrairement à une présentation équivalente en générateur de courant de Norton :



association //.

1.4) $(t \geq 0)$ $\frac{du}{dt} + \frac{u}{\tau} = 0$ a pour solution :

$$u(t) = K e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Il est donc nécessaire d'obtenir $u(0^+) = K$.

On . $u(0^+) = -R_g\, i(0^+) = R\left(i(0^+) - i_L(0^+)\right)$

donc $i(0^+) = \frac{R}{R+R_g}\, i_L(0^+)$ (que l'on aurait pu écrire directement avec 1 diviseur de courant)

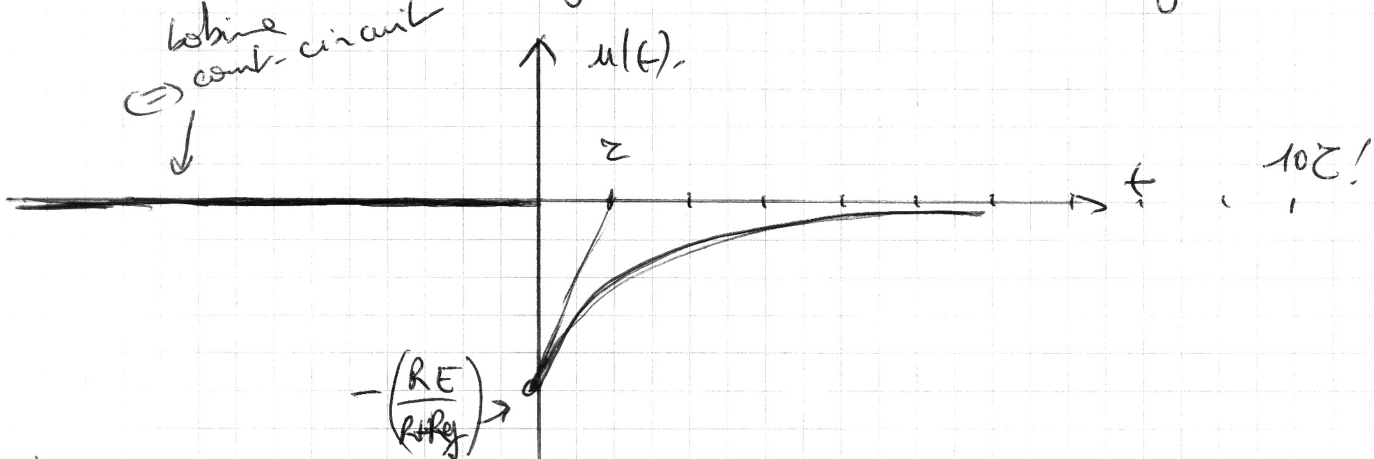
Par continuité de l'intensité dans la bobine :

$$i_L(0^+) = \frac{E}{R_g} \quad \text{et donc} \quad i(0^+) = \frac{R}{R+R_g}\,\frac{E}{R_g}.$$

soit : $$u(0^+) = \frac{-\cancel{R_g} R E}{(R+R_g)\cancel{R_g}} = -\frac{RE}{(R+R_g)}$$

et donc :

$$u(t) = \frac{-RE}{R+R_g}\, e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{avec } \tau = \frac{L(R+R_g)}{R R_g}.$$



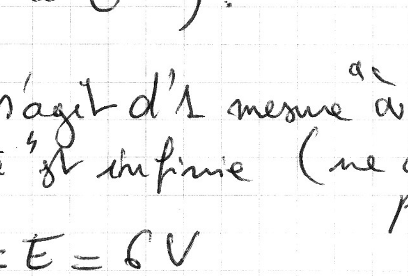
1.5) Connaissant E et R_g, l'obtention de R se fait par la valeur de $u(0^+)$ $\left(= -\frac{RE}{R+R_g}\right)$ et l'obtention de L par le repérage précis de la constante de temps (soit 1 valeur du $u(t)$ pour 3τ ou τ etc., soit en utilisant la tangente à l'exponentielle à 0^-).

2°) → Première mesure : il s'agit d'1 mesure "à vide" puisque l'impédance du voltmètre est infinie (ne consomme pas de courant).

et dans ce cas $U_V = E = 6\,V$

En présence d'1 résistance d'utilisation, il apparaît 1 diviseur de tension :

$$u = \frac{R_u}{R_u+R_g}\cdot E$$



donc si on mesure $3V = \frac{E}{2} \Rightarrow R_g = R_u = 50\,\Omega$

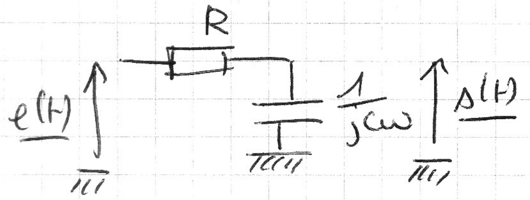
3) 3.1) Un GBF a une impédance "de sortie" minimale résistive de $50\,\Omega$

3.2) Considérer le générateur idéal, c'est pouvoir négliger l'impédance interne du GBF devant les autres impédances en série dans le circuit.

Une association série RC a une impédance complexe $\underline{Z}_{RC} = R + \frac{1}{jC\omega}$ donc une impédance <u>réelle</u> minimale de R

ici $R = 4{,}7\ k\Omega \gg R_g = 0{,}05\ k\Omega$!

4)



Sans oscillo branché, nous pouvons étudier ce filtre à vide et donc écrire par "division de tension"

$$\frac{\underline{s}}{\underline{e}} = \frac{1/jC\omega}{R + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{1}{1 + jRC\omega}$$

Cette fonction de transfert est celle d'1 filtre passe-bas du premier ordre. $\Big(\omega \to 0 : \underline{H} \to 1$

$\omega \to \infty : G = |\underline{H}| \to \frac{1}{RC\omega} \to 0\Big)$

On définit usuellement une fréquence de coupure à $-3\,dB$ du maximum de g_{dB} $(\equiv 20 \log_{10} G \equiv 20 \log_{10} |\underline{H}|)$

Comme : $-3 = 20 \log_{10}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ il s'agit ici de la pulsation telle que : $G = \left|\frac{1}{1+jRC\omega}\right| = \frac{1}{\sqrt{1+R^2C^2\omega^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

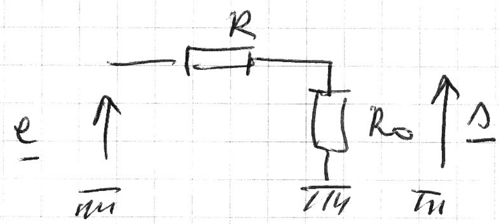
soit pour : $RC\omega = 1 \Rightarrow \boxed{\omega_c = \frac{1}{RC}}$

A.N : $\omega_c = \frac{1}{4{,}7 \cdot 22} \times \frac{1}{10^3 \cdot 10^{-9}} = 0{,}0097 \cdot 10^6$

$\omega_c \simeq 9700\ rad.s^{-1}$ soit $f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = \underline{1540\ Hz}$

5) 5.1) Notre filtre n'est plus "à vide".

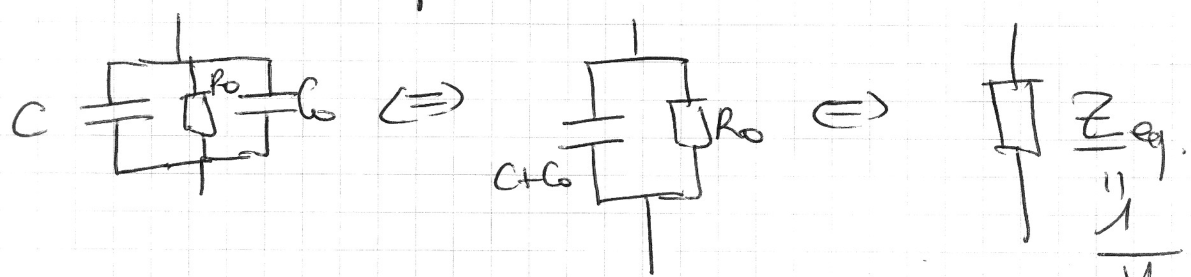
A très basse fréquence, les condensateurs se comportent tous comme des interrupteurs ouverts, le filtre équivalent en TBF est donc :



soit $\underline{H} = G = \dfrac{R_0}{R+R_0}$

(proche de 1 puisque $R_0 \gg R$)

5.2) Association parallèle.



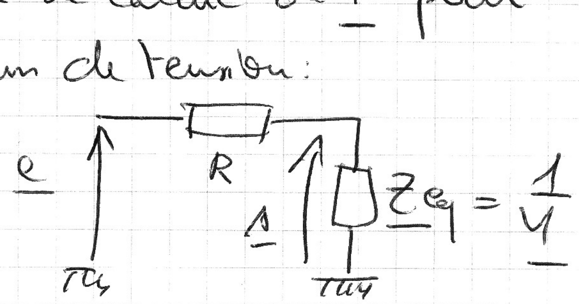
$\boxed{\underline{Y} = \dfrac{1}{R_0} + j(C+C_0)\omega}$ additivité des admittances en //.

5.3) $\underline{i}$ traversant R traverse aussi $\underline{Z} = \dfrac{1}{\underline{Y}}$.

or $\underline{Y} = \dfrac{\underline{i}}{\underline{s}}$ par définition

à basse fréquence $\underline{Y} = \dfrac{1}{R_0}$ donc $\underline{s}$ et $\underline{i}$ sont en phase

5.4) On utilise le calcul de $\underline{Y}$ pour travailler encore en diviseur de tension :



$$\underline{H}' = \frac{\underline{s}}{\underline{e}} = \frac{\underline{Z_{eq}}}{R + \underline{Z_{eq}}} = \frac{1/\underline{Y}}{R + 1/\underline{Y}} = \frac{1}{1 + R\underline{Y}}$$

d'où : $$\underline{H}' = \frac{1}{1+\frac{R}{R_0}+jR(C+C_0)\omega}$$

$$\underline{H}' = \frac{R_0/(R_0+R)}{1+j\frac{RR_0}{R+R_0}(C+C_0)\omega}$$

5.5) d'où : $H_0' = \frac{R_0}{R_0+R}$ alors qu'elle valait 1. (à vide) (oscillo parfait)

$\omega_0' = \frac{R+R_0}{RR_0(C+C_0)}$. alors qu'elle valait $\frac{1}{RC}$

Les conclusions sont à faire après évaluation numérique des différences :

$H_0' = \frac{1000}{1004,7} = 0,995$ (0,5 % d'écart).

$\omega_0' \simeq \frac{R+R_0}{R_0} \times \frac{1}{RC}$ ($C_0 \ll C$!)

$\downarrow$

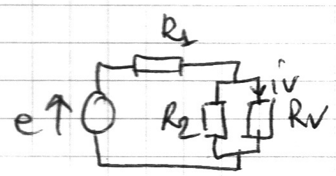
$\simeq 1,005$ (0,5 % d'écart également).

Si des mesures sont entachées de plus de 0,5 % d'erreur alors il est inutile de tenir compte du modèle de l'impédance d'entrée R_0, C_0 de l'oscilloscope.

5.6) Il faudrait travailler sur 1 filtre R,C avec des valeurs de résistance et de capacité comparables
$R \simeq 1\,M\Omega$ et $C \simeq 25\,pF$.
... à vous de préciser les mesures utilisables dans telle ou telle bande de fréquence.
(N'oubliez pas que vous n'avez pas d'oscillo idéal !)

Exercice 7 : I. 1°) $u_2 = \frac{R_2}{R_1+R_2} e$

2°) diviseur de tension



3°) $$u = \frac{\frac{R_2R_V}{R_2+R_V}}{R_1+\frac{R_2R_V}{R_2+R_V}} e = \frac{R_2R_V}{R_1R_2+R_1R_V+R_2R_V} e$$

4°) $R_V \to \infty$! $i_V = 0\,A$.

II) 1°) ⊛ K ouvert et $R = 0\,\Omega$

$$\Rightarrow \left| \begin{array}{l} e = u_{e_1} \\ u_{s_1} = G u_{e_1} = Ge \end{array} \right.$$

⊛ K fermé et $R = 0\,\Omega$

$$\Rightarrow \left| \begin{array}{l} e = u_{e_2} \\ u_{s_2} = \left(\dfrac{R_c}{R_s + R_c}\right) G u_{e_2} = \dfrac{R_c G e}{R_s + R_c}. \end{array} \right.$$

⊛ K ouvert et $R = 1\,M\Omega$.

$$\Rightarrow \left| \begin{array}{l} u_{e_3} = \dfrac{R_e}{R_e + R} e \\ u_{s_3} = G\, u_e = \dfrac{G R_e}{R + R_e} e \Leftrightarrow (R + R_e)\, u_{s_3} = G R_e\, e \end{array} \right.$$

donc :

$$\left| \begin{array}{l} G = \dfrac{U_{s,1}}{U_{e,1}} \\ R_s = \dfrac{R_c G U_{e,2}}{U_{s,2}} - R_c = R_c \left(\dfrac{G U_{e,2}}{U_{s,2}} - 1 \right) \\ \qquad (U_{e,2} = U_{e,1} = E) \\ R_e = \dfrac{R\, U_{s,3}}{GE - U_{s,3}} \end{array} \right.$$

2°)

$$\left| \begin{array}{l} G = 10 \\ R_s = 10^2 \left(\dfrac{10 \times 1{,}2}{9{,}6} - 1 \right) = 25\,\Omega \\ R_e = \dfrac{10^6 \times 7{,}2}{12 - 7{,}2} = 1{,}5\,M\Omega \end{array} \right.$$

$U_{e,2} = U_{e,1} = E = 1{,}2\,V$

$U_{e,3} = \dfrac{1{,}5}{1{,}5 + 1} \times 1{,}2 = 0{,}72\,V.$