TP 1 : Mesures de couplage inductif « M ou k »

On utilisera deux méthodes différentes pour quantifier précisément le couplage inductif entre deux bobines B_1 et B_2 quasi-identiques accolées.

- La première méthode consistera à mesurer les inductances d'association de ces deux bobines branchées en série (en phase puis en opposition de phase)

- La seconde méthode consistera à utiliser ce couplage inductif dans deux circuits L_1,C_1 et L_2,C_2 quasi-symétriques, couplés de la même façon par la mutuelle M, le circuit 1 étant alimenté par un GBF délivrant un signal sinusoïdal. On tracera des courbes de résonance en tension pour déduire le coefficient de couplage k des mesures de fréquences de résonance et d'anti-résonance.

Les intervalles d'incertitudes de mesure sont systématiquement exigés. Dans le cas de mesures directes par appareil dédié, on se référera à la notice de l'appareil de mesure et dans le cas d'utilisation du logiciel REGRESSI™ , on se fiera aux incertitudes proposées pour les coefficients des régression pour calculer les incertitudes sur les grandeurs finales.

1. Mesures directes des auto-inductances et des résistances internes des deux bobines

1.1. On utilisera un « LCRmètre » pour la mesure des auto-inductances L_1 et L_2

1.2. On utilisera le multimètre METRIX™ pour les valeurs des résistances internes r_1 et r_2

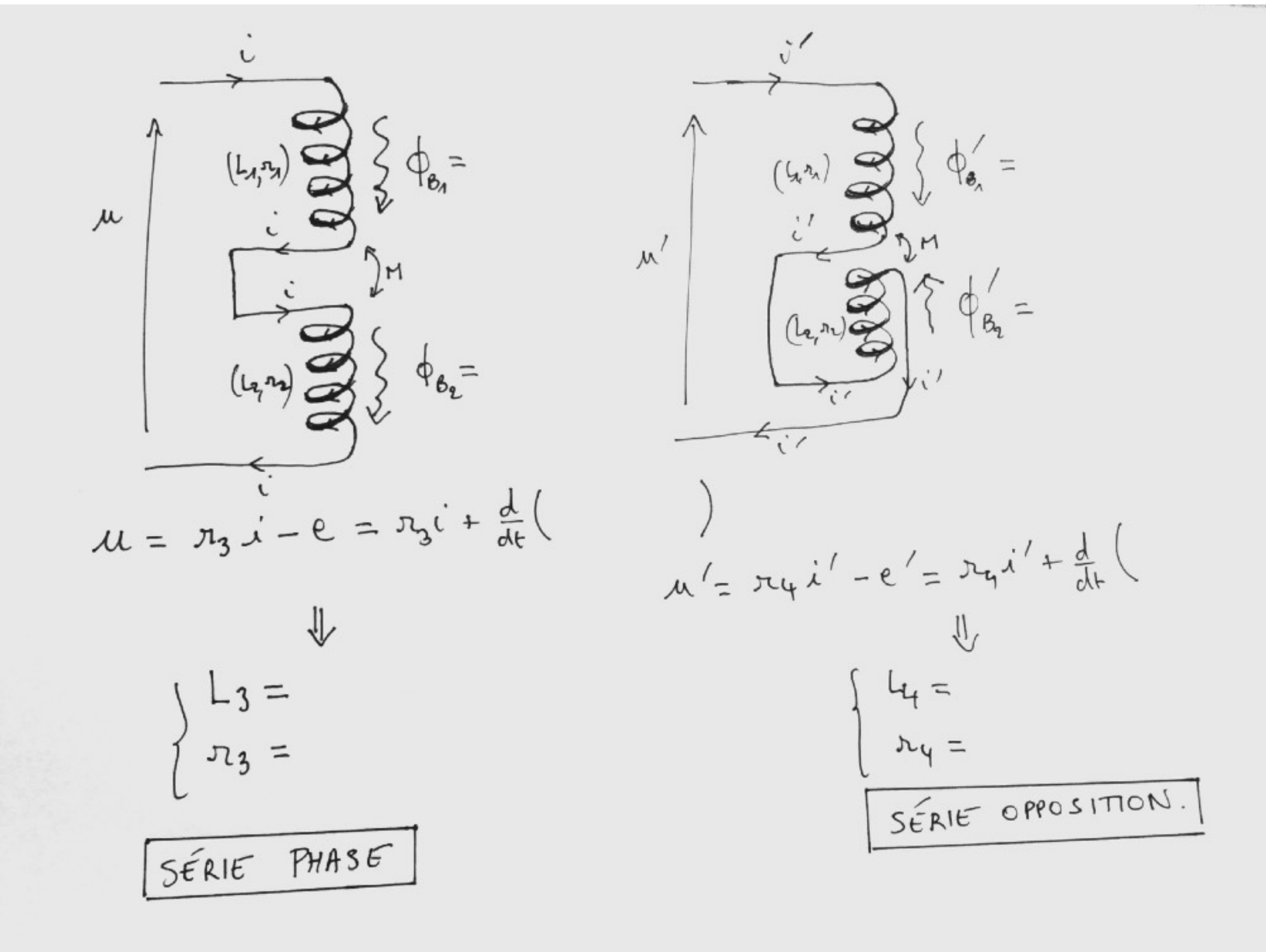
Le montage suivant nécessitera une résistance R de 100 Ω réalisé avec une boite AOIP x10Ω.
Mesurez précisément cette valeur :

2. Mesures par les impédances de groupements « série »

Il est possible de monter en série les bobines de deux façons différentes :

- soit les courants "tournent dans le même sens", on obtient une bobine équivalente *(B_3)* : L_3,r_3 (les flux magnétiques « extérieurs » s'ajoutent en valeur absolue).
- soit les courants "tournent en sens contraire", on obtient une bobine équivalente *(B_4)* : L_4, r_4 (les flux magnétiques « extérieurs » se retranchent en valeur absolue).

2.1. Compléter les expressions littérales ci-dessous pour exprimer finalement L_3,r_3,L_4,r_4 en fonction de L_1,r_1,L_2,r_2 et M.



2.2. On réalise ces deux branchements successivement (en veillant à ce que les bobines restent accolées !) pour mesurer directement L_3 et L_4 au LCR mètre.

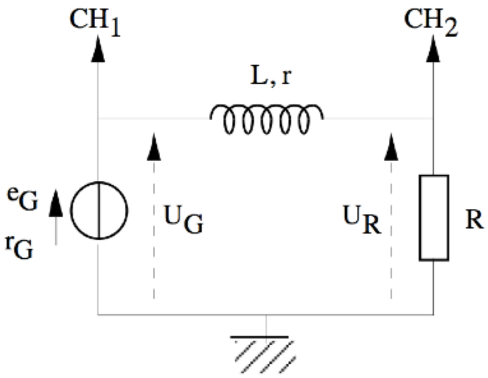
2.3. On en déduit une première estimation du coefficient de mutuelle inductance M par son expression ainsi que du coefficient de couplage k par sa définition :

$$M = \frac{L_3 - L_4}{4} = \qquad\qquad k \equiv \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{L_3 - L_4}{4\sqrt{L_1 L_2}} =$$

2.4. On confirmera au passage la relation indépendante de la valeur du couplage

$$L_1 + L_2 = \qquad\qquad = \frac{L_3 + L_4}{2} =$$

2.5. Comme la mesure directe d'inductance n'est généralement pas possible (pas de LCR mètre), on propose une mesure indirecte des L et r des groupements



La bobine à étudier est placée en série avec un résistor de résistance connue R = 100 Ω aux bornes d'un générateur de fonction délivrant une tension sinusoïdale de fréquence f.

$$\underline{U_G} = (R + r + jL\omega)\cdot \underline{I} \ ; \ \underline{U_R} = R\underline{I}$$

$$|Z| = |R + r + jL\omega| = R\frac{U_{Geff}}{U_{Reff}}$$

$$|Z||\sin(\varphi)| = L\omega$$

Les mesures de U_{Geff}, U_{Reff} et φ à différentes fréquences f permettent d'obtenir r et L.

Pour différentes valeurs de la fréquence f (entre 100 et 1 000 Hz), on mesure les tensions U_{Geff} et U_{Reff} ainsi que le déphasage φ entre ces deux tensions. Les mesures sont faites à l'aide de l'oscilloscope numérique et saisies avec Regressi.

On fera deux modélisations pour déterminer L et r :

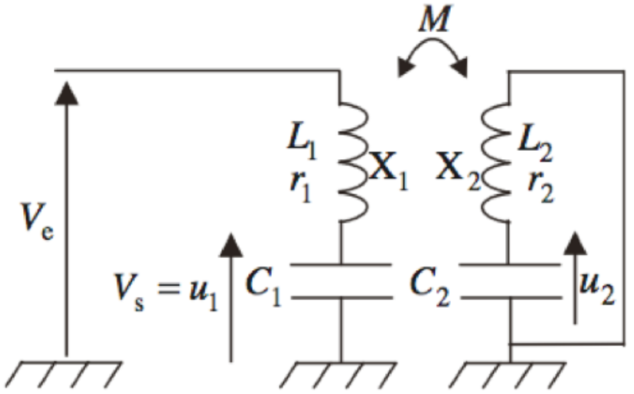
1ère modélisation : on trace la courbe $Z\,|\sin(\varphi)| = g(f)$

2ème modélisation : on trace la courbe $|Z|^2 = h(f^2)$

En déduire les valeurs de L_3, L_4, r_3, r_4 *(avec leur incertitude)*

Calculer le coefficient M à l'aide de L_3 et L_4 puis en déduire k le coefficient de couplage de votre groupement par les valeurs de L_1 et L_2

3. Mesures par les courbes de résonance de circuits LC couplés par mutuelle inductance M

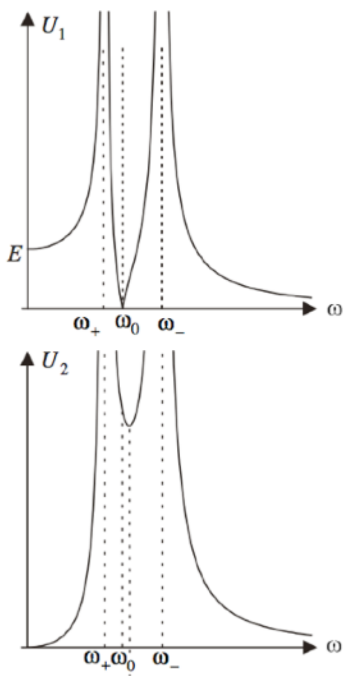


Réaliser ce montage avec nos deux bobines quasi-identiques précédentes accolées associées à deux condensateurs de même capacité $C_1=C_2=C=10nF$ (boite à décade de capacités)

Le GBF fournit un signal sinusoïdal Ve de 2V crête à crête dont on fera varier la fréquence dans la seule gamme 6-9 kHz

On relèvera simultanément les tensions efficaces U_1 et U_2 aux bornes des condensateurs en fonction de la fréquence forcée ainsi que le déphasage entre ces deux signaux grâce au mode multimètre de REGRESSI™

L'allure attendu des résonances et anti-résonance pour des oscillateurs **sans résistance électrique** est la suivante :



Les équations couplées électriques sont en vérité :

$$\begin{cases} L_1 \dfrac{di_1}{dt} + r_1 i_1 + \dfrac{q_1}{C_1} + M \dfrac{di_2}{dt} = v_e \\ L_2 \dfrac{di_2}{dt} + r_2 i_2 + \dfrac{q_2}{C_2} + M \dfrac{di_1}{dt} = 0 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} \dfrac{d^2 i_1}{dt^2} + \dfrac{r_1}{L_1} . \dfrac{di_1}{dt} + \dfrac{i_1}{L_1 C_1} + \dfrac{M}{L_1} \dfrac{d^2 i_2}{dt^2} = \dfrac{dv_e}{dt} \\ \dfrac{d^2 i_2}{dt^2} + \dfrac{r_2}{L_2} . \dfrac{di_2}{dt} + \dfrac{i_2}{L_2 C_2} + \dfrac{M}{L_2} \dfrac{d^2 i_1}{dt^2} = 0 \end{cases}$$

On peut alors rechercher **<u>en l'absence de résistance et pour des circuits parfaitement symétriques</u>** un régime **<u>libre</u>** sinusoïdal solution où les deux signaux d'intensité (ou de tension aux bornes des condensateurs) auraient la même pulsation.

Montrer que deux pulsations sont envisageables vérifiant :

$$\omega_+ = \frac{\omega_0}{\sqrt{1+k}} \text{ et } \omega_- = \frac{\omega_0}{\sqrt{1-k}} \quad \text{avec } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ et } k = \frac{M}{L}$$

Relever précisément les courbes de résonance puis exprimer k en fonction de $\frac{f_+}{f_-}$ et, enfin, donner k avec son incertitude.

Comparer à l'estimation de la méthode précédente (simplicité de mesure, précision…)